INSTITUTO FEDERAL DE EDUCAÇÃO, CIÊNCIA E TECNOLOGIA DO RIO GRANDE DO NORTE
IFRN *CAMPUS* SANTA CRUZ
CURSO DE LICENCIATURA EM MATEMÁTICA

JOSÉ JOSIMÁRIO DA SILVA BASTO

FUNÇÃO QUADRÁTICA NA FORMA CANÔNICA: UMA PROPOSTA DE ANÁLISE GRÁFICA COM O SOFTWARE GEOGEBRA

Santa Cruz - RN
2017

JOSÉ JOSIMÁRIO DA SILVA BASTO

FUNÇÃO QUADRÁTICA NA FORMA CANÔNICA: UMA PROPOSTA DE ANÁLISE GRÁFICA COM O SOFTWARE GEOGEBRA

Trabalho de Conclusão de Curso apresentado ao Curso Superior de Licenciatura em Matemática do Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia do Rio Grande Norte, Campus Santa Cruz, em cumprimento às exigências legais como requisito parcial para obtenção do título de Licenciado em Matemática.

Orientador: Me. Jamerson Fernando Confort Martins

Santa Cruz – RN
2017

Divisão de Serviços Técnicos.
Catalogação da publicação na fonte.
IFRN/SC / Biblioteca Mons. Raimundo Gomes Barbosa

Basto, José Josimário da Silva
Função quadrática na forma canônica: uma proposta de análise gráfica com o software geogebra / José Josimário da Silva Basto. – Santa Cruz, 2017.
76 f.

Orientador: Prof. Me. Jamenson Fernando Confort Martins

Monografia (Licenciatura em Matemática do Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia do Rio Grande do Norte).

1. Matemática – Monografia. 2. Função quadrática – Monografia. 3. Geogebra – Monografia. 4. Tecnologia da informação – Monografia. 5. Comunicação - Monografia I. Martins, Jamenson Fernando Confort. II. Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnológica do Rio Grande do Norte. III. Título.

JOSÉ JOSIMÁRIO DA SILVA BASTO

FUNÇÃO QUADRÁTICA NA FORMA CANÔNICA: UMA PROPOSTA DE ANÁLISE GRÁFICA COM O SOFTWARE GEOGEBRA

Trabalho de Conclusão de Curso apresentado ao Curso Licenciatura Plena em Matemática do Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia do Rio Grande do Norte, em cumprimento às exigências legais como requisito parcial à obtenção do título de Licenciado em Matemática.

Monografia apresentada e aprovada em ___/___/2017, pela seguinte banca examinadora:

BANCA EXAMINADORA

____
Jamerson Fernando Confort Martins, Me.
(Presidente - Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia do Rio Grande do Norte)

____
Janilson Claydson Silva Brito, Me.
(Examinador - Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia do Rio Grande do Norte)

____
Thiago Jefferson de Araújo, Me.
(Examinador - Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia do Rio Grande do Norte)

AGRADECIMENTOS

Inicialmente, agradeço ao meu senhor Deus pelo dom da vida e também por ter me proporcionado experiências ímpares no decorrer da minha graduação.

Com toda força e amor deste mundo, agradeço a minha família pelo estímulo, carinho e paciência durante essa fase da minha vida.

Em especial, agradeço ao maior tesouro da minha vida, a minha mãe Maria José Gomes da Silva Basto, agradeço por toda educação que pudestes me proporcionar nas condições que tivestes. Obrigado por todo esforço em cuidar de mim.

Quero agradecer também a minha namorada, Josiláini de Oliveira Santos, por toda a parceria, incentivo durante o curso e reciprocidade na vida.

Agradeço também ao meu orientador, o professor Mestre Jamerson Fernando Confort Martins, por toda bagagem teórica repassada durante a produção deste trabalho.

Com grande satisfação agradeço em especial aos meus amigos Jobson de Farias Lima, Francisco Jorge Souza, Janielison dos Santos Silva, Maxsuel Emiliano, Amanda Raphela e Josivânia Abdala. Estes fizeram dessa difícil caminhada algo mais satisfatório e gratificante.

Finalmente, agradeço a todos os professores que passaram em minha vida, desde o ensino fundamental até o ensino superior e também aos meus amigos que contribuíram de alguma forma na minha formação acadêmica ou social.

“A magia da matemática é ofuscante e exclusiva de seus eternos apreciadores”.

Rômulo Alexandre da Silva Fernandes

Resumo

Este trabalho tem como objetivo principal apresentar uma proposta de intervenção educacional acerca do ensino e aprendizagem de funções polinomiais do segundo grau. Para a elaboração dessa proposta foram realizados estudos bibliográficos acerca da importância do uso das Tecnologias de Informação e Comunicação no ensino, sobre as potencialidades do software utilizado e principalmente acerca da relevância desse conteúdo no Ensino Médio. A fim de proporcionar um ensino diferenciado, utilizamos como recurso didático as TIC's por meio do software de Geometria Dinâmica Geogebra 5.0. Elaboramos uma proposta de intervenção organizada em três etapas, das quais, duas envolvem questionários orientados que terão o objetivo de fornecer dados para a análise da aprendizagem dos alunos quanto à variação do comportamento gráfico em relação aos coeficientes que compõem a função quadrática na forma fatorada canônica.

Palavras-chave: Função Quadrática. Geogebra. Matemática. Tecnologia da Informação e Comunicação.

Abstract

The aim of this study is to present a proposal educational intervention about the teaching and polynomial functions learning in High School. For the construction of this proposal, bibliographic studies were performed about the importance of the use of Technology of Information and Communication in high school, about the potential of the software used and especially about the relevance of this content in High School. In order to provide differentiated teaching, we use ICT as a didactic resource through Geogebra 5.0 Dynamic Geometry software. We elaborate a proposal of intervention organized in three stages, of which, two involve oriented questionnaires that will aim to provide data for the analysis of the students' learning regarding the variation of the graphical behavior in relation to the coefficients that compose the quadratic function in the canonical factorial form.

Keywords: Quadratic Function, Geogebra, Mathematic, Technology of Information and Communication.

SUMÁRIO

1. INTRODUÇÃO

Este trabalho tem como finalidade apresentar uma proposta educacional que visa diminuir as dificuldades de aprendizagem no ensino de função polinomial do segundo grau. O mesmo se deu a partir do desenvolvimento de atividades de disciplinas especificas do curso de Licenciatura em Matemática do Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia do Rio Grande do Norte *Campus* Santa Cruz e principalmente pelas experiências vividas no Programa Institucional de Bolsa de Iniciação à Docência (PIBID).

A elaboração desse estudo tem como objetivo analisar o comportamento gráfico da função quadrática na sua forma canônica. Essa análise será desenvolvida de forma construtiva no software de geometria dinâmica Geogebra 5.0, de tal forma que este seja um instrumento didático auxiliador e possibilite aos alunos perceber as alterações no esboço gráfico à medida que os coeficientes ou parâmetros dessa função variam.

No capitulo inicial desta monografia temos a apresentação da proposta de intervenção, bem como sua justificativa e respectivos objetivos que se resumem a meta principal deste trabalho, a fim de minimizar algumas possíveis deficiência no ensino e aprendizagem de função quadrática.

O segundo capítulo, descreve toda Fundamentação Teórica necessária para o desenvolvimento deste trabalho, assim buscamos elencar a importância das Tecnologias da informação e comunicação, enfatizando os importantes fatores para que essa tendência tenha sucesso na sua aplicação, ressaltamos também algumas características do Geogebra 5.0 e por fim abordamos a metodologia sugerida para aplicação da intervenção proposta neste trabalho, a pesquisa-ação.

O terceiro capítulo, intitulado Parábola traz para o leitor a definição formal da representação gráfica da função polinomial do segundo grau. Em seguida, o quarto capítulo denominado Função Quadrática, apresenta na forma de subtópicos os principais conteúdos estudados e suas definições a partir do tema central deste trabalho.

No quinto capítulo descreveremos a metodologia, de produção e o desenvolvimento dessa proposta, e mostraremos os objetivos e finalidade de cada pergunta que compõe o questionário utilizado durante a mesma.

No sexto capítulo, temos as Considerações Finais, que afirmam o cumprimento da principal meta proposta neste trabalho. E mais ainda, expomos a importâncias que alguns dos autores abordados aqui tiveram para a realização desta pesquisa. Enfatizamos ainda, que este estudo, servirá para outros docentes utilizarem como uma referência, sendo aceitas sugestões na de aplicação da metodologia.

Finalmente, temos os capítulos finais intitulados Referências e Apêndices que trazem respectivamente as referências dos autores abordados nesse estudo, os materiais organizados e produzidos utilizados neste trabalho.

1.1. JUSTIFICAFIVA

O presente trabalho busca ressaltar a importância de metodologias diversificadas no estudo das funções quadráticas que vislumbram uma alternativa para minimizar possíveis lacunas existentes sobre o tema.

Entorno dessa busca, é importante ressaltar que o conteúdo de função polinomial do segundo grau é um dos assuntos que possibilitam no Ensino Médio, a representação de diversas situações do nosso cotidiano, sendo esta muitas vezes ligada à sua representação gráfica, como é o caso das antenas parabólicas, lançamento de projéteis e projetos arquitetônicos. Assim, destacamos que no decorrer do trabalho tentaremos dar um significado mais preciso a seu esboço gráfico, alicerçados por meio das Tecnologias da informação e comunicação (TIC's), desejamos ainda que este estudo sirva de norte para professores e interessados em Matemática.

Sobre escolha do tema, o mesmo surgiu de forma atrelada às experiências vivenciadas no Programa Institucional de Bolsa de Iniciação à Docência (PIBID), visto que, o mesmo me proporcionou um contato direto com estudantes do ensino Médio da rede pública do município de Lajes Pintadas-RN, propiciando a identificação de lacunas e dificuldades sobre o assunto.

Assim sendo, esta proposta fundamenta-se como uma pesquisa-ação, embasada e estruturada através de uma revisão bibliográfica e uma pesquisa que busca obter dados através de questionários que poderão ser analisados de maneira qualitativa, quantitativa ou quali-quantitativa.

Do ponto de vista prático, espera-se que este trabalho contribua no desenvolvimento do ensino de Matemática nas escolas e também sirva como base para outros acadêmicos, professores os auxiliando acerca de novas metodologias.

1.2. OBJETIVOS

Objetivo Geral

Produzir uma proposta de intervenção educacional acerca do ensino e aprendizagem de funções polinomiais do segundo grau que visa analisar, a partir dos seus coeficientes, a variação e o comportamento gráfico dessa função na sua forma fatorada canônica, bem como gerar um elo entre a Matemática e os recursos tecnológicos existentes.

Objetivos específicos

- Analisar as dificuldades dos discentes sobre o assunto de função quadrática;
- Realizar um levantamento bibliográfico acerca de autores que abordam o tema deste trabalho;
- Propor uma intervenção diferencia que visa definir o que é uma parábola;
- Estudar os conceitos de pesquisa-ação;
- Definir função quadrática;
- Definir os zeros da função;
- Determinar os zeros da função;
- Propor problemas e exercícios matemáticos envolvendo a função quadrática;
- Abordar algumas técnicas de resolução de função polinomial do segundo grau;
- Escrever a função quadrática na forma canônica;
- Propor problemas e exercícios matemáticos envolvendo a função quadrática;
- Determinar as coordenadas do vértice da parábola;
- Produzir uma segunda intervenção metodológica utilizando o Geogebra para analisar a relação do comportamento gráfico da parábola com os coeficientes da função quadrática na forma canônica;

2. FUNDAMENTAÇÃO TEÓRICA

Nesta seção, o trabalho busca fundamentar-se acerca das Tecnologias da informação e comunicação, destacando a importância de sua aplicação no processo de ensino e aprendizagem de matemática. Destacaremos o papel que o professor assume durante a introdução dessas tecnologias. Evidenciaremos como o uso das TIC's pode ser uma ferramenta auxiliadora no processo construção do conhecimento, atuando como elemento norteador capaz de mostrar as potencialidades e limitações dos assuntos abordados. Mostraremos também as características e a importância do Software dinâmico Geogebra 5.0 como ferramenta didática. Por fim, discorreremos sobre o pesquisa-ação como metodologia de trabalho.

2.1. O USO DAS TECNOLOGIAS DA INFORMAÇÃO (TIC'S) NA APRENDIZAGEM

Presenciamos atualmente em nossa sociedade uma grande ascensão dos meios tecnológicos de comunicação, sua evolução acontece diariamente, diante de nossos olhos, e conviver com essas constantes alterações criam novas possibilidades de ver e viver o mundo. Tais modificações refletem em nossas escolas, que precisam estar preparadas para adaptar-se a estas transformações.

De acordo com Silva e Correa (2014, p. 29)

> O uso dessas tecnologias passa a receber um novo olhar, ou pelo menos deveriam receber esse novo olhar a partir do educador e da escola, na incumbência de permitir estabelecer conexões entre contextos distintos, entre seres sociais diferentes, promovendo a aceitação, a convivência e logo a aprendizagem, que não é mais que uma troca de conhecimentos diversos adquiridos na sua trajetória de vida e que partem de um para o outro nesse processo de interrelação. (SILVA e CORREA, 2014, p. 29)

A escola quando vista como um ente facilitador do processo educacional deve propiciar o ensino e aprendizagem por meio de metodologias diversificadas, nessa vertente podemos destacar o uso de novas tecnologias, mas para isso é importante capacitar professores, possibilitando aos discentes uma construção do conhecimento interligado a experiências desenvolvidas durante atividades que utilizem tais recursos, mas não esquecendo da figura do professor, pois o mesmo será o mediador e responsável por todo o processo.

Silvano, (2011) afirma que

> A informática na educação exige a preparação do professor para ensinar não apenas a transmissão de conhecimento ou informática, mas para ser um mediador entre o conhecimento a ser adquirido e retido pelos alunos e sua aprendizagem, de modo a promover uma aprendizagem significativa dos conteúdos curriculares, usando os recursos de multimídias e softwares. (SILVANO, 2011)

Uso do computador na aprendizagem de matemática proporciona possibilidades dinâmicas para o aluno, uma vez que, esse recurso permite a construção, organização e reorganização de dados e informações com uma maior velocidade e precisão, potencializando assim esse método de aprender e fazer matemática.

Para Ersching (2006, p. 1 *apud* Soffa e Alcântara, 2013, p. 12) "as tecnologias na educação, empregadas como recurso pedagógico, adquire uma função fundamental no auxílio do processo ensino-aprendizagem, oferecendo ao discente uma perspectiva de mudar (re)construção do conhecimento".

Nesse processo o aluno sai do agente passivo para o ativo na construção do conhecimento, isso acontece devido o estudante ter que enfrentar situações onde o mesmo deve criar estruturas, estratégias, manipulações, interpretação de dados ou até mesmo criar dados para solucionar um problema, usando a sua criatividade ou tornando-se criativo.

Sobre esse processo no ensino médio, Os PCNEM (2000, p.41) dizem que

> [...] presença da tecnologia nos permitem afirmar que aprender Matemática no Ensino Médio deve ser mais do que memorizar resultados dessa ciência e que a aquisição do conhecimento matemático deve estar vinculada ao domínio de um saber fazer Matemática e de um saber pensar matemático. (BRASIL, 2000, p.41)

Almeida (2007, p.5) sobre o uso das TIC's reforça que

> O uso dessas tecnologias em contexto educativo para o desenvolvimento de atividades baseadas em concepções ativas da aprendizagem proporciona a integração entre conceitos e estratégias mobilizados e representados pelo aprendiz por meio das ferramentas disponíveis, [...] (ALMEIDA, 2007, p.5)

Nessa concepção, a utilização e implementação das TIC's em sala de aula, permite ao professor atualizar-se de seu real papel dentro desse processo, em que deixa de ser o dono do conhecimento e passar a assumir o papel de mediador no andamento da atividade proposta, tomando para si a maior responsabilidade, pois o ato de mediar deve ser embasado pela bagagem teórica que seja capaz de fazer o ensino e aprendizagem acontecer.

Valente e Almeida, (1997, p.15) afirmam que

> A sala de aula deve deixar de ser o lugar das carteiras enfileiradas para se tornar um local em que professor e alunos podem realizar um trabalho diversificado em relação a conhecimento e interesse. O papel do professor deixa de ser o de "entregador" de informação para ser o de facilitador do processo de aprendizagem. O aluno deixa de ser passivo, de ser o receptáculo das informações para ser ativo aprendiz, construtor do seu conhecimento. Portanto, a ênfase da educação deixa de ser a memorização da informação transmitida pelo professor e passa a ser a construção do conhecimento

> realizada pelo aluno de maneira significativa sendo o professor o facilitador desse processo de construção. (VALENTE e ALMEIDA, 1997, p.15)

O progresso da aprendizagem de Matemática deve andar lado a lado a ambientes que sejam capazes de reproduzir estruturas e executar estratégias criadas pelos alunos no desenvolvimento da sua criatividade. Para Mendes (2008, p.61) "O computador exerce um papel decisivo no ensino da matemática nos dias atuais em virtude das possibilidades de construção de modelos virtuais para a matemática imaginária. " Portanto, fica evidente que o sucesso da aplicação das TIC's depende da escolha dos *softwares* educativos, a fim de gerar um ambiente propício ao desenvolvimento intelectual dos educandos.

Reforçando ainda o argumento de Mendes e dos PCN's de Matemática, Pontes (2000 Apud LOPES, 2010, p. 14) afirmam que

> As TIC's podem ter um impacto muito significativo no ensino de disciplinas específicas, como a Matemática: pois seu uso pode reforçar a importância da linguagem gráfica e de novas formas de representação, valorizar as possibilidades de realização de projetos e atividades de modelação, exploração e investigação. (PONTES, 2000)

Desse modo, o uso adequado dessas tendências como metodologias conduzem o ensino de matemática para um caminho significativo, além de possibilitar tanto ao professor quanto ao aluno uma relação cognitiva com o ensino de matemática, evidenciando assim, o cunho de importância e aplicabilidade dessa ciência para o cotidiano.

2.2 A IMPORTÂNCIA DAS TIC'S NO ENSINO DE MATEMÁTICA

A Matemática, enquanto disciplina, sempre foi rodeada e taxada como algo muito complexo sendo destinada apenas para gênios ou superdotados. Esse estigma criou sobre essa ciência certo preconceito que originou dificuldades que direcionam-se ao frustramento na aprendizagem. Para Martins (2009, p. 2729) "A Matemática é uma disciplina tradicionalmente associada ao insucesso e, por isso, a investigação nesta área, procura muitas vezes novos métodos, novas práticas, novos recursos, que ajudem na obtenção de melhores resultados".

Continuando na mesma vertente, sobre o preconceito acerca dessa ciência, Ogliari (2008, p. 19) diz que "A Matemática é candidata a tornar-se cada vez mais distante de seus significados e objetivos na Educação Básica, pela forma como vem sendo vista por grande parte das pessoas, ou seja, como uma ciência isolada e desconexa do cotidiano".

As Tecnologias da informação e comunicação (TIC's) são, *a priori*, um dos recursos mais utilizados no processo de desenvolvimento do ensino que almeja tonar a Matemática algo mais atrativo, procurando obter êxito na aprendizagem.

Fernandes e Vaz (1998 apud Fernandes et al, 2006, p.292) enfatizam as razões de utilizar-se-á as TIC's nas aulas de matemáticas. Destacam que as Tecnologias possibilitam

> [...] promover uma aprendizagem mais profunda e significativa, favorecer uma abordagem mais indutiva e experimental da matemática e desenvolver as aplicações da matemática. A menor ênfase no cálculo e sua simplificação, permite explorar actividades matemáticas mais profundas e significativas através da abordagem na sala de aula de uma matemática mais realista, enfatizando múltiplas abordagens e diferentes formas de representação matemática; a rapidez com que permite gerar exemplos ou simular situações várias fornece-nos evidência para estabelecer conjecturas ou formular hipóteses, que devem ser confirmadas, sempre que possível, através de uma demonstração lógico-dedutiva, distinguindo-se o papel dos exemplos do dos contra-exemplos no estabelecimento da validade de uma propriedade; e nas aplicações intrínsecas à matemática destacam-se as várias abordagens e as diferentes representações de um problema, enquanto nas aplicações extrínsecas à matemática se destaca a diminuição do papel do cálculo. (FERNANDES e VAZ, 1998)

Fazer com que o ensino de Matemática torne-se algo significativo pressupõe que os envolvidos nesse processo notem as mudanças ocasionadas pelas tecnologias e moldem suas metodologias, trazendo para a sala de aula situações do cotidiano, fazendo com que o aluno perceba a mesma no seu dia, notando os padrões, componentes matemáticos e tenha uma linha de raciocínio matemático ligados a resoluções de problemas da sociedade.

Sendo assim, Ogliari (2008, p. 19) ainda afirma que "Ensinar uma Matemática mais significativa e voltada para aos interesses sociais é educar de forma democrática, ou seja, visando o alcance de todos, para que a sociedade possa participar, discutir e refletir as influências dessa ciência no dia-a-dia."

Outro fator bastante importante que contribui para a utilização das TIC's no processo de ensino de Matemática está associado ao aumento expressivo do acesso as ferramentas tecnológicas da sociedade. "As tecnologias estão, a cada dia, mais presentes em todos os ambientes. Na escola, professores e alunos já estão utilizando a TV, o vídeo, o DVD, o rádio, os computadores e a Internet na prática pedagógica, tornando o processo ensino aprendizagem mais significativo. " (PEREIRA, 2009)

Esse crescimento aliado a uma metodologia bem definida, viabiliza a capacidade de aprender matemática. Segundo Moran (2000, p.44 apud Pereira, 2009, p. 9) o computador proporciona várias nuances na prática no desenvolvimento do processo de construir o conhecimento matemático, pois as possibilidades de manipulação são diversas, que vão desde seguir um modelo já elaborado, a produzir algo inédito.

Portanto, acreditamos que ensinar Matemática através do uso das TIC's proporciona de acordo com Almeida (2007, p.5)

> a integração entre conceitos e estratégias mobilizados e representados pelo aprendiz por meio das ferramentas disponíveis, ao tempo que expõe o aprendiz a vivenciar: a abertura e a flexibilidade das relações entre espaço e tempo; a interação entre pessoas, das pessoas com os objetos de conhecimento, informações e tecnologias; a ampliação do acesso a informações hipermidiáticas continuamente atualizadas e com mecanismos automáticos de busca, seleção, recuperação, articulação e reformulação; o registro de processos e produtos; a criação de espaços para a expressão do pensamento; a comunicação multidirecional em processos síncronos ou assíncronos; a produção colaborativa de conhecimento. (ALMEIDA, 2007, p.5)

2.3 SOFTWARE GEOGEBRA: UMA FERRAMENTA EDUCATIVA

Atualmente, alguns softwares são utilizados no processo de ensino e aprendizagem. Com a aplicabilidade desses programas, gera-se ambientes com maior dinamismo para o desenvolvimento das práticas educativas, abrangendo e permitindo assim a variação das atividades através de uma metodologia acerca de uma visão construtiva do conhecimento, em especial o Matemático.

No ensino de Matemática, de acordo com Silva (2015, p.29), cada dia os meios tecnológicos são introduzidos nas metodologias como recursos didáticos, mesmo que de forma receosa, buscando uma alternativa ametódica que visa melhorar a prática do ensinar e aprender matemática. O programa utilizado no desenvolvimento deste trabalho, foi o *software* livre *Geogebra* 5.0, que encontra-se disponível para download em www.geogebra.org.

O Geogebra é uma ferramenta para o ensino de Matemática e áreas afins. Trata-se de um software dinâmico de fácil instalação bastante eficaz que possibilita o desenvolvimento de trabalhos que envolvam geometria, álgebra e cálculo. Segundo Coelho (2016, p. 37) “foi criado por Markus Hohenwarter da Flórida Atlantic University nos Estados Unidos em 2001”, foi desenvolvido para aprender e ensinar matemática nas escolas públicas nos níveis fundamental, médio e superior.

Ao acessar o site disponível acima, o usuário terá além do arquivo para download do programa, materiais com construções realizadas e disponibilizadas por outros usuários, um blog que lista eventos sobre o software no mundo e um fórum com tutoriais de construções no Geogebra.

Após fazer o download e instalar o programa, o usuário encontrará ao iniciar o software uma janela dividida em algumas partes. Destacamos na figura a seguir, os principais componentes da estrutura de visualização desse programa. São eles, Barra de Menus, Barra de

Ferramentas, Janela de Álgebra, Janela de Visualização ou Área de Trabalho e o Campo de Entrada.

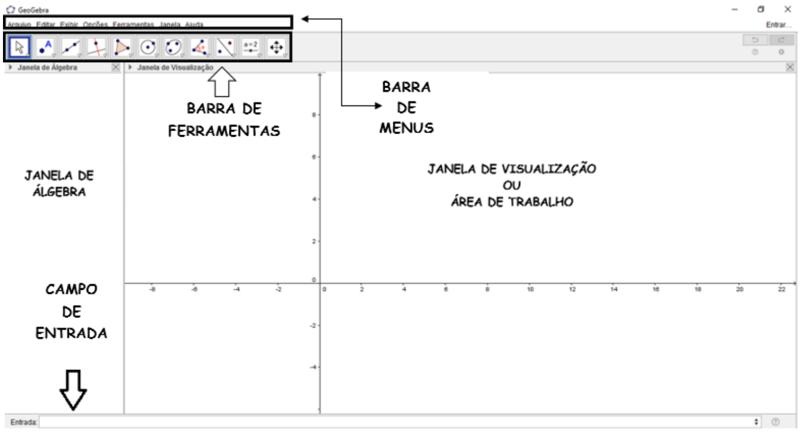


Figura 1: Estrutura do programa Geogebra
Fonte: Acervo do autor

- **Barra de Menus:**

Figura 2: Barra de Menus
Fonte: Acervo do autor

Na *Barra de Menus* estão as opções de configurações do programa que vão desde salvar o arquivo nas mais diversas extensões disponíveis, até editar objetos criados ou exibir outras opões de visualizações de dados como janela de visualização 3D, calculadora de probabilidades e etc.

- **Barra de Ferramentas:**

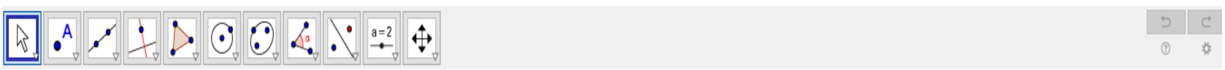


Figura 3: Barra de ferramentas
Fonte: Acervo do autor

Local onde encontram-se quase todos os objetos ou ferramentas que são utilizados nas construções. Inicialmente são apresentadas as seguintes ferramentas. "Mover", "Ponto", "Reta", "Reta Perpendicular", "Polígonos", "Círculo dado Centro e Um de seus pontos", "Elipse", "Ângulo", "Reflexão em Relação a uma Reta", "Controle Deslizante" e por fim

“Mover Janela de Visualização”. Ao passar a seta do mouse sobre qualquer umas dessas ferramentas, o programa indica com uma caixa de texto de forma sucinta, o nome de cada ferramenta e como utilizar cada uma na construção dos objetos.

- **Janela de álgebra:**

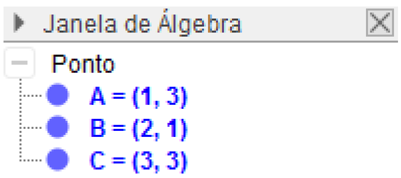


Figura 4: Janela de Álgebra
Fonte: Acervo do autor

É a região onde estão organizados os objetos criados a partir do uso das ferramentas da *barra de ferramenta* ou então através de comando inseridos no *campo de entrada*. Por exemplo, na figura 4 estão descriminado os objetos pontos “A”, “B” e “C” criados com a ferramenta “Ponto” ou então inserido no campo de entrada por meio dos seguintes comando, A = (1,3), B = (2,1) e C = (3,3). Sendo inserido de qualquer umas das formas, a *Janela de Álgebra* expõe suas coordenadas. Isso acontece com qualquer outro objeto.

- **Campo de entrada:**

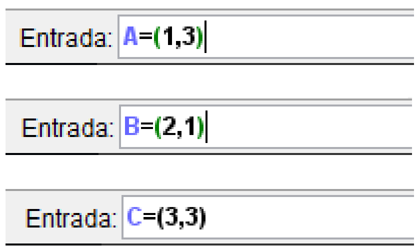


Figura 5: Campo de entrada
Fonte: Acervo do autor

Por meio deste campo são inseridas as funções, equações e coordenadas. Podemos também, através de uma lista de comandos, inserir a maioria dos objetos da barra de ferramentas. Alguns objetos que não estão na barra de ferramentas só podem ser utilizados pelo campo de entrada.

- **Janela de visualização ou área de trabalho:**

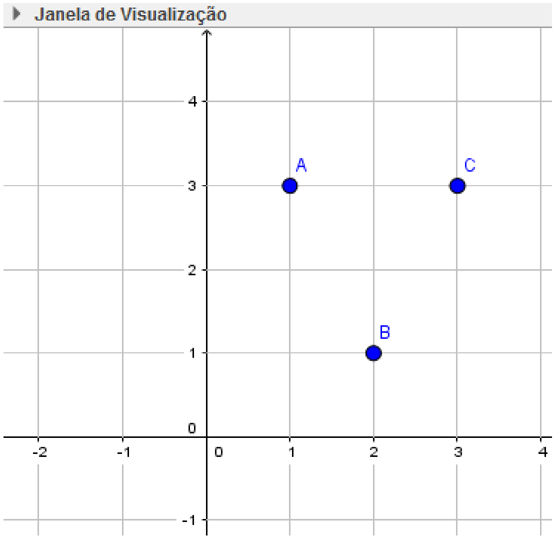


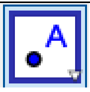
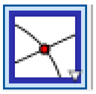
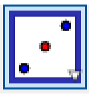
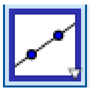
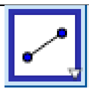
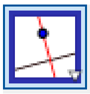
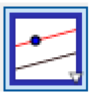
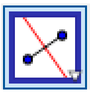
Figura 6: Janela de Visualização
Fonte: Acervo do autor

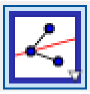
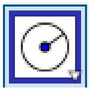
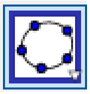
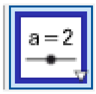
Local onde são apresentados todos os objetos dinâmicos do programa que são inseridos pela *Barra de Ferramentas* ou pelo *Campo de Entrada*. Na figura 6, temos a representação de 3 pontos criados. As atividades são desenvolvidas no programa por meio da construção ou criação de objetos. Denominamos objeto, qualquer item que esteja na janela de visualização do programa ou tenham sua representação na janela de álgebra. Desse modo, por meio da utilização de pontos, retas, segmentos de retas e etc., são feitas as construções geométricas.

O programa também permite a inserção de funções, equações e coordenadas, de modo que, objetos acabados podem ser alterados de acordo com a necessidade da aplicação do usuário. Essa dinâmica proporciona uma maior variação na construção de objetos, potencializando assim o ensino de matemática, pois características geométricas e algébricas de um mesmo objeto podem ser evidenciadas e abordadas de maneira mais eficiente.

Segue um quadro parcial com as ferramentas do programa e suas funções. São elencadas apenas a ferramentas utilizadas na construção da intervenção deste trabalho.

Tabela 01: Ferramentas utilizadas nas intervenções realizadas

ÍCONE	NOME	FUNÇÃO	COMO UTILIZAR **Considere que cada ferramenta já esteja selecionada.**
	Novo ponto	Criar um novo ponto.	Clique na área de trabalho.
	Intersecção entre dois objetos	Criar um ponto de intersecção entre dois objetos selecionado.	Clique em dois objetos distintos que tem pelos menos um ponto em comum.
	Ponto médio	Definir o ponto médio de um segmento de reta, ou então, encontrar o ponto médio entre dois pontos distintos.	Clique no segmento caso queira encontrar o ponto médio de um segmento; Clique em dois pontos distintos para determinar o ponto médio da distância entre eles.
	Reta Definida por Dois Pontos	Criar uma reta a partir de dois pontos,	Clique em dois lugares diferentes na área de trabalho.
	Segmento de reta	Criar um segmento de reta a partir de dois pontos.	Clique em dois lugares diferentes na área de trabalho.
	Reta perpendicular	Criar uma reta perpendicular a outra reta.	Inicialmente clique sobre uma reta, agora determine o local onde a reta perpendicular será fixada.
	Retas paralelas	Criar uma reta paralela a uma reta, segmento de reta ou semirreta.	Clique sobre uma reta, em seguida determine a distância entre as retas para fixar a reta perpendicular.
	Mediatriz	Criar uma nova reta perpendicular exatamente no ponto médio de um segmento de reta ou então no ponto médio entre dois pontos distintos.	Clique em cima de um segmento de reta para determinar a mediatriz desse segmento; Caso seja a mediatriz entre dois pontos, clique nos pontos um por vez.

	Bissetriz	Divide um determinado ângulo e dois ângulos iguais.	Clique sobre os pontos que determinam o referido ângulo.
	Círculo dados centro e raio	Criar uma circunferência a partir de um determinado centro com um raio especifico.	Determine o centro do círculo. Em seguida determine o comprimento do raio.
	Cônica definida por 5 pontos	Criar uma cônica a partir de cinco pontos distintos.	Clique sobre cinco pontos distintos.
	Distância, comprimento ou perímetro	Determinar a distância entre dois pontos, o comprimento de um segmento de reta e determinar o perímetro de uma figura plana.	Para determinar a distância entre dois pontos, clique nos pontos consecutivamente; Para determinar a o comprimento de um segmento, dê um clique sobre o comprimento desejado; Finalmente, para determinar o perímetro de uma figura, clique nos seus vértices consecutivamente.
	Controle deslizante	Criar um controle de dinâmica de um objeto.	Clique na área de trabalho e relacione o objeto criado com o controle deslizante através da nomeação do controle deslizante.

2.4.PESQUISA-AÇÃO

Nesta secção, nos deteremos ao tipo de pesquisa abordada, veremos a importância e o papel desempenhado pela mesma para a produção das informações que posteriormente serão analisados no decorrer deste trabalho de conclusão de curso.

Após determinar o tema de um estudo, a etapa seguinte é o ato de pesquisar, pois intuitivamente o primeiro passo do pesquisador é se fundamentar acerca do conteúdo abordado, isso dar-se-á por meio de uma busca de informações através de outros autores que também abordaram o mesmo assunto. De acordo com Booth, Colomb & Wiliams (2005, p. 7) essa ação, pesquisar, é simplesmente “reunir informações necessárias para encontrar respostas para uma pergunta e assim chegar a solução de um problema”.

De acordo com Gerhardt e Silveira (2009, p. 12) “Para se fazer uma pesquisa científica, não basta o desejo do pesquisador em realizá-la; é fundamental ter o conhecimento do assunto a ser pesquisado[...]”. Ao inteira-se teoricamente do conteúdo de uma pesquisa, o pesquisador desenvolve competências essenciais que lhe darão a habilidade de analisar, identificar problemáticas e através de metodologia de pesquisa, encontrar respostas para suas indagações. Assim, o tipo de pesquisa utilizada tem total importância no desenvolvimento de um trabalho.

O método de pesquisa empregado neste trabalho trata-se de uma proposta metodológica de cunho social que vem sendo aplicada em alguns países. Segundo Thiollent (1986, p.07) áreas como a educação, serviço social, militância política, comunicação e etc, tem bastante tendência a adotarem esse tipo de pesquisa.

Sobre pesquisa-ação o estudioso Thiollent (1985, apud Baldissera, 2001, p. 6) diz que

> A pesquisa-ação é um tipo de pesquisa social que é concebida e realizada em estreita associação com uma ação ou com a resolução de um problema coletivo e no qual os pesquisadores e os participantes representativos da situação da realidade a ser investigada estão envolvidos de modo cooperativo e participativo. (THIOLLENT, 1985, p.6)

De acordo com Pinto (1989, apud Baldissera, 2001, p. 10) “A metodologia da pesquisa-ação é entendida em sentido mais restrito, como sequência lógica e sistemática de passos intencionados, ou seja, passos com objetivos que se operacionalizam através de instrumentos e técnicas”.

Assim sendo, seguimos uma linha de raciocínio que vai da identificação de uma situação problema em um determinado público e chega a construção de uma proposta de intervenção educacional sistematizada que visa interferir no processo de ensino e aprendizagem matemático.

A intervenção proposta tem a finalidade de cumprir o objetivo principal deste tipo de pesquisa, que segundo Thiollent (1986) é

> [...] dar aos pesquisadores e grupos de participante os meios de se tornarem capazes de responder com maior eficiência aos problemas da situação em que vivem, em particular sob forma de diretrizes de ação transformadora. Trata-se de facilitar a busca de soluções aos problemas reais para os quais os procedimentos convencionais tem pouco contribuído. (THIOLLENT, 1986)

A aplicação das TIC’s como metodologia, dá ao nosso trabalho um caráter inovador, o que estreita mais ainda a relação deste com o método de pesquisa-ação, pois segundo Lemos e Borges (2015, p. 78)

> Essa intervenção é inovadora porque, além de fugir do padrão tradicional de apresentar ou dar a solução (como se o pesquisador finalmente descobrisse a verdade ao final da pesquisa), ela não tem a pretensão de apresentar verdades científicas absolutas, mas, pelo contrário, tem o objetivo de dialogar crenças e práticas com os participantes da pesquisa, o que, segundo o autor, “pode levar a um resultado específico imediato, no contexto do ensino-aprendizagem” (ENGEL, 2000, p.183).

De forma geral, a pesquisa ação constitui-se de um importante método para o processo educativo, pois de acordo com Baldissera (2001, p. 24)

> Sua principal característica a intervenção, se presta tanto à ação educativa, como conscientizadora com os envolvidos no processo de pesquisa. Como requer ação de transformação da realidade social, exige da equipe de pesquisa, preparação, pois a pesquisa cientifica dos processos sociais, tanto objetivos como subjetivos, deve saber trabalhar o objeto de estudo de forma interdisciplinar, integrante de diferentes concepções teóricas e práticas direcionadas a tomada de consciência coletiva para uma ação, também coletiva, na busca dos interesses dos envolvidos na pesquisa, ou seja, pesquisadores, pesquisados e comunidade. (BALDISSERA, 2001, p. 24)

3. PARÁBOLA

Em diversas situações do cotidiano, o saber matemático é aplicado para explicar a realização de acontecimentos da natureza ou até mesmo eventos projetados pelo ser humano que vão desde contextos muitos simples, como o arremesso de uma bola por um jogador de basquete em direção à cesta, a ocasiões mais complexas como: o lançamento de projéteis, construção de algumas pontes, antenas e etc. Nestes casos uma forma de aplicar o conhecimento matemático está na descrição dos movimentos realizados pelos objetos, esses movimentos denominamos parábola.

Vejamos agora a construção da parábola a partir de sua definição. " Consideramos um ponto *F* e uma reta *d* que não o contém. Chamamos parábola de foco *F* e diretriz *d* o conjunto dos pontos do plano distam igualmente de *F* e *d*" (DANTE, 2013 p.113).

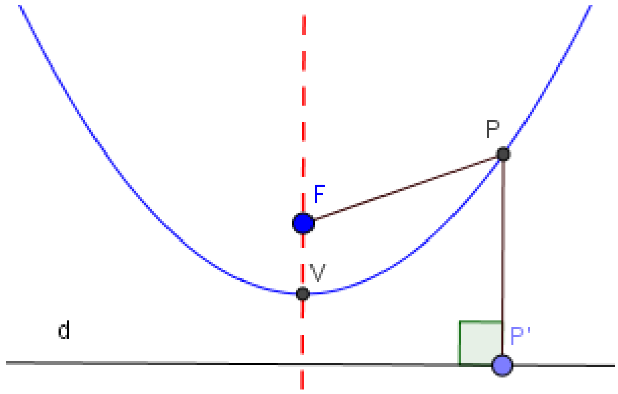


Figura 7: Parábola construída a partir de sua definição. Onde temos PF=PP'
Fonte: Acervo do autor

A imagem acima representa o esboço geométrico de uma parábola, de foco *F* e reta *d,* cujo ponto *V* é denominado de vértice da parábola e a reta perpendicular a *d* que passa pelos pontos *F* e *V,* chamamos de *eixo de simetria da parábola.*

Sem perca de generalidade, considere que a *figura 7* esteja no plano cartesiano, de modo que, o ponto *V* (0,0) represente a origem do plano e que também seja o ponto médio entre o ponto *F(0, p)* e a reta diretriz d. Logo a distância de F até d deve ser sempre igual ao módulo de |2p| e consequentemente o eixo das ordenadas do plano contenha o eixo de simetria da parábola. Dessa forma ao tomar um ponto genérico $P(x, y)$ pertencente à parábola, podemos obter os seguintes esboços, tais que:

Para $p > 0$ temos,

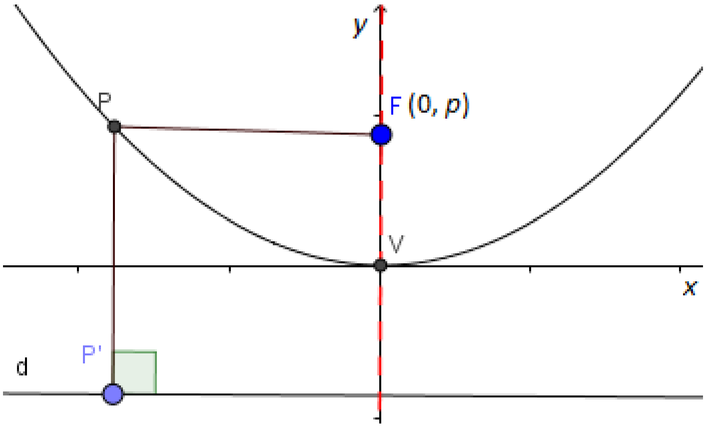


Figura 8: Representação genérica da parábola de parâmetro p
Fonte: Acervo do autor

Para $p < 0$ temos também,

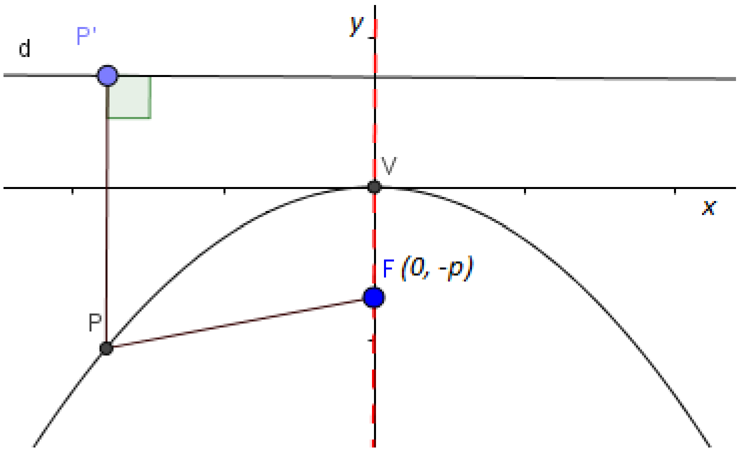


Figura 9: Representação genérica da parábola de parâmetro p < 0
Fonte: Acervo do autor

Assim temos o seguinte,

$$\overline{PP'} = |y + p|$$

$$\overline{PF} = \sqrt{(x-0)^2 + (y-p)^2}$$

Como $\overline{PP'} = \overline{PF}$, temos

$$|y + p| = \sqrt{(x-0)^2 + (y-p)^2}$$

Elevando ambos os membros ao quadrado ficamos com

$$(|y+p|\ )^2 \ = \left(\sqrt{(x-0)^2+(y-p)^2}\right)^2 \Rightarrow$$

$$y^2+2yp+p^2=x^2+y^2-2yp+p^2$$

Realizando as devidas somas algébricas ficamos com

$$2yp=x^2-2yp \Rightarrow x^2=4yp \Rightarrow y=\frac{1}{4p}\cdot x^2$$

Por tanto a equação $y=\frac{1}{4p}\cdot x^2$ determina uma parábola de foco *F* e diretriz *d* de vértice na origem, em função do parâmetro *p*.

4. FUNÇÃO QUADRÁTICA

Para fazermos uma discussão acerca das várias formas que uma função polinomial do segundo pode ser abordada, no deteremos a princípio na apresentação de alguns conceitos que serão fundamentais para o desenvolvimento deste trabalho. Sendo assim, de acordo com Lima (2012, p. 14) dizemos que "Uma função $f: R \to R$ chama-se *quadrática* quando existem números reais a, b, c, com $a \neq 0$, tais que $f(x) = ax^2 + bx + c$ para $x \in R$".

Veja alguns exemplos de funções reais, cuja lei de formação é definida abaixo:

I. $f(x) = x^2 + 2x - 7$, onde $a = 1, b = 2$ e $c = -7$
II. $n(x) = \ 3x - 11$, onde $a = 0, b = 3$ e $c = -1$
III. $g(x) = x^2 - 9x$, onde $a = 1, b = -9$ e $c = 0$
IV. $y(x) = x^2 - 4$, onde $a = 1, b = 0$ e $c = -4$
V. $h(x) = 20x^2$, onde $a = 20, b = 0$ e $c = 0$
VI. $m(x) = \frac{x^2}{2} - \ 3x + 1$, onde $a = \frac{1}{2},\ b = -3$ e $c = 1$

Perceba que ao analisar as funções dadas constataremos que o item (II) não se adequa ao conceito utilizado anteriormente, pois $a = 0$, dessa forma não trata-se de uma função quadrática. Nos atentemos agora aos demais itens, observe que pelo menos um dos coeficientes b ou c das funções g, y e h assumem valor igual a zero ($b = 0 \; ou \; c = 0$). Quando isso ocorre nas funções polinomiais do segundo grau, é denominada de funções quadráticas incompletas. Caso contrário, ou seja, quando forem atribuídos aos coeficientes b e c valores diferentes de zero ($b \neq 0$ e $c \neq 0$) chamaremos funções quadráticas completas**,** por exemplo as funções f e m.

4.1.ZEROS DA FUNÇÃO

Dante (2010, p. 154) afirma que "O estudo de função quadrática tem sua origem na resolução da equação do 2° grau". Desse modo, resolver a equação $ax^2 + bx + c = 0$, é determinar os valores reais de x (raízes da equação do segundo grau) tais que ao substituir o mesmo em x, tornamos o primeiro membro igual a zero. Por sua vez, sabemos que para definir o zeros de uma função, precisamos encontrar os valores de x que anulam a função, isto é, $f(x) = 0$, assim para encontrarmos os zeros da função quadrática $f: R \to R$ definida por $f(x) = ax^2 + bx + c$ os valores de $x \in R$, devermos resolver a equação:

$$ax^2 + bx + c = 0$$

Sendo assim, quando nos referimos a equações os resultados são chamados de raízes e quando nos direcionamos a funções quadráticas as mesmas são chamadas zeros da função.

4.2.FUNÇÃO QUADRÁTICA INCOMPLETA

Podemos observar que as funções quadráticas f, podem assumir três modelos distintos na sua forma incompleta, que variam de acordo com os seus respectivos coeficientes. Assim quando, b e c assumem o valor nulo, a mesma assume a forma $f(x) = ax^2$ ($b = 0$ e $c = 0$), ou então, quando ou b, ou c assumem valor igual a zero teremos as respectivas funções incompletas da forma $f(x) = ax^2 + c$ ($a \neq 0$ e $c \neq 0$) e $f(x) = ax^2 + bx$ ($a \neq 0$ e $b \neq 0$).

Assim para determinar os zeros da função quadrática incompleta f teremos os seguintes casos.

1° caso: $\boldsymbol{f(x) = ax^2}$

Igualando $f(x)$, temos:

$$f(x) = 0$$

Substituindo, ficamos com:

$$ax^2 = 0$$

Dividindo os dos membros da equação acima por a, teremos

$$x^2 = 0$$

Desse modo, o único valor que podemos atribuir x, de tal forma que, o seu quadrado seja igual a zero é o próprio zero. Logo, a função f tem como zeros, x' e x'', o seguinte valor :

$$x' = x'' = 0$$

2° caso: $\boldsymbol{f(x) = ax^2 + c}$

Semelhante ao caso anterior, iniciaremos fazendo a seguinte igualdade:

$$f(x) = 0$$

Do mesmo modo, vamos substituir o valor de f na equação acima, assim teremos:

$$ax^2 + c = 0$$

Subtraindo c em ambos os lados da equivalência a fim de isolar apenas a parcela que contém a incógnita x, ficamos com:

$$ax^2 + c - c = 0 - c$$

$$ax^2 = -c$$

Em seguida, dividindo os dois membro pelo coeficiente a temos:

$$x^2 = -\frac{c}{a}$$

Extraindo a raiz quadrada de ambos os membros da equação faremos:

$$\sqrt{x^2} = \sqrt{-\frac{c}{a}}$$

$$|x| = \sqrt{-\frac{c}{a}}$$

Logo, os zeros respectivos zeros da função são,

$$x' = \sqrt{-\frac{c}{a}} \; e \; x" = -\sqrt{-\frac{c}{a}}$$

Note que, para existe soluções reais, os valores dos coeficientes a e c devem possuir sinais diferentes, ou seja, ser números em posições lados opostos em relação ao zero numa reta numérica.

3° caso: $\boldsymbol{f(x) = ax^2 + bx}$

Repetindo o processo inicial, dos casos anteriores, para determinar os zeros da função f, façamos:

$$f(x) = 0$$

Substituindo, teremos

$$ax^2 + bx = 0$$

Note que existe um fator comum x presente nas duas parcelas do primeiro membro (Senão estiver claro, reescreva a equação anterior, onde $x^2 = x \cdot x$). Colocando o mesmo em evidencia, ficaremos com a seguinte equação:

$$x(ax + b) = 0$$

Nesta equivalência, temos uma multiplicação de dois fatores, x e $(ax + b)$, onde o produto é igual zero. Por consequência um desses fatores será igual a zero. De imediato neste caso, encontramos um dos zeros da função f, ou seja:

$$x' = 0$$

Igualando o outro fator a zero, iremos determinar a segunda solução x'', assim:

$$ax + b = 0$$

Pretendendo isolar x, devemos subtrair b em ambos os lados da igualdade, logo:

$$ax + b - b = 0 - b$$

$$ax = -b$$

Em seguida, dividindo os dois membros por a, teremos como zero da função:

$$x'' = -\frac{b}{a}$$

Assim os respectivos zeros de f são:

$$x' = 0 \text{ e } x'' = -\frac{b}{a}$$

4.3.COMPLETAR QUADRADOS

O método de completar quadrados trata-se de uma técnica utilizada para determinar as raízes de uma equação envolvendo um trinômio do segundo grau. Sendo que esse processo consiste em transformar o polinômio do segundo grau dado em um trinômio quadrado perfeito, cuja fatoração é equivalente ao quadrado da soma ou da diferença de dois termos, ou seja, $(a+b)^2$ e $(a-b)^2$.

Segundo Boyer (2012) verificamos que uma das obras mais relevantes do matemático e astrônomo hindu *Mohammed ibn Musa Al-Khwarizmi*, foi o livro *AL- Jabr*, que em latim *Liber algebrae et al mucabola*, encontra-se algumas aplicações envolvendo essa técnica destinada a resolução de alguns problemas que conduzem a obtenção das raízes da equação do segundo por meio de "receitas" para "completar quadrados", sem a necessidade do desenvolvimento da fórmula geral de resolução de um trinômio do segundo grau.

Vejamos o desenvolvimento do processo de completar quadrados na obtenção dos zeros da função $g{:}R \to R$ definida por $g(x) = x^2 + 10x - 39$.

Fazendo

$$g(x) = 0 \;\Rightarrow$$

$$x^2 + 10x - 39 = 0$$

Adicionando 39 aos dois membros, ficaremos:

$$x^2 + 10x - 39 \; + 39 = +39 \Rightarrow$$

$$x^2 + 10x = 39$$

Decompondo 10 em uma multiplicação envolvendo o fator 2, temos:

$$x^2 + 2 \cdot 5x = 39$$

Analisando o primeiro membro da equação acima, ou seja, $x^2 + 2 \cdot 5x$, começamos a perceber uma relação de correspondência com um trinômio quadrado perfeito (T.Q.P.) $a^2 + 2ab + b^2$, onde a expressão $x^2 + 2 \cdot 5x$ correspondem as duas primeiras parcelas do (T.Q.P.), ou seja, $a^2 + 2 \cdot ab$, com $a \; e \; b \in R$. Dessa forma, temos que $a = x \; e \; b = 5$ são respectivamente o primeiro e o segundo termo que compõe, após a fatoração, o produto notável do quadrado da soma de dois termos.

Desse modo, note que para compor um quadrado perfeito, temos que suprir a ausência do segundo termo elevado ao quadrado. Para isto, basta adicionar aos dois membros da equação o quadrado do segundo termo.

Logo, completado quadrado temos:

$$x^2 + 2 \cdot 5x + 5^2 = 39 + 5^2 \Rightarrow$$

$$x^2 + 2 \cdot 5x + 5^2 = 64$$

Acima temos o trinômio perfeito do segundo grau no primeiro membro, reescrevendo-o como um produto notável ficamos com a seguinte equação

$$(x + 5)^2 = 64$$

Extraindo a raiz quadrada de ambos os membros obteremos:

$$\sqrt{(x + 5)^2} = \sqrt{64}$$

$$|x + 5| = 8$$

Daí,

$$x + 5 = \pm 8$$

Da equação acima temos duas possibilidades de valores para a incógnita x

$$x + 5 = +8 \text{ e } x + 5 = -8$$

Subtraindo 5 dos dois lados da igualdade em ambas as equações ficamos com:

$$x + 5 - 5 = +8 - 5 \text{ e } x + 5 - 5 = -8 - 5$$

Portanto, para satisfazer as equações e respectivamente determinar os zeros da função g, x' e x'' assumem os seguintes valores:

$$x' = 3 \; e \; x'' = -13$$

4.4.ANÁLISE GEOMÉTRICA DO MÉTODO DE COMPLETAR QUADRADOS

Nessa secção iremos verificar o comportamento geométrico da técnica de completar quadrado para determinar os zeros de uma função polinomial do segundo grau. Baseado em Boyer (2012) partimos de uma equação encontrada em um dos livros do hindu *Al-Khwarizmi*, cujo problema era encontrar as dimensões de uma determinada área. Incialmente, a linha de pensamento a seguir acompanha o raciocínio do desenvolvimento dos problemas abordados pelos matemáticos antigos.

Dada a equação $x^2 + 4x = 12$, utilizada no livro *AL-jabr* vamos associar cada parcela dos dois membros a uma figura plana, nesse caso considere (x^2) a representação da área A_1 de um quadrado de lado x e $(4x)$ respectivamente a representação da área A_2 de um retângulo de lados 4 e x. De acordo com a equação abordada, a soma das áreas A_1 e A_2, ou seja, $(A_1 + A_2)$ será igual à 12 $unidades\ de\ medida$. Essas áreas serão representadas logo abaixo.

Entretanto, nos dediquemos a seguinte correlação. Solucionar esse problema, significar determinar os zeros de uma função $f: R \rightarrow R$, pois manipulando a equação em questão podemos reescrevê-la como uma função definida por $f(x) = x^2 + 4x - 12$. Tal passo fica a critério do leitor.

A imagem abaixo representa as áreas A_1 e A_2.

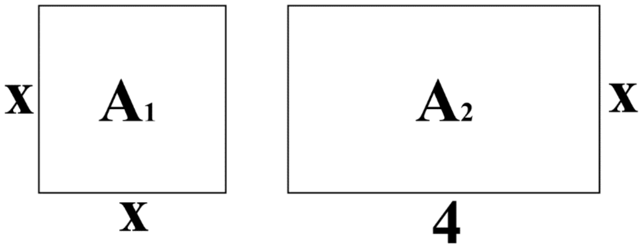


Figura 10: Representação geométrica da função f
Fonte: Acervo do autor

Dividindo a figura A_2 em quatro retângulos congruentes de dimensões $\boldsymbol{X}$ e 1 unidades de medida e dispondo cada um desses retângulos sobre os lados da figura A_1, obteremos da seguinte maneira:

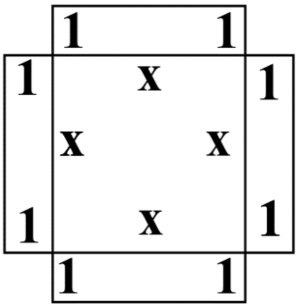


Figura 11: Soma dos retângulos sobre a área A_1
Fonte: Acervo do autor

No entanto a figura obtida ainda não forma um quadrado perfeito, pois falta 4 unidades de área que correspondem a quatro quadrados de área igual a 1 *unidade de medida*. Assim ao adicionar os respectivos quadrados, construiremos de fato um quadrado perfeito.

Veja a imagem a seguir.

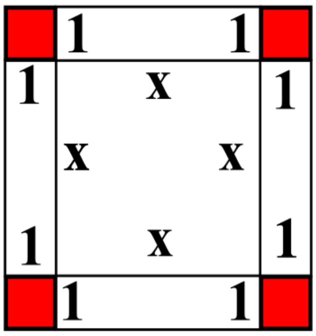


Figura 12: Adição dos quadrados de área igual a 1 unidades de medida. Fonte: Acervo do autor

Representando essa adição dos quatro quadrados de área 1, através da álgebra termos uma nova equação. Lembremo-nos que para manter a igualde verdadeira, teremos que fazer a adição nos dois membros da equação. Portanto, ficaremos com:

$$x^2 + 4x + 4 = 12 + 4$$

$$(x + 2)^2 = 16 \Rightarrow$$

$$x + 2 = 4 \Rightarrow$$

$$x = 2$$

Portanto, para a soma das áreas A_1 e A_2 serem igual a 12 unidades de medida, x assume valor igual a 2 unidades de medidas. Nos localizando no tempo, ressaltamos que a solução negativa foi desconsidera pelo fato de não existir ainda os números negativos na produção do problema. Outro motivo para desconsiderar a solução negativa, trata-se do fato que estamos abordando medidas de área.

4.5.FORMA CANÔNICA DA FUNÇÃO QUADRÁTICA.

Como vimos nos capítulos anteriores, sabemos que toda função quadrática pode ser escrita na forma $f(x) = ax^2 + bx + c$, sendo a, b e c números reais com $a \neq 0$ e $x \in R$. De posse dessa definição utilizaremos o método de completar quadrados para apresentamos uma forma diferente de representar uma função quadrática. Vejamos,

Tome a forma geral de uma função quadrática, $f(x) = ax^2 + bx + c$, vamos colocar no segundo membro o coeficiente a em evidência, ficaremos com:

$$f(x) = a\left[x^2 + \frac{b}{a}x + \frac{c}{a}\right],$$

Aplicando o método de completar quadrado nas parcelas $\left[x^2 + \frac{b}{a}x\right]$ temos,

$$f(x) = a\left[x^2 + 2\frac{b}{2a}x + \frac{b^2}{4a^2} - \frac{b^2}{4a^2} + \frac{c}{a}\right]$$

Perceba que no segundo membro da função acima, temos a presença de um trinômio quadrado perfeito. Fatorando, reduziremos o mesmo a um produto notável, neste caso, um quadrado da soma de dois temos. Assim, reescrevendo a função teremos:

$$f(x) = a\left[(x + \frac{b}{2a})^2 - \frac{b^2}{4a^2} + \frac{c}{a}\right]$$

Para simplificar mais a função acima, coloquemos -1 em evidência nas parcelas $\left[-\frac{b^2}{4a^2} + \frac{c}{a}\right]$ e em seguida e façamos o mmc das mesmas. Teremos então:

$$f(x) = a\left[(x + \frac{b}{2a})^2 - \frac{(b^2 - 4ac)}{4a^2}\right]$$

Aplicando a propriedade distributiva no segundo membro ficamos com:

$$f(x) = a\left(x + \frac{b}{2a}\right)^2 - \left[\frac{b^2 - 4ac}{4a}\right]$$

Temos aqui a forma canônica da função quadrática, que chamando $-\frac{b}{2a} = m$ e $-\frac{b^2-4ac}{4a} = k$ também podemos reescrevê-la do seguinte modo,

$$f(x) = a(x - m)^2 + \ k.$$

A análise da função quadrática na forma canônica, acarretará algumas consequências imediatas. Citamos aqui como exemplo o zero da função quadrática completa e estudo de máximos e mínimos que abordaremos no decorrer deste trabalho.

4.6. ZERO DA FUNÇÃO COMPLETA OU FÓRMULA GERAL DE RESOLUÇÃO DO TRINÔMIO DO SEGUNDO GRAU

Vimos anteriormente como determinar os zeros da função quadrática na sua forma incompleta, agora com auxílio da forma canônica acima encontraremos um método mnemônico para encontrarmos os zeros da função completas e incompletas, ou seja, uma fórmula geral de resolução.

Assim a título de exemplo, utilizaremos conceito empregado por PAIVA (2010, p. 160) para obtenção de tal fórmula geral, no qual diz que "Toda função do tipo $y = ax^2 + bx + c$, com a, b e c números reais e $a \neq 0$, é denominada função polinomial do 2°grau ou função quadrática".

Desse modo fazendo:

$$y = 0$$

Em seguida, substituindo temos:

$$ax^2 + bx + c = 0$$

Utilizando o processo de completar quadrado para chegar até a forma canônica ficaremos com a seguinte expressão

$$a\left(x + \frac{b}{2a}\right)^2 - \left[\frac{b^2 - 4ac}{4a}\right] = 0$$

Somando a parcela $\frac{b^2-4ac}{4a}$ em ambos os membros teremos:

$$a\left(x + \frac{b}{2a}\right)^2 = \frac{b^2 - 4ac}{4a}$$

Agora, dividindo os dois membros da equação por a, ficaremos com:

$$\left(x + \frac{b}{2a}\right)^2 = \frac{b^2 - 4ac}{4a^2}$$

Extraindo a raiz quadrada nos dois lados da igualdade temos:

$$\sqrt{\left(x + \frac{b}{2a}\right)^2} = \sqrt{\frac{b^2 - 4ac}{4\,a^2}}$$

Em seguida,

$$\left|x + \frac{b}{2a}\right| = \frac{\sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$

Daí,

$$x + \frac{b}{2a} = \pm\frac{\sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$

Subtraindo $\frac{b}{2a}$ nos dois lados da equação teremos:

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$

Denominaremos $b^2 - 4ac = \Delta$,

Logo,

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{\Delta}}{2a}$$

Assim, a fórmula geral de uma função polinomial do segundo grau tem como zeros os valores

$$x' = \frac{-b+\sqrt{\Delta}}{2a}\, e\, x'' = \frac{-b-\sqrt{\Delta}}{2a}$$

Na secção a seguir, partindo da forma resolutiva, vamos relacionar dos zeros de uma função quadrática com os seus respectivos coeficientes. A associação do discriminante (Δ) com a quantidade de zeros de uma função do segundo grau será importante para nos nortearmos inicialmente no processo. Desse modo, segue um quadro especificando essa correspondência.

Tabela 02: Quantidade de raízes da equação do 2º grau de acordo com o valor do discriminante

DISCRIMINANTE	**QUANTIDADES DE RAÍZES**
Discriminante maior que zero	Duas raízes reais diferentes
Discriminante igual a zero	Duas raízes reais iguais
Discriminante menor que zero	Nenhuma raiz real

4.7.RELAÇÃO ENTRE OS COEFICIENTES DA EQUAÇÃO DO SEGUNDO GRAU E A SOMA E PRODUTO DE SUAS RAÍZES.

Intuitivamente, quando nos deparamos com as funções quadráticas, é quase que imediato usarmos a formar resolutiva, que segundo LIMA (1996) apenas o Brasil tem o hábito nomeá-la por Bhaskara, para determinarmos as raízes de uma equação polinomial do segundo grau ou os zeros de uma função quadrática. Deixamos, evidente que não tem nenhum problema enquanto isso, porém, ao aprofundarmos os estudos descobrimos técnicas consideradas mais eficientes para tal finalidade. Estudaremos nessa secção a técnica conhecida por *soma* e *produto.*

Essa técnica consiste em relacionar diretamente as raízes da equação com os seus coeficientes, tornando-se um recurso interessante e rápido parar determinar os zeros de uma função quadrática. Esse tipo de solução constitui-se de uma das mais primitivas da Matemática, pois de acordo com Maurício (2013, p. 13) “Um dos problemas mais antigos da Matemática consiste em achar dois números, sendo conhecidos sua soma s e seu produto p”.

Assim para realizarmos uma análise mais geral, iremos partir da equação completa do trinômio do segundo grau, ou seja, $ax^2 + bx + c = 0$, com $a, b\ e\ c\ \in R$ e $a \neq 0$, a fim de demonstrarmos que as raízes x' e x'' dessa equação se relacionam com os seus respectivos coeficientes de modo que $x' + x'' = -\frac{b}{a}$ e $x' \cdot x'' = \frac{c}{a}$.

De modo que através da fórmula resolutiva de um trinômio do segundo grau, sabemos que as raízes x' e x'' assumem os seguintes valores:

$$x' = \frac{-b+\sqrt{b^2-4ac}}{2a} \quad \text{e} \quad x'' = \frac{-b-\sqrt{b^2-4ac}}{2a}$$

Desse modo, ao denotarmos a soma das raízes por *S*, ou seja:

$$S = x' + x''$$

E se substituirmos x' e x'' respectivamente por $\frac{-b+\sqrt{b^2-4ac}}{2a}$ e $\frac{-b-\sqrt{b^2-4ac}}{2a}$ ficaremos com:

$$S = \frac{-b+\sqrt{b^2-4ac}}{2a} + \frac{-b-\sqrt{b^2-4ac}}{2a}$$

Somando as frações obteremos:

$$S = \frac{-b+\sqrt{b^2-4ac}-b-\sqrt{b^2-4ac}}{2a}$$

Reduzindo os termos semelhantes ficamos com:

$$S = \frac{-2b}{2a}$$

Simplificando o segundo membro por 2 teremos:

$$S = \frac{-b}{a}$$

Agora designaremos por *P* o produto das raízes da equação, ou seja:

$$P = x' \cdot x''$$

Assim ao substituirmos x' e x'' respectivamente por $\frac{-b+\sqrt{b^2-4ac}}{2a}$ e $\frac{-b-\sqrt{b^2-4ac}}{2a}$ teremos:

$$P = \left(\frac{-b+\sqrt{b^2-4ac}}{2a}\right) \cdot \left(\frac{-b-\sqrt{b^2-4ac}}{2a}\right)$$

Note que ao multiplicarmos as frações entre si, devemos nos atentar que o produto dos termos que compõem os numeradores, representa um produto notável, ou seja, o produto da soma pela diferença de dois termos, assim:

$$P = \left(\frac{b^2 - b^2 + 4ac}{4a^2}\right)$$

Reduzindo os termos semelhantes, ficamos com o seguinte

$$P = \frac{4ac}{4a^2}$$

Fazendo a simplificação por 4 quatro na fração presente no segundo membro ficamos com:

$$P = \frac{c}{a}$$

Dessa forma concluímos que, a soma e o produto entre as duas raízes de uma equação do segundo grau (ou o zero de uma função quadrática) são respectivamente

$$x' + x'' = -\frac{b}{a} \text{ e } x' \cdot x'' = \frac{c}{a}$$

■

Note que, tanto a soma quanto o produto, são resultados de uma divisão pelo coeficiente *a* da função. Desse modo, esse método é mais indicado em dois casos. Quando o coeficiente *a* é igual a 1, ou então, quando os coeficientes *b* e *c* são múltiplos de *a*.

4.8. UMA REPRESENTAÇÃO GEOMETRICA DE UMA FUNÇÃO QUADRÁTICA

Nessa sessão iremos demonstrar que uma função quadrática é representada geometricamente por uma parábola. Vimos anteriormente que, dada uma função $f: \mathcal{R} \to \mathcal{R}$ do tipo $f(x) = ax^2 + bx + c$, podemos reescrevê-la da seguinte maneira,

$$f(x) = a\left(x + \frac{b}{2a}\right)^2 - \frac{\Delta}{4a}$$

Adicionando $\frac{\Delta}{4a}$ aos dois membros temos,

$$f(x) + \frac{\Delta}{4a} = a\left(x + \frac{b}{2a}\right)^2$$

Fazendo $f(x) + \frac{\Delta}{4a} = Y$ e $x + \frac{b}{2a} = X$ ficamos com,

$$Y = aX^2$$

Agora consideremos uma parábola com as mesmas características genéricas da *figura 8.* Temos o seguinte,

$$y = \frac{1}{4p} \cdot x^2$$

Assim, queremos concluir que $y = Y$, para que isso ocorra devemos ter $p = \frac{1}{4a}$, quando isso acontecer, temos $\frac{1}{4p} = a$, logo $y = ax^2$. Portando a parábola é uma representação gráfica de uma função polinomial de grau 2.

4.9.VALOR MÍNIMO E MÁXIMO DA FUNÇÃO POLINOMIAL DO SEGUNDO GRAU

Considere a função quadrática *f* cuja forma canônica é:

$$f(x) = a(x-m)^2 + k.$$

Note que:

$$(x-m)^2 \geq 0$$

Agora, multiplicando a desigualdade acima por a, donde $a > 0$, ficamos com:

$$a(x-m)^2 \geq 0$$

Em seguida, somando k nos dois membros da desigualdade, teremos:

$$a(x-m)^2 + k \geq k$$

Com isso verificarmos que no primeiro membro temos a representação da função f na forma canônica. Já no segundo membro podemos substituir $k = -\frac{b^2-4ac}{4a}$. Assim:

$$f(x) \geq k \Rightarrow f(x) \geq -\frac{b^2-4ac}{4a}$$

Como $b^2 - 4ac = \Delta$, tem que:

$$f(x) \geq -\frac{\Delta}{4a}$$

Desse modo, quando $a > 0$, f terá o valor mínimo $-k$, ou seja $k = -\frac{\Delta}{4a}$. Note que o valor mínimo coincide com o y_v (ordena do vértice). Assim sendo, $Im(f) = \{y \mid y \geq -\frac{\Delta}{4a}, \text{com } x \in D(f)\}$. Para determinar $-k$, basta fazer $x = m = -\frac{b}{2a}$, o valor dessa coordenada x corresponde a abcissa do vértice (x_v) dessa parábola, ou o ponto de mínimo da função.

De modo análogo, fazendo:

$$(x+m)^2 \geq 0$$

Multiplicando os dois membros da desigualdade acima por a, onde $a < 0$, teremos:

$$a(x+m)^2 \leq 0$$

Subtraindo k nos dois membros da desigualdade anterior, teremos:

$$a(x+m)^2 - k \leq -k$$

Perceba no primeiro membro a presença da representação da função f na forma canônica. Enquanto no segundo membro podemos substituir $k = \frac{b^2-4ac}{4a}$. Assim:

$$f(x) \leq -\frac{b^2-4ac}{4a}$$

Fazendo $b^2 - 4ac = \Delta$, tem que:

$$f(x) \geq -\frac{\Delta}{4a}$$

Desse modo, quando $a < 0$, f terá o valor máximo $-k$, onde $k = -\frac{\Delta}{4a}$. De modo análogo, perceba o valor máximo também coincide com a ordenada do vértice (y_v). Assim sendo, $Im(f) = \{y \mid y \geq -\frac{\Delta}{4a}$, onde $x \in D(f)\}$. Do mesmo, Para determinar $-k$, basta fazer $x = m = -\frac{b}{2a}$, o valor dessa coordenada do x corresponde a abcissa do vértice (x_v) dessa parábola, ou o ponto de máximo da função.

5. METODOLOGIA

A partir de contatos com disciplinas especificas do curso de Licenciatura em Matemática, a proposta deste trabalho foi tomando corpo e sendo produzida de acordo com as experiências vivenciadas no PIBID. No decorrer do desenvolvimento das atividades deste Programa, as observações proporcionaram a identificação de algumas deficiências no ensino e aprendizagem de estudantes em relação a Matemática.

Apresentar uma abordagem metodológica para tentar minimizar as deficiências notadas, foi um dos principais propósitos que nos levaram a criação desse estudo e consequentemente elaboração dessa proposta de intervenção educacional.

A pesquisa-ação, o método de pesquisa utilizado, foi fundamental nesse estudo, pois a partir dela adquirimos as habilidades necessárias para elaborar essa proposta de intervenção visando interferir no modo de ensino e aprendizagem de matemática.

Essa Intervenção, está direcionada a alunos da primeira série do Ensino Médio, pois é nesse ciclo que o estudante é apresentado ao conteúdo que norteia todo este trabalho. Essa proposta constitui-se de uma estratégia que viabiliza a realização de aulas mais dinâmicas e estimulantes, mas ainda, a mesma foi sistematizada em três etapas que propõem ao aluno a possibilidade de construir o seu conhecimento por meio da organização de estratégias e apresentação de soluções aos questionários orientados.

Os questionários que fazem parte dessa proposta, servirão como fonte de dados para a análise posterior a aplicação dos mesmos. Análise essa, que poderá ser feita de forma qualitativa, quantitativa ou ainda quali-quantitativa, caberá ao aplicador decidir a forma que desejar analisar tais informações obtidas.

5.1.PROPOSTA DE INTERVEÇÃO EDUCACIONAL

Seguindo as etapas abaixo, buscamos propor uma intervenção significativa que contribua para o desenvolvimento no ensino do conteúdo estabelecido nesse estudo, funções polinomiais de grau 2.

Etapa 1: ATIVIDADE 01

Está etapa inicial, intitulada ATIVIDADE 01, é composta por um Roteiro e um Questionário, que juntos visam propor aos discentes uma aprendizagem consistente, através de passos que levam ao esboço gráfico de uma parábola e seus elementos. Os estudantes devem se ambientar das ferramentas e objetos expostos na *Tabela 01* para desenvolverem bem esta etapa.

Para aplicar o Roteiro e Questionário I, os alunos devem ter acesso a computadores que em sua configuração esteja instalado o software livre Geogebra 5.0. Ficará a critério do aplicador decidir se a atividade irá ser realizada individualmente ou em grupo. No caso de aplicação em grupo, cada aluno responderá um questionário, pois existem perguntas pessoais nos mesmo, dessa forma esses questionamentos têm que ficar claro no trabalho.

Primeiramente, aos alunos será entregue um roteiro que indicará, através de um passo a passo e ilustrações, como deverá ser feita a primeira construção no Geogebra. Trata-se de um caminho que leva o aluno a produzir, por meio de circunferências concêntricas, a representação gráfica de uma parábola. Ao final do roteiro, os alunos deverão ter a seguinte construção.

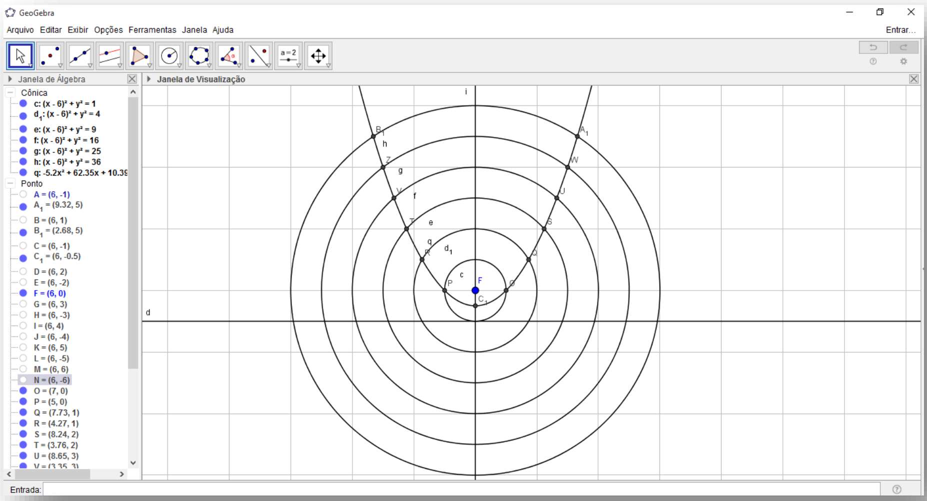


Figura 13: construção final do roteiro
Fonte: Acervo do autor

Após a finalização desta construção, aos alunos deve ser entregue o questionário, composto por oito questões, sendo seis discursivas e duas objetivas, que visam fazer com que o aluno ao respondê-lo, defina de forma significativa o que é uma parábola e os elementos necessários para realizar seu esboço gráfico.

Este momento inicial, está planejado para ser realizado em até quatro aulas de 45 minutos cada, de modo que, a primeira aula deve ser dedicada a construção a partir do roteiro e a segunda ao preenchimento do questionário.

O questionário é composto por questões estão direcionadas a definição da parábola e questões que permitem ao aluno expor sua relação com as Tecnologias. A primeira pergunta, tem a finalidade d fazer o aluno relacionar o objeto construído com situações no dia a dia, fazendo que o mesmo perceba a aplicabilidade deste conteúdo no seu cotidiano.

As questões dois e três, dão início subjetivamente a construção da definição. Espera-se que os alunos ao responderem os itens *a, b, c, d* e *e* da questão dois, notem uma relação comum entre as respostas. Os alunos devem notar que as medidas de distâncias dos pontos destacados na parábola são iguais para o foco *F* e a diretriz *d*. É na questão três, que os estudantes vão formular uma resposta a partir desta relação, no qual, esperamos que os mesmos, percebam que os pontos pertencentes à representação estão numa mesma distância do foco *F* e reta diretriz *d.*

Dando sequência, a questão quatro composta pelos itens *a*, *b* e *c,* tem o objetivo de evidenciar a existência de uma reta que contenha os pontos médios do segmentos paralelos a diretriz *d*. No item *c,* esperamos que os estudantes consigam notar que essa reta "separa" o objeto construído em duas partes simétricas. Chamamos essa reta de *eixo de simetria da parábola.*

A questão cinco tem a intenção de fazer com que o aluno formule, a partir das respostas das questões dois, três e quatro, uma definição para o objeto construído. Está é uma das questões primordiais deste questionário, a analise dessa resposta será comparada diretamente com as definições encontradas nos livros de matemática. Sendo assim, os alunos devem ser orientados a terem uma maior precaução nesta parte.

Finalmente, as questões seis, sete e oito tem o objetivo de deixar claro qual a relação que os alunos têm com o uso das tecnologias no ensino, em especial no Ensino e Aprendizagem de Matemática. Após isso, será finalizada a etapa 1.

Etapa 2: ENCONTROS DE ESTUDOS

Dando sequência, esta etapa será realizada num total de cinco reuniões com duração de 90 minutos cada. Nestes encontros, o professor deve propor aulas, onde abordará os conteúdos elencados neste trabalho. Recomendamos, que durante o primeiro encontro o docente aborde o capítulo 3, organizando uma aula dialogal que evidencie situações onde a aplicabilidade das parábolas se faz presente.

Ressaltamos a importância deste primeiro momento. Assim, como sugestão segue nos apêndices deste trabalho um plano de aula e uns slides que tem o objetivo de nortear o docente de como tratar aplicações das parábolas.

Nos demais encontros, indicamos que o professor aborde em suas aulas o capítulo 4 e seus respectivos subitens. Estes, também serão conteúdos primordiais para conclusão desta etapa e darão embasamentos aos estudantes para a realização da terceira e última etapa.

Etapa 3: ATIVIDADE 02

Para finalizar nossa proposta, temos ATIVIDADE 02. Esta é a parte que se propõe de fato a analise comportamental do gráfico da função quadrática. Composto por sete questões, os alunos ao cumprir as fases nele propostas, deverão ir descrevendo à medida que o manuseiam, o que percebem ao manipular no programa os seletores que representam respectivamente os coeficientes que compõem uma função do segundo grau na forma fatorada, denominada canônica.

Na primeira questão, o aluno é posto a perceber como a parábola se comporta de acordo com a variação do coeficiente a quando atribuído valores reais a ele. Esperamos, que no local indicado o aluno consiga relatar que como o gráfico varia quando $a > 0$, $a = 0$ e $a < 0$.

Na sequência, a questão dois o aluno deverá fazer essa mesma análise, agora em relação ao coeficiente *m*, onde o mesmo representará os valores reais. De modo análogo, no local especificado o aluno devera perceber e descrever como o gráfico se comporta quando $m > 0$, $m = 0$ e $m < 0$.

Finalmente, para o ultimo coeficiente da forma canônica, na questão três o estudante também deverá notar o comportamento gráfico do termo k em relação aos números reais e no local desejado descrever como o gráfico se comporta de acordo com $k > 0$, $k = 0$ e $k < 0$.

A questão quatro, tem o objetivo de propor um feedback dos alunos em relação a metodologia utilizada. Esse item tem o caráter de evidenciar a análise qualitativa dos dados, pois aqui os alunos também poderão deixar claro que se houve uma aprendizagem significativa em relação ao comportamento gráfico da função em relação aos seus coeficientes.

Por fim, as questões cinco, seis e sete tem a finalidade de verificar a aprendizagem do ensino dos conteúdos abordados na *etapa 2* dessa proposta. Todo o material utilizado nas etapas 1, 2 e 3 estão disponíveis como apêndices desse trabalho.

6. CONSIDERAÇÕES FINAIS

O presente trabalho teve como principal meta propor uma intervenção que visasse dirimir as necessidades e dificuldades percebidas em relação ao ensino das funções quadráticas. No planejamento desse estudo, incluímos o uso das Tecnologias de Informação e Comunicação através da ferramenta dinâmica Geogebra 5.0 como uma metodologia diferenciada para cumprir nosso objetivo.

Respaldados por autores como Almeida, Silva e Correa, Pontes, Ogliari e também nos PCN's de matemática, afirmamos o cunho de importância que as TIC's tem quando são atreladas a educação, em especial ao ensino de matemática. Ressaltamos ainda, que as obras dos autores Elon Lages Lima, Dante e Manoel Paiva foram fundamentais para o entendimento e abordagem do tema deste trabalho.

Após a pesquisa bibliográfica e realização da intervenção, constatamos que essa tendência proporciona ao aluno possibilidades mais abrangentes em relação ao ensino e aprendizagem das funções quadráticas, pois etapas como organização de estratégias, execução de ações e verificação de resultados, se concretizam nesse tipo de abordagem e fazem com que o estudante se torne o construtor do seu próprio conhecimento. Consideramos que este trabalho não é um estudo fim. O mesmo pode servir como norte para outros professores que estiverem interessados, dando a possibilidade de ser utilizados de outras maneiras, desde que sejam adequadas as metodologias e os objetivos.

Finalmente, visando o melhoramento do ensino de Matemática e a propagação de experiências que envolvam abordagens metodológicas diferenciadas, consideramos que este trabalho cumpre o seu objetivo.

7. REFERÊNCIAS

ALMEIDA, Maria Elizabeth Bianconcini de. Tecnologias digitais na educação: o futuro é hoje. **E-TIC. 5º Encontro de Educação e Tecnologias de Informação e Comunicação, São Paulo**, 2007.

BALDISSERA, Adelina. Pesquisa-ação: uma metodologia do "conhecer" e do "agir" coletivo. **Sociedade em Debate**, v. 7, n. 2, p. 5-25, 2011.

BOOTH, Wayne C.; COLOMB, Gregory G.; WILLIAMS, Joseph M. **A arte da pesquisa**. Martins Fontes, 2005.

BOYER, Carl Benjamin; MERZBACH, U. C. **História da Matemática**. 3ª. Edição. São Paulo: Blucher, 2012.

BRASIL. **Parâmetros Curriculares Nacional (PCN's)**. Matemática. Ensino Fundamental. Brasília: MEC/ SEF, 1998.

COELHO, José Renato Paveis. **O GEOGEBRA NO ENSINO DAS FUNÇÕES**

DANTE, Luiz Roberto. **Matemática: contexto e aplicações**. São Paulo: Ática, v. 3, 2010.

DANTE, Luiz Roberto. **Matemática: contexto e aplicações**. 2. Ed. São Paulo: Ática, 2013.

EXPONENCIAIS. 2016. Dissertação de Mestrado. Universidade Estadual Do Norte Fluminense Darcy Ribeiro – Uenf Campos Dos Goytacazes – RJ.

FERNANDES, José António et al. **Tecnologias de informação e comunicação no currículo de Matemática do ensino secundário após a reforma curricular de 1986**. 2006.

GERHARDT, Tatiana Engel; SILVEIRA, Denise Tolfo. **Métodos de pesquisa**. Plageder, 2009.

LEMOS, Laís; BORGES, Jadson. PESQUISA-AÇÃO E AGÊNCIA EM SALA DE AULA. In: **International Congress of Critical Applied Linguistics**. Vol. 19. 2015.

LIMA, Elon Lages et al. **A matemática do ensino médio**. Rio de Janeiro: SBEM, v. 1, 2002.

____________________. **A matemática do ensino médio**. Rio de Janeiro: SBEM, v. 1, 2012.
____________________. **A matemática do ensino médio**. Rio de Janeiro: SBEM, v. 1, 1996.

LOPES, Maria Maroni. **Construção e aplicação de uma sequência didática para o ensino de trigonometria usando software geogebra**. 2010. Dissertação de Mestrado. Universidade Federal do Rio Grande do Norte.

MARTINS, Zélia. As TIC no ensino-aprendizagem da matemática. In: **Actas do X Congresso Internacional Galego-Português de Psicopedagogia**. 2009.

MAURÍCIO, Henrique Aparecido. **Da equação do 2º grau aos métodos numéricos para resolução de equações.** 2013. Dissertação de Mestrado. Universidade Federal de Juiz de Fora.

MENDES, Iran Abreu. **Tendências metodológicas no ensino de matemática.** Belém: Ed. UFPA, 2008

OGLIARI, Lucas Nunes. **A matemática no cotidiano e na sociedade: perspectivas do aluno do ensino médio**. 2008. Dissertação de Mestrado. Pontifícia Universidade Católica do Rio Grande do Sul.

PAIVA, Manoel. **Matemática Paiva**. São Paulo: Moderna, v. 1, 2010.
PEREIRA, Bernadete Terezinha; FREITAS, Maria do Carmo D. **O uso das tecnologias da informação e comunicação na prática pedagógica da escola**. Universidade Federal do Paraná, p. 1381-8, 2009.

PAIVA, Manoel. **Matemática**. São Paulo. Moderna, 1999. p. 378-380

SILVA, R. F.; CORREA, E. S. **NOVAS TECNOLOGIAS E EDUCAÇÃO:** A EVOLUÇÃO DO PROCESSO DE ENSINO E APRENDIZAGEM NA SOCIEDADE CONTEMPORÂNEA. Revista Educação & Linguagens, Ceará, n° 1, Jun, p. 23-35, 2014.

SILVA, Tiago Leão. **O ENSINO DE FUNÇÕES POLINOMIAIS DO 2º GRAU: Uma aplicação com o software GeoGebra.** 2015. Dissertação de Mestrado. Universidade Federal Rural do Semi-Árido de Mossoró.

SOFFA, Marilice Mugnaini; ALCÂNTARA, Paulo Roberto de Carvalho. O uso do software educativo: reflexões da prática docente na sala informatizada. In: **CONGRESSO NACIONAL DE EDUCAÇÃO (EDUCERE)**. 2008.

THIOLLENT, Michel. Metodologia da pesquisa-ação. In: **Metodologia da pesquisa-ação**. Cortez, 2011.

VALENTE, José Armando; ALMEIDA, Fernando José de. Visão analítica da informática na educação no Brasil: a questão da formação do professor. **Brazilian Journal of Computers in Education**, v. 1, n. 1, p. 45-60, 1997.

8. APÊNDICE

Apêndice 01: Atividade 01

ATIVIDADE 01

Caros alunos, durante essa aula realizaremos algumas construções geométricas com o auxílio do software de geometria dinâmica GEOGEBRA.

PRIMEIRA CONSTRUÇÃO GEOMÉTRICA

Vejamos o passo a passo:

- Para iniciarmos a construção geométrica, será preciso que você desabilite a opção *eixos* e habilitar a opção *malha*. Para isso dê um clique com o botão direito do mouse na área de trabalho e desmarque a opção *eixos* e em seguida marque a opção *malha*, veja:

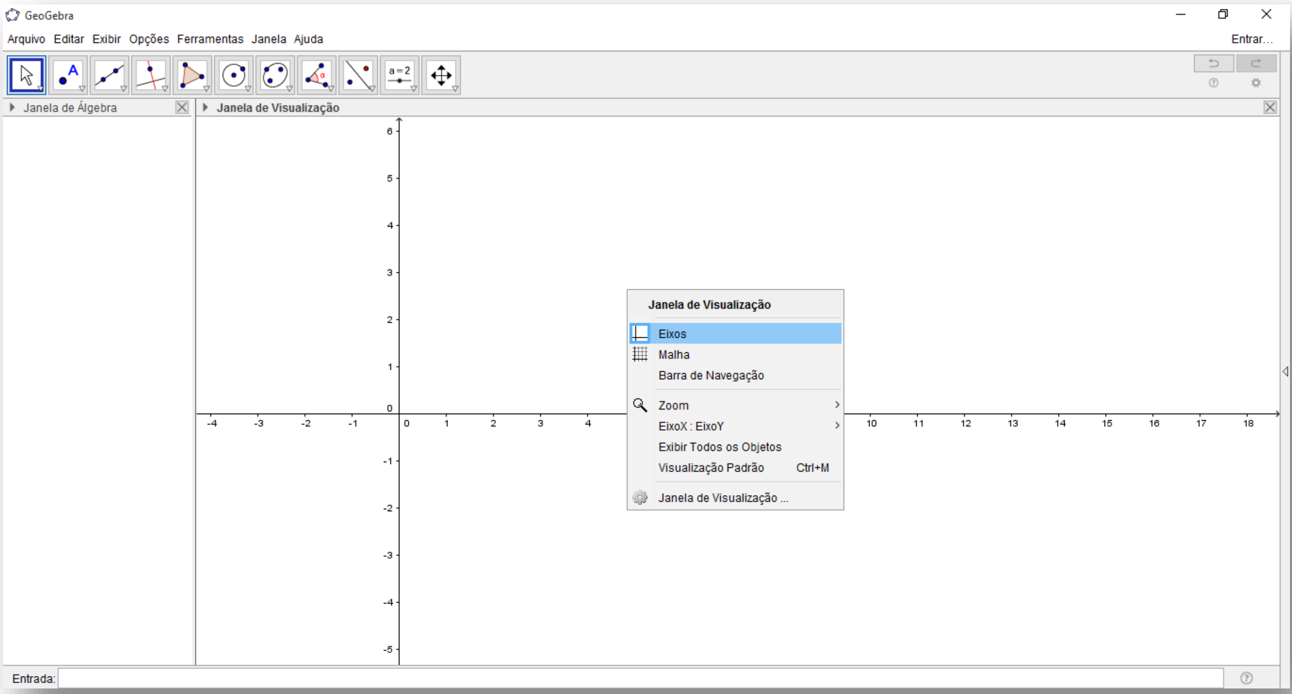


Figura 14: Desabilitando a opção eixos
Fonte: Acervo do autor

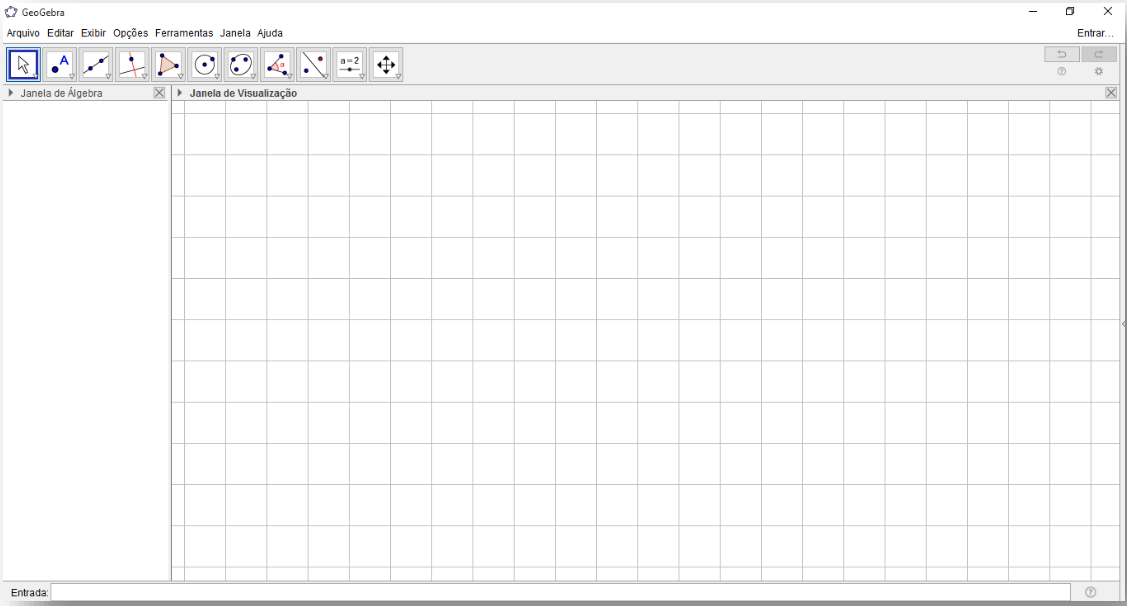


Figura 15: Área de trabalho após habilitar a opção malha
Fonte: Acervo do autor

- Agora na janela de visualização faça um ponto que esteja na interseção de duas linhas da malha, observe as *figuras 3* e *4* abaixo:

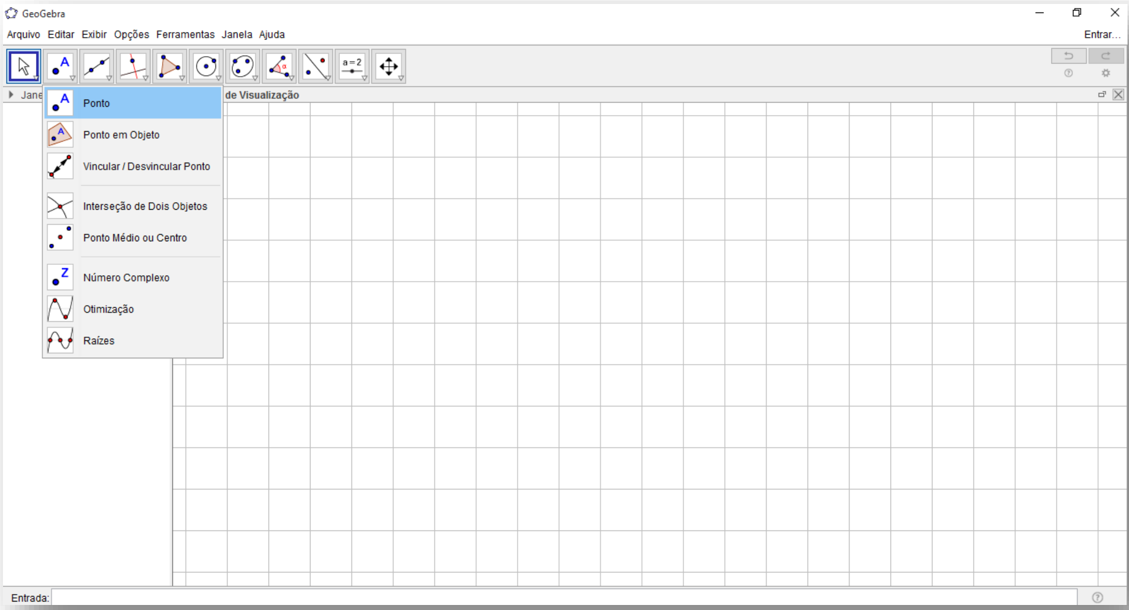


Figura 16: Selecionando o objeto Ponto
Fonte: Acervo do autor

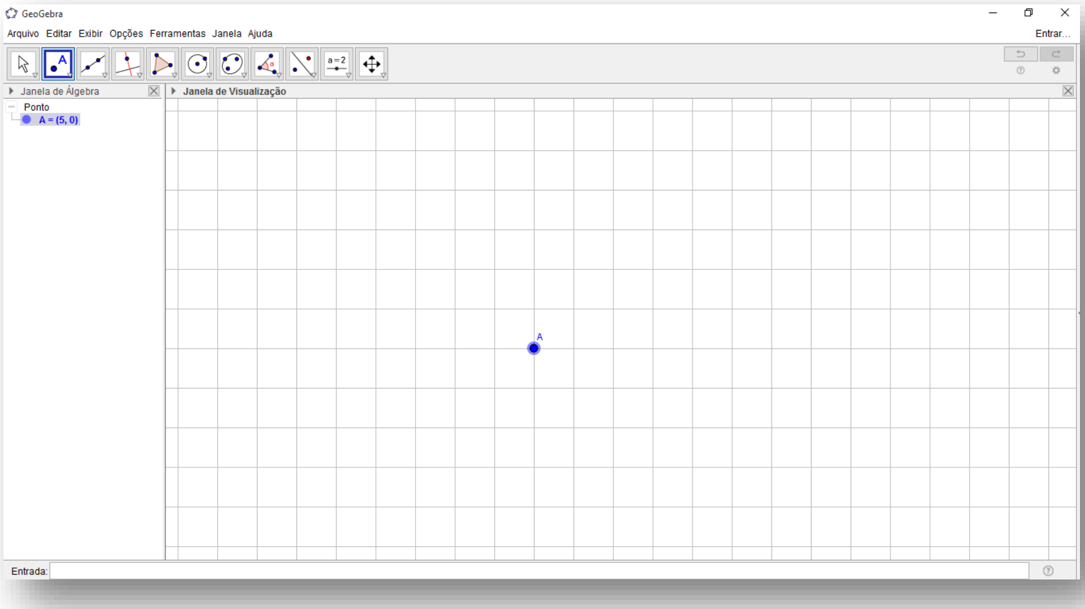


Figura 17: Ponto A criado
Fonte: Acervo do autor

- Em seguida vamos renomear o ponto *A* de *F*, para isso é preciso que você clique com o botão direito do mouse sobre o mesmo, ao abrir a caixa de mensagem, vá na opção *Renomear* e renomeie de *F*. Veja as figuras abaixo.

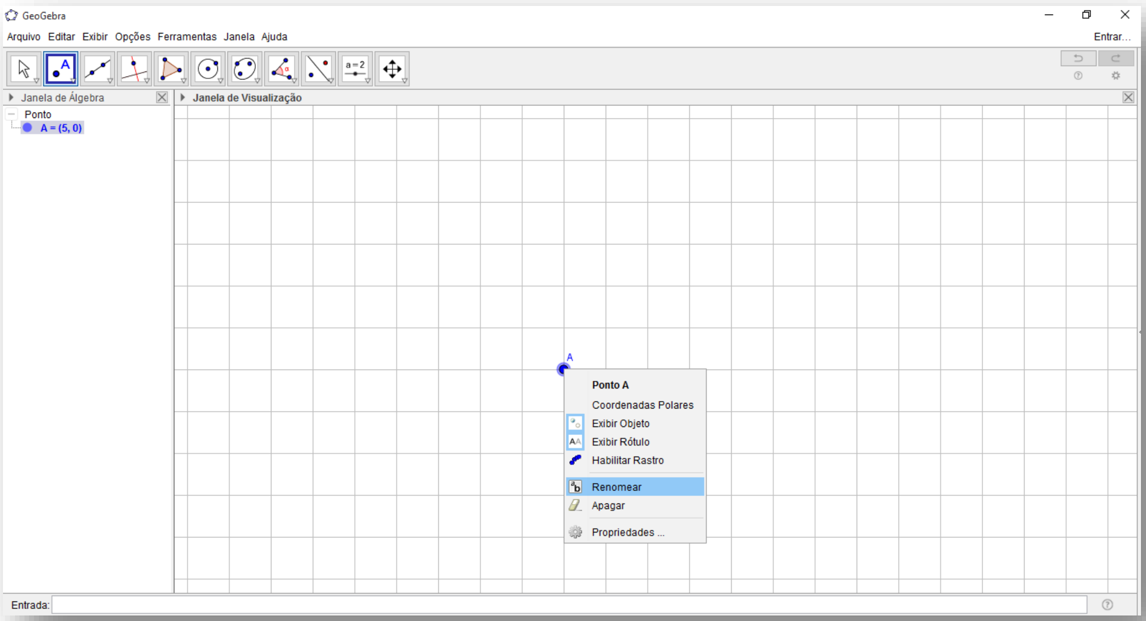


Figura 18: Opção renomear
Fonte: Acervo do autor

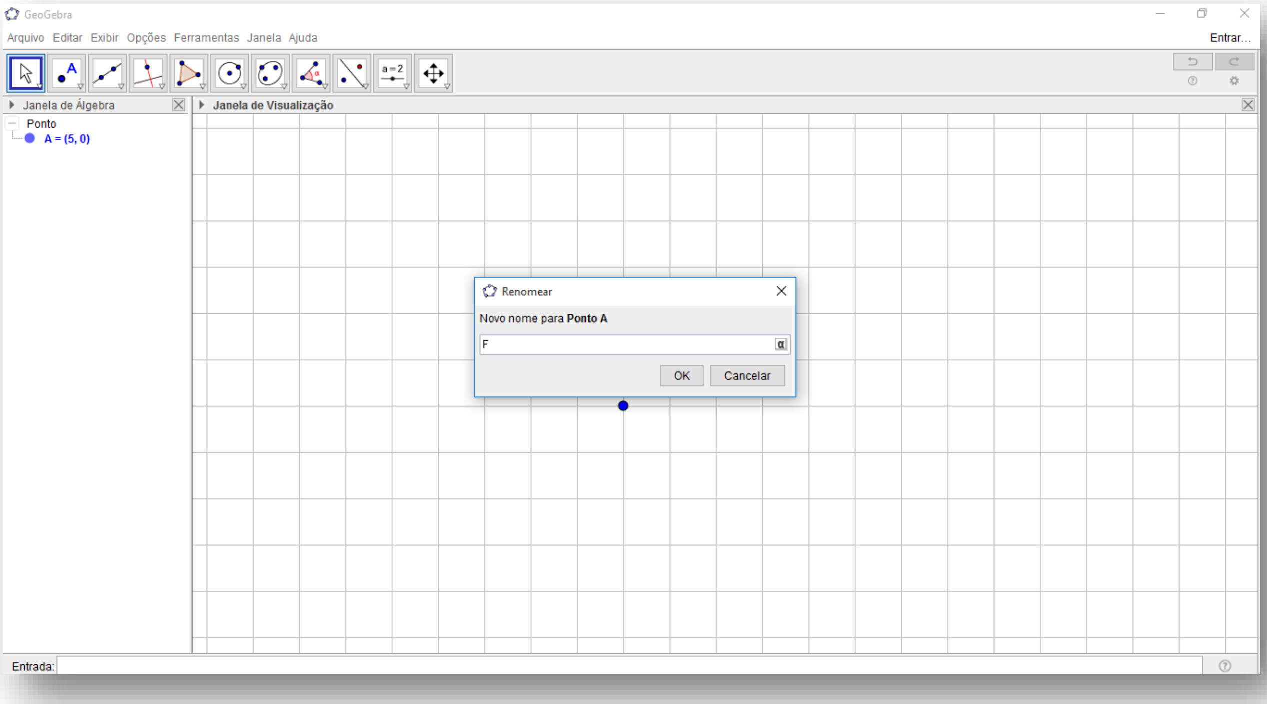


Figura 19:Renomeando o ponto A de F
Fonte: Acervo do autor

- Após renomear o ponto *F*, iremos construir seis circunferências concêntricas[1] com centro em *F* e raios crescentes em uma unidade[2] de medida. Iniciando com a primeira circunferência tendo como medida de raio 1*u*, a segunda com raio 2*u*, a terceira com raio 3*u* e assim sucessivamente até a sexta circunferência com raio 6*u*. (Dica: Para realizar esse passo acima utilize a ferramenta: *Círculo dado centro e Raio*). Veja como utilizaremos esse objeto.
- Primeiro selecione o objeto *Círculo dado centro e Raio:*

[1] Duas circunferências são concêntricas quando possuem o mesmo centro.
[2] Iremos considerar como unidade de medida (*u*) durante essa atividade o lado do quadrado da malha.

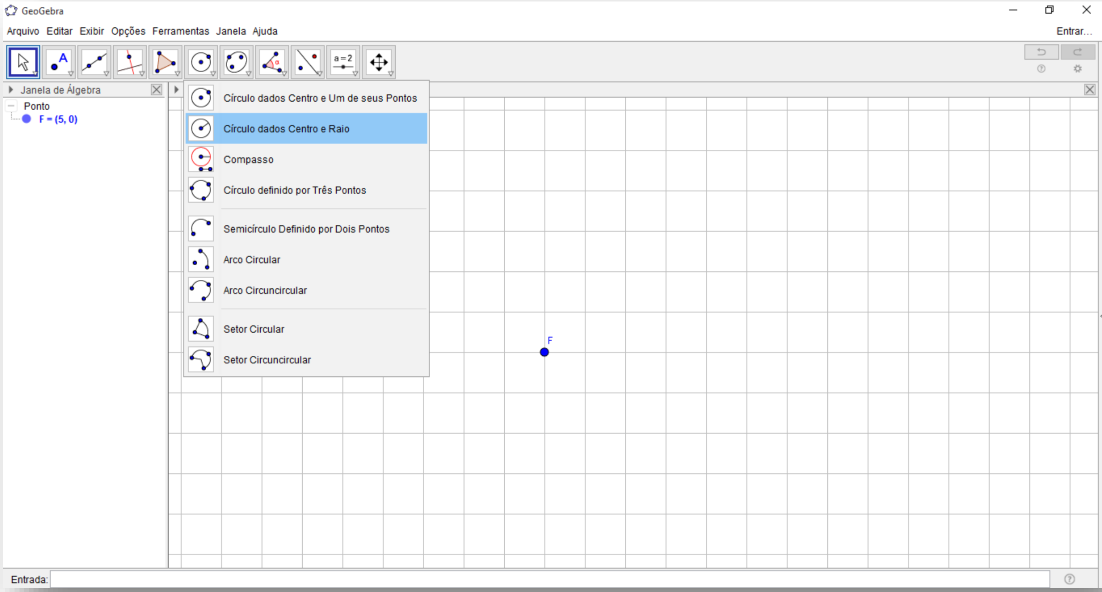


Figura 20: Selecionando o objeto Circulo dado centro e Raio
Fonte: Acervo do autor

- Após selecionar, dê um clique no em cima do ponto *F*, esse será o centro de nossas circunferências concêntricas, e determine 1 para o comprimento do raio da primeira circunferência:

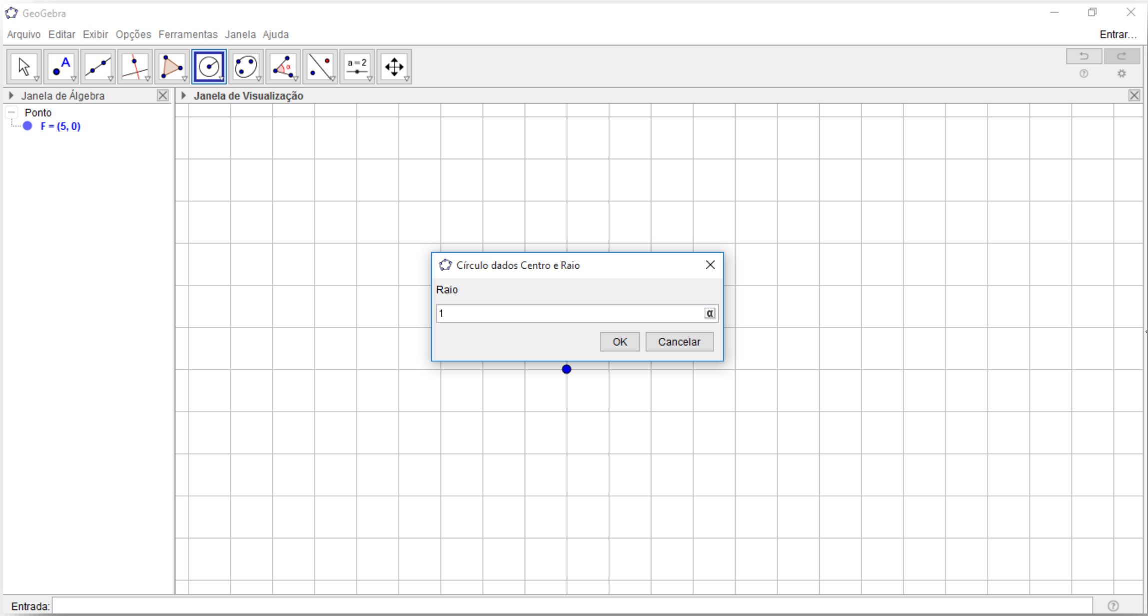


Figura 21: Determinando o raio da primeira circunferência concêntrica em F
Fonte: Acervo do autor

- Vamos repetir o processo anterior seis vezes, aumentando o raio de cada circunferência em uma unidade de medida. Ao final, teremos 6 circunferências concêntricas em *F*. Veja se sua construção está igual a imagem abaixo. Caso esteja, continue, caso contrário chame o professor e peça ajuda.

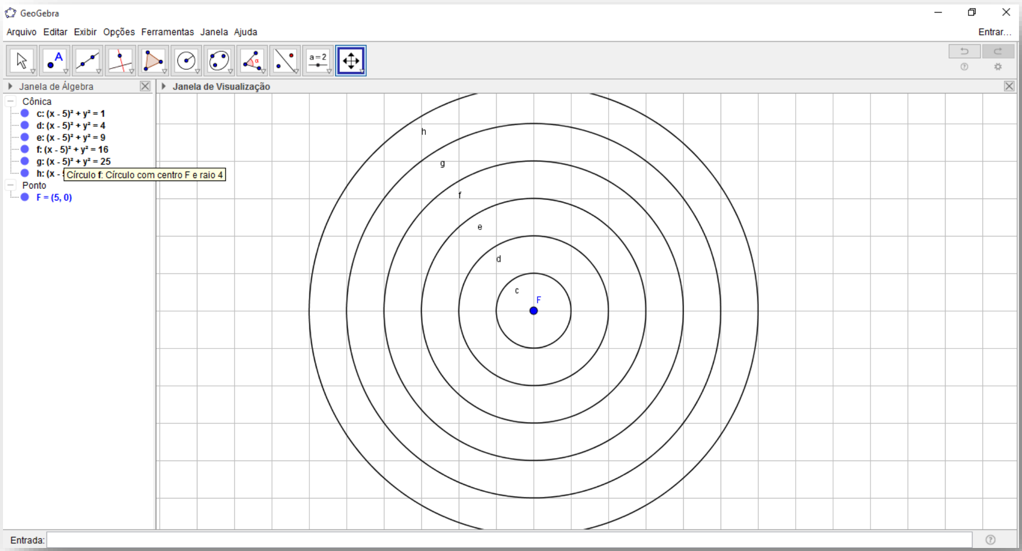


Figura 22: 6 circunferências concêntricas de raio 1, 2,3, 4, 5 e 6
Fonte: Acervo do autor

- Agora vamos criar um ponto *A* sobre a circunferência *c* (Circunferência de raio 1) que esteja na interseção das linhas da malha. Veja a imagem abaixo:

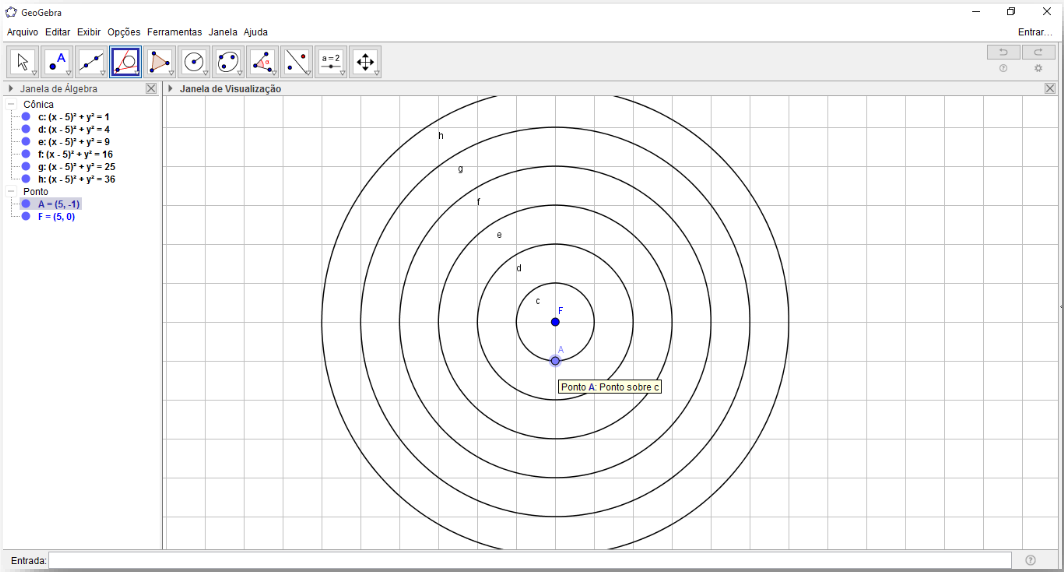


Figura 23: Ponto A sobre a circunferência c
Fonte: Acervo do autor

- Em seguida, você deve criar uma reta tangente à primeira circunferência que passe pelo ponto *A* criado na passagem anterior. Para isso, utilize o objeto *Reta Tangente*. Se baseie nas *figuras 11* e *12*.
- Selecione o objeto *Reta Tangente*

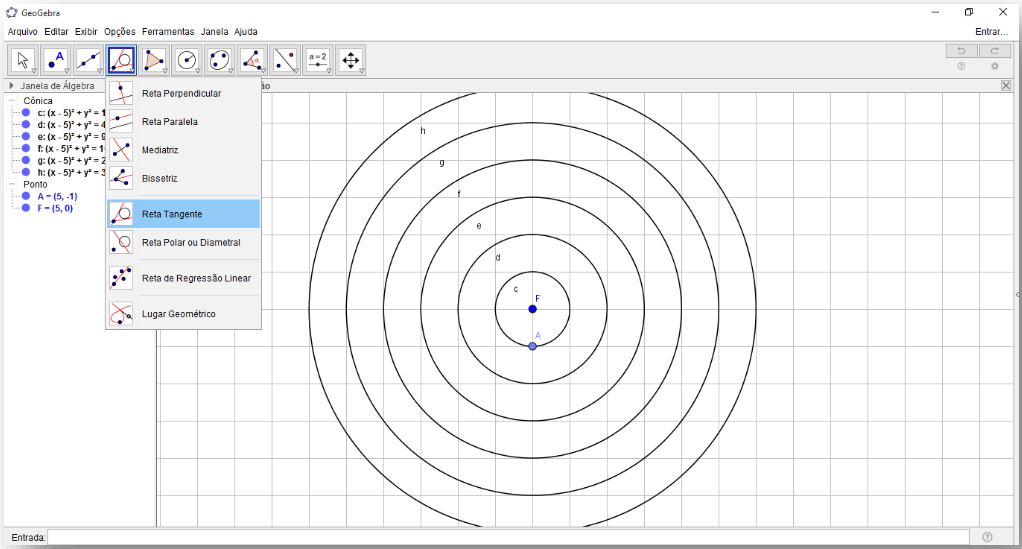


Figura 24: Selecionando o objeto Reta Tangente
Fonte: Acervo do autor

- Após selecionar o objeto, dê um clique sobre o Ponto *A* e em seguida sobre a Circunferência *c*. Você verá que aparecerá na nossa construção uma reta tangente *i*. Veja a imagem abaixo.

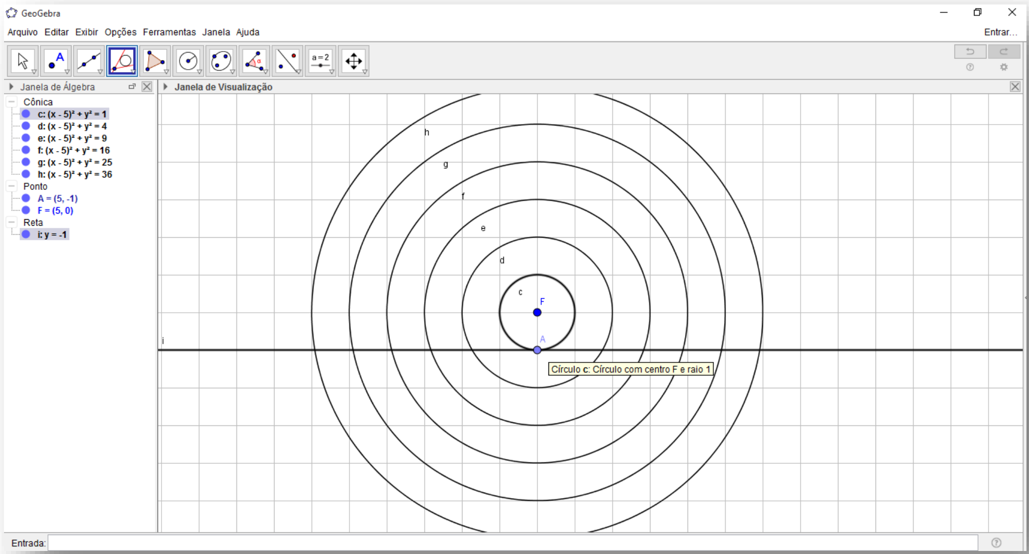


Figura 25: Reta Tangente i
Fonte: Acervo do autor

- Agora, vamos renomear para *d*, a reta tangente *i* criada. Esse processo é bastante semelhante ao de renomear um ponto. Inicialmente, clique com o botão direito do mouse sobre a reta *i* e selecione a opção *Renomear*.

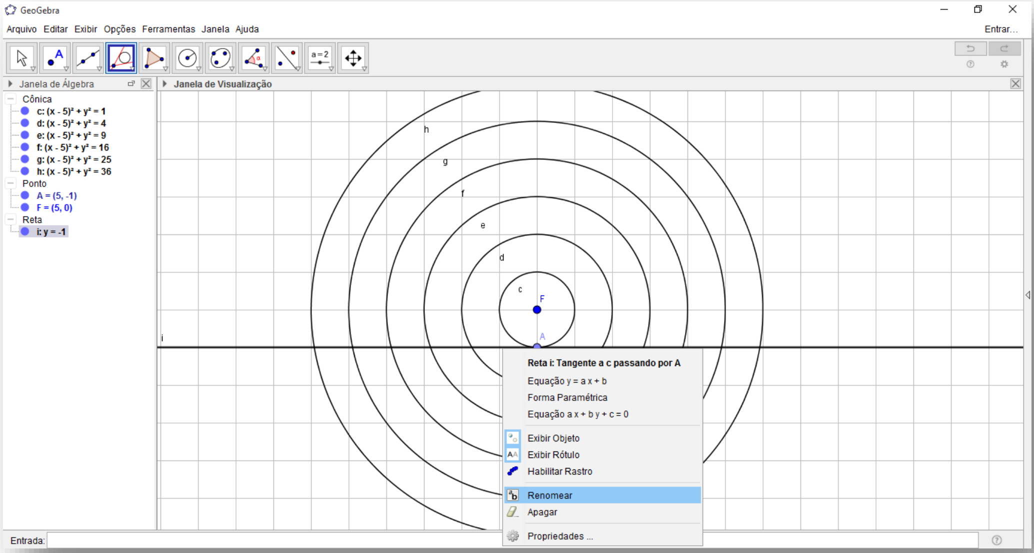


Figura 26: Renomeando a reta i
Fonte: acervo do autor

- Renomeie para *d;*

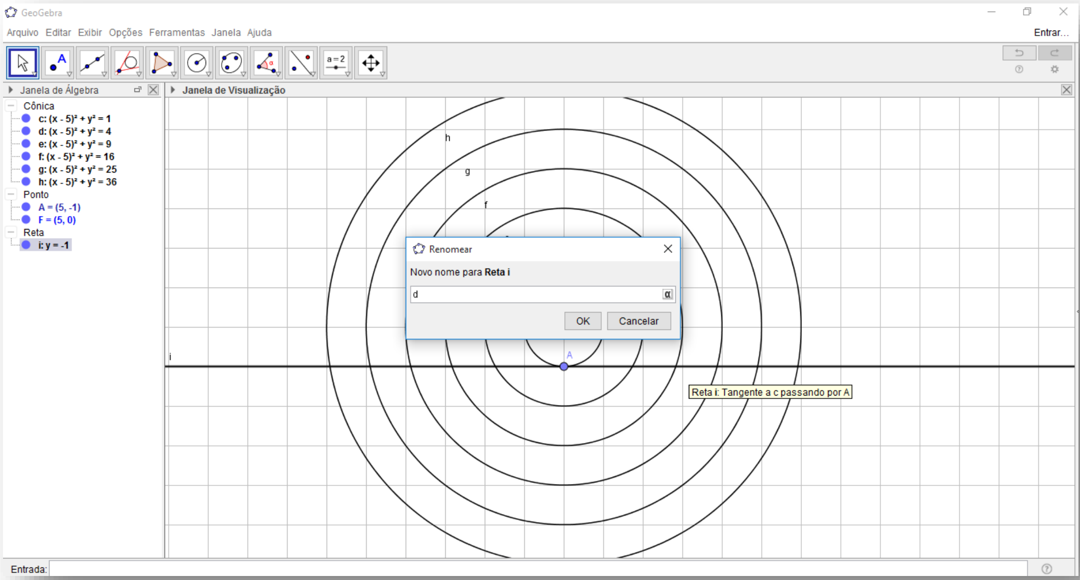


Figura 27: Reta d
Fonte: acervo do autor

- O nosso próximo passo será criar uma reta perpendicular à reta *d* que passe pelo ponto *F*. Para isso, selecione o objeto *Reta Perpendicular*.

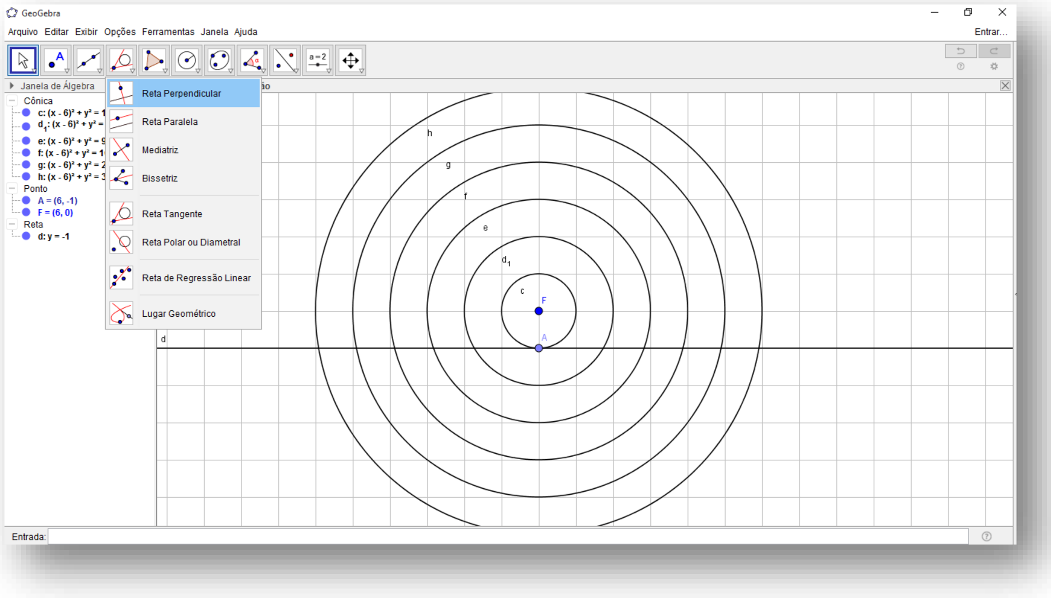


Figura 28: Selecionando o objeto Reta Perpendicular
Fonte: acervo do autor

- Com o objeto selecionado, clique sobre a reta *d* e em seguida no ponto *F*. veja a *figura 16*, acabamos de criar uma reta *i*.

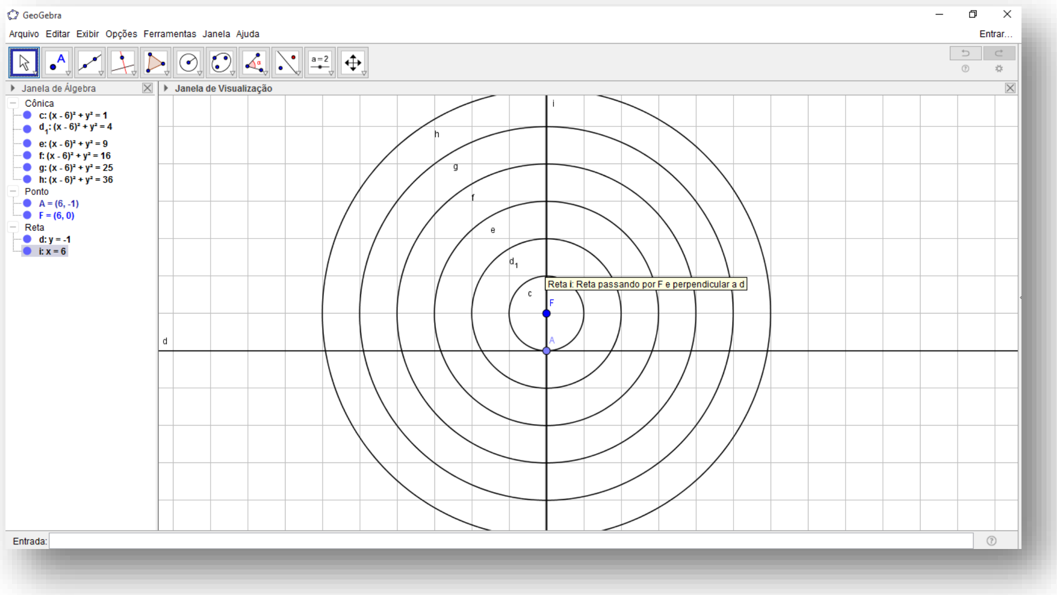


Figura 29: Reta perpendicular a reta d que passa pelo ponto F
Fonte: acervo do autor

- Agora, vamos marcar os pontos de interseção de cada circunferência com a reta *i*. Para isso, vamos utilizar o objeto *Interseção de Dois Objetos*. Vamos lá, selecione este objeto.

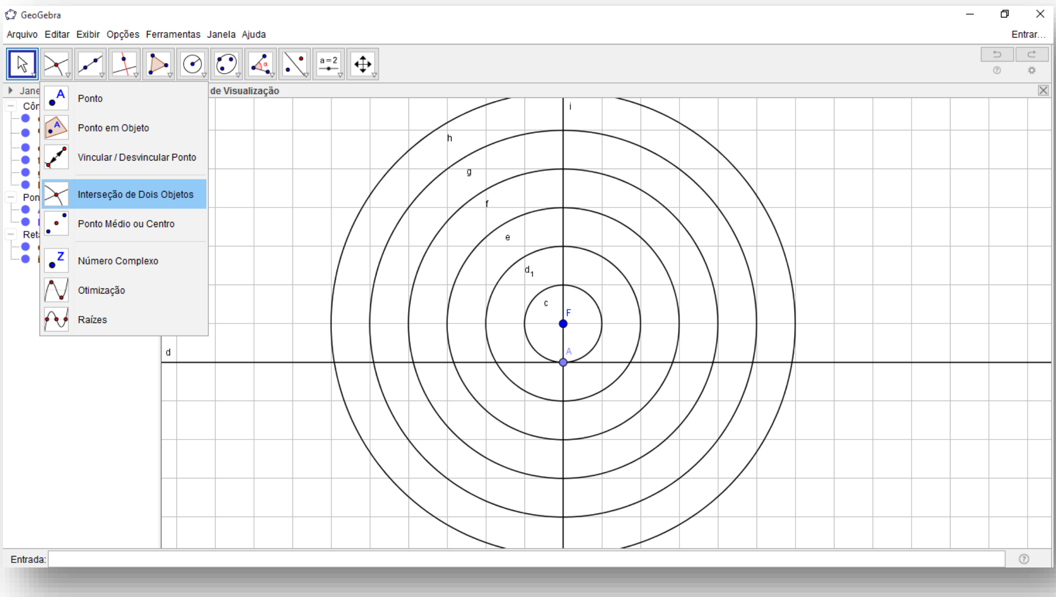


Figura 30: Selecionando o objeto Interseção de Dois Objetos
Fonte: acervo do autor

- Com o objeto selecionado faça o seguinte. Primeiro clique na circunferência de raio 1, depois clique na reta *i*. Veja que foram criados os pontos *B* e *C* de interseção entre a circunferência *c* e a reta *i*.

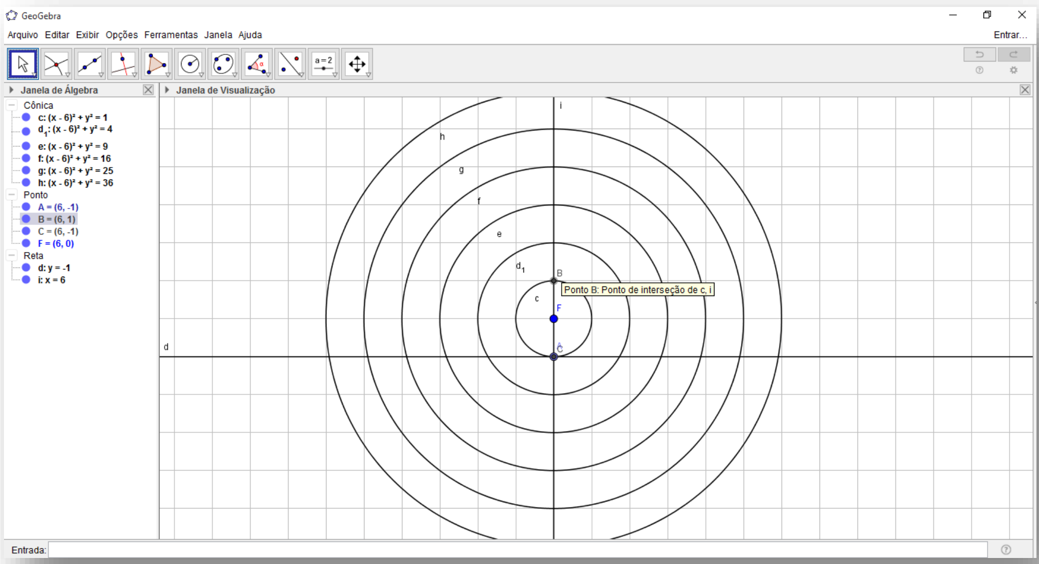


Figura 31: Pontos de interseção A e B
Fonte: acervo do autor

- Repita o passo anterior, determinando os pontos de interseção das demais circunferências construídas com a reta *i*. Veja se nossa construção está como mostra a *figura 19*, com os respectivos pontos *B, C, D, E, G, H, I, J, K, L, M* e *N.*

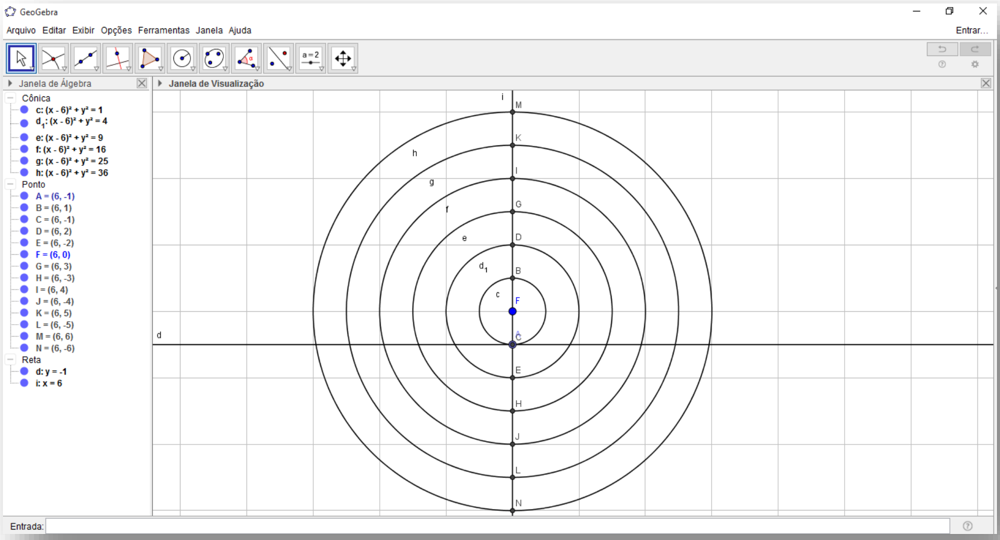


Figura 32: Pontos de interseção das circunferências com a reta i
Fonte: acervo do autor

- Seguindo nossa construção, iremos criar retas paralelas a reta *d* que passem pelos pontos *F*, *B*, *D*, *G*, *I*, *K* e *M*. Para isso vamos selecionar o objeto *Reta Paralela*.

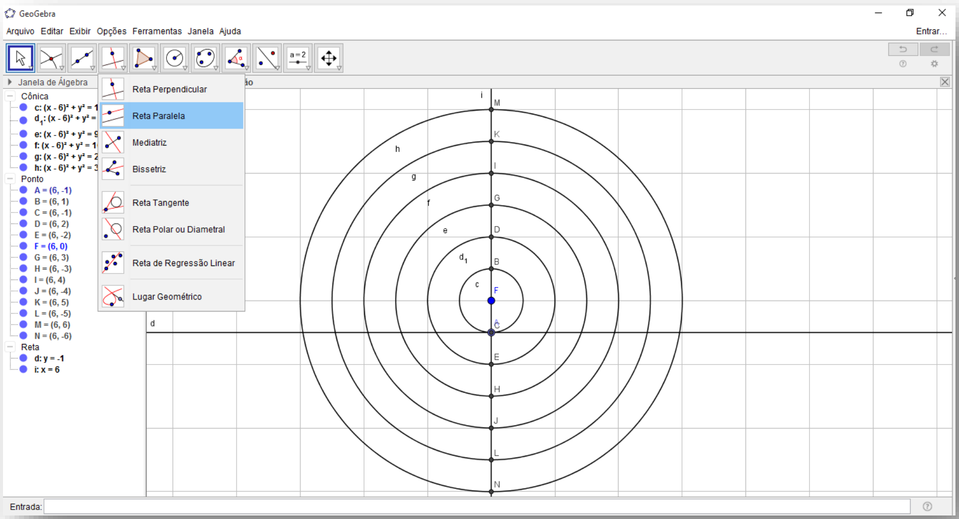


Figura 33: Selecionando o objeto Reta Paralela
Fonte: Acervo do autor

Após selecionar esse objeto, dê um clique primeiro na reta *d* e em seguida arraste a reta paralela até o ponto *F*, clique novamente sobre este ponto. Pronto, temos uma reta *j* paralela à reta *d* que passa pelo ponto *F*. Veja à *figura 21*.

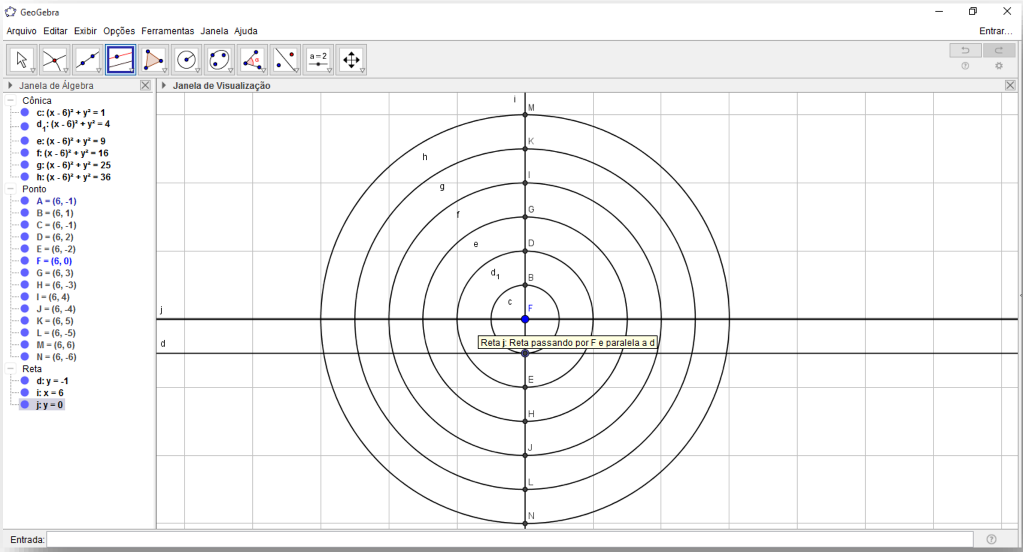


Figura 34: Reta j paralela à reta d que passa pelo ponto F
Fonte: acervo do autor

- Dando sequência, vamos criar outras retas paralelas a reta *d*, mas que passem pelos pontos *B, D, G, I* e *K*. Ao final teremos as retas *k, l, m, n* e *p* paralelas à *d*. Veja se nossa construção está como a *figura 22*.

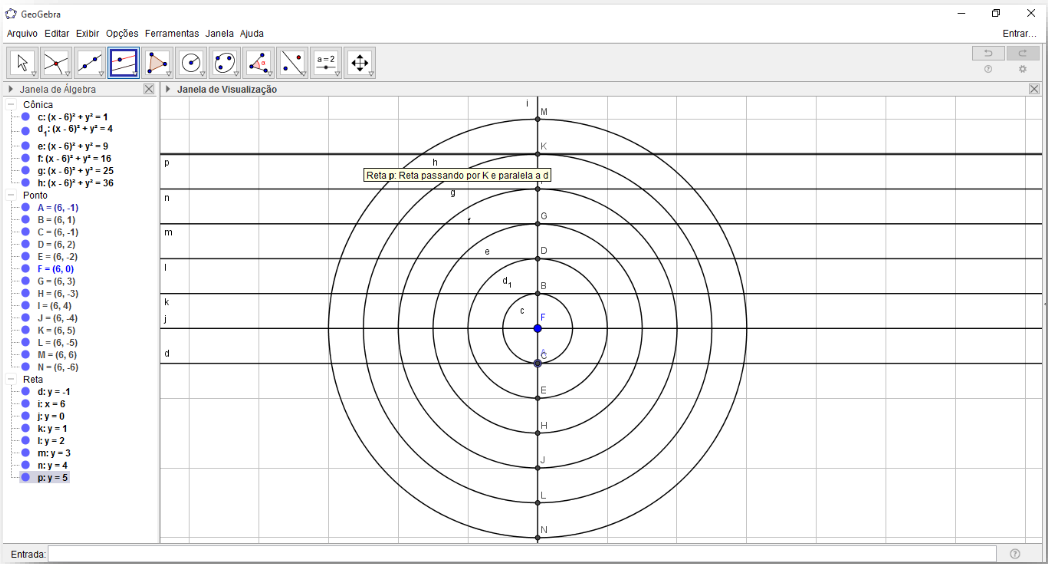


Figura 35: Retas k, l, m, n e p paralelas à d
Fonte: acervo do autor

- A nossa próxima etapa é criar os pontos de interseções entre as retas paralelas e as circunferências que elas tocam. Perceba que a reta *j* toca a circunferência *c* em dois pontos, vamos destacar esses pontos utilizando o objeto *Interseção entre Dois Objetos*. Você já tem a habilidade para realizar essa etapa, utilize a *Interseção entre Dois Objetos* e selecione os objetos desejados, neste caso a reta *j* e a circunferência *c*.

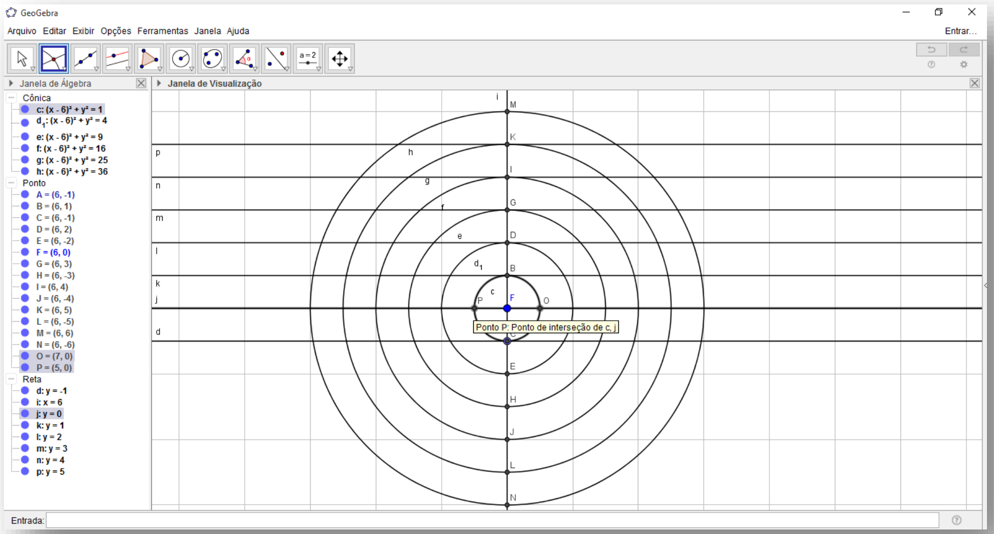


Figura 36: Pontos de interseção entre a reta j e a circunferência c
Fonte: acervo do autor

- Repita o processo anterior com as demais retas e circunferências, serão criados pontos *P*, *O*, *Q*, *R*, *T*, *S*, *V*, *U*, *Z*, *W*, B_1 e A_1. Compare sua construção até agora com a *figura 24*.

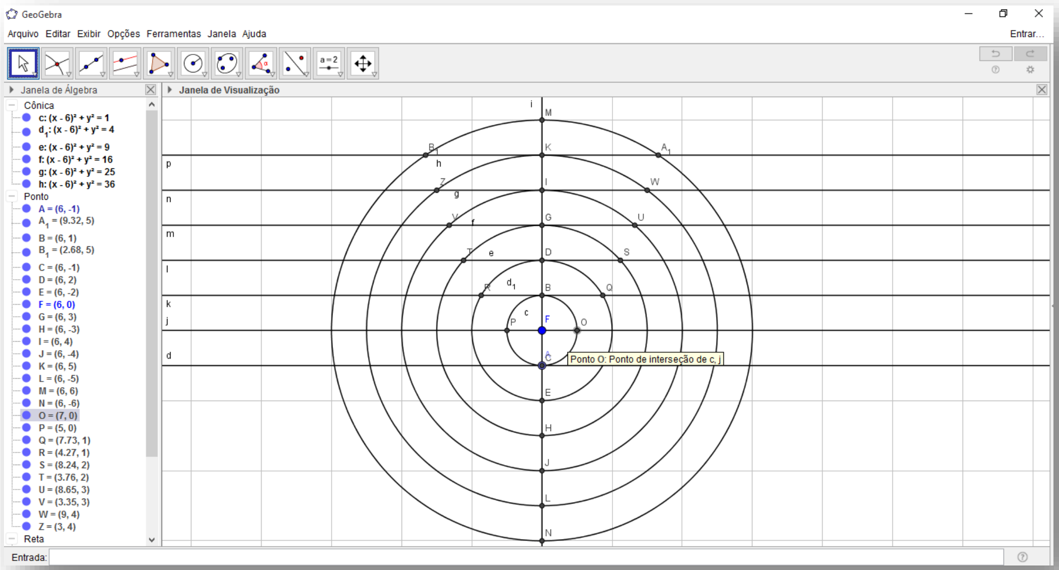


Figura 37: Pontos de interseção entre a retas e as circunferências
Fonte: acervo do autor

Estamos próximos do final da nossa construção, vamos continuar. Agora iremos demarcar o ponto médio do seguimento $\overline{FC}$. Para isso, devemos selecionar o objeto *Ponto Médio ou Centro.*

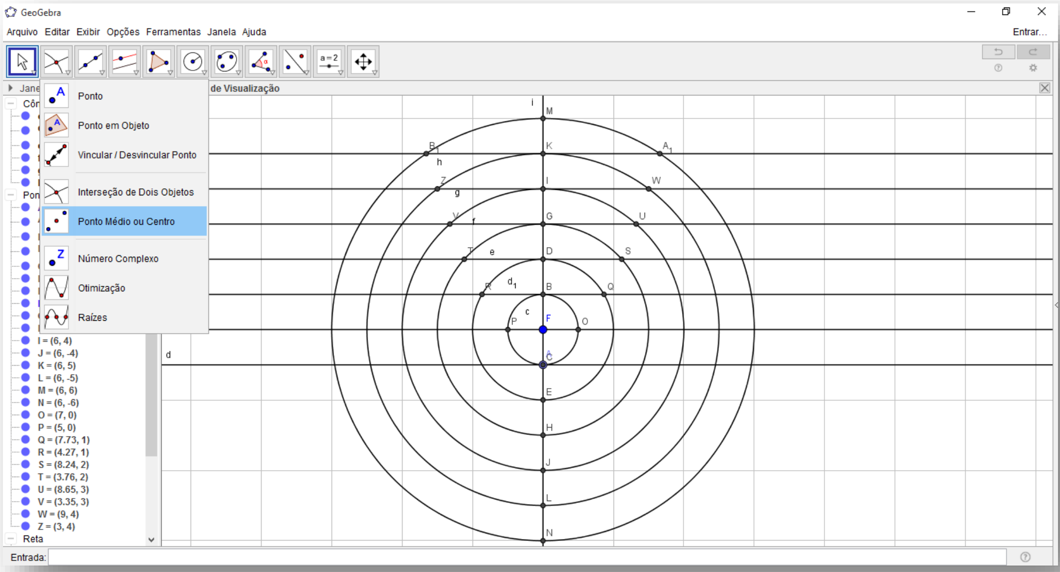


Figura 38: Selecionando o objeto Ponto Médio ou Centro
Fonte: acervo do autor

- Com o objeto selecionado, clique nos pontos F e C. Temos agora o ponto médio C_1. Veja a figura abaixo.

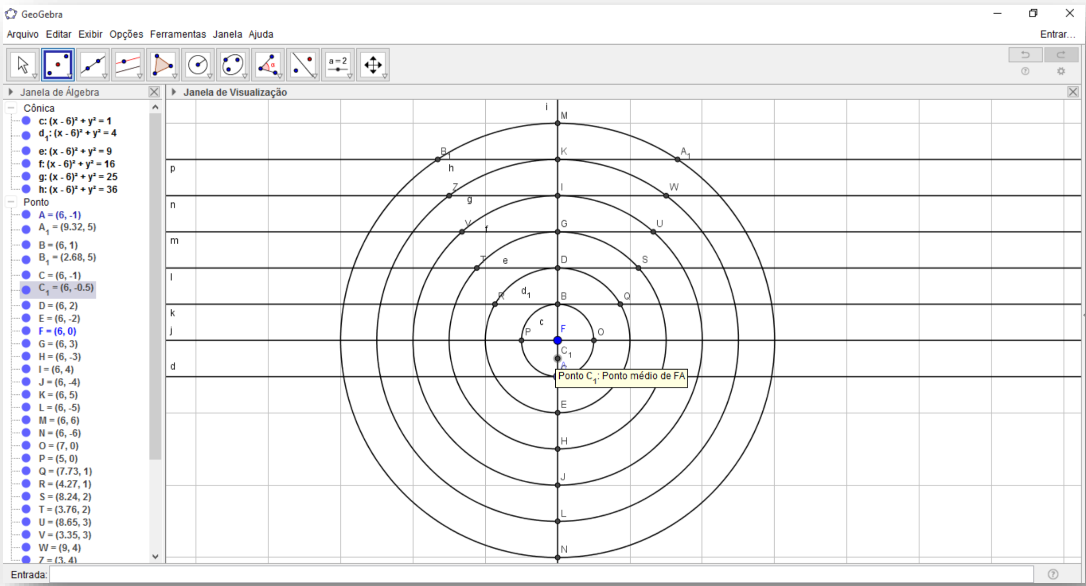


Figura 39: Ponto Médio
Fonte: acervo do autor

- Nesta etapa, utilizaremos o objeto *Cônica por Cinco Pontos* para desenhar o lugar geométrico[3] definido pelos pontos C_1, P, O, Q, R, T, S, V, U, Z, W, B_1 e A_1. Selecione o objeto *Cônica por Cinco Pontos*.

[3] É a figura ligada a todos os seus pontos que possuem uma determinada propriedade.

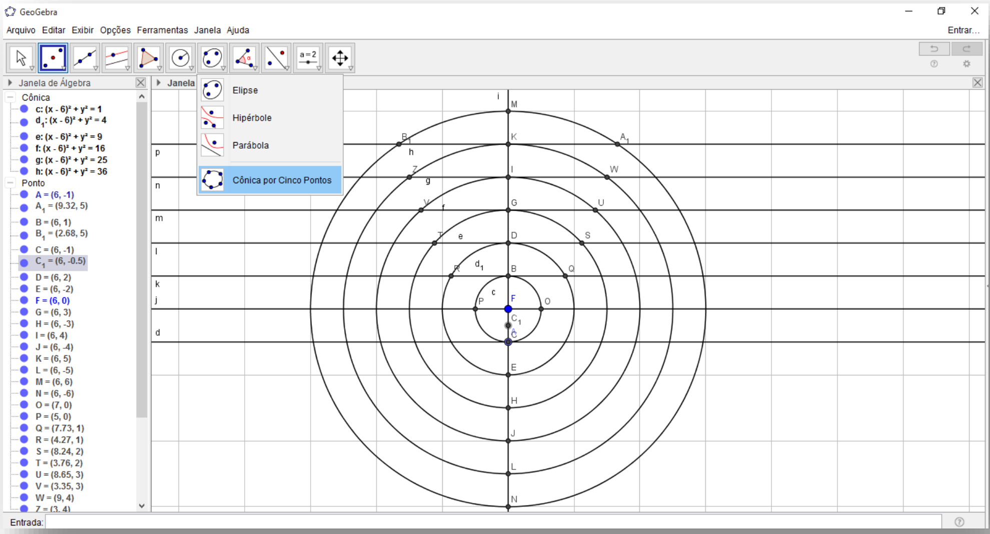


Figura 40: Objeto Cônica por Cinco Pontos
Fonte: acervo do autor

- Estando selecionado esse objeto, bastar clicar consecutivamente em 5 pontos diferentes dos pontos a seguir C_1, P, O, Q, R, T, S, V, U, Z, W, B_1 e A_1, não importa a ordem. Após, isso teremos o lugar geométrico que relaciona esses pontos.

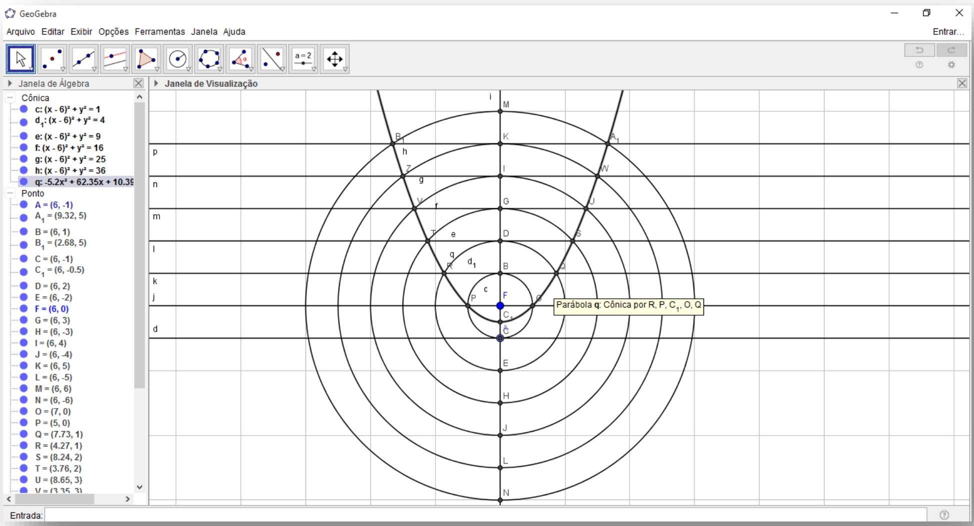


Figura 41: Cônica criada por 5 pontos
Fonte: acervo do autor

- Para finalizar nossa construção, iremos desabilitar todos os objetos que agora não são mais necessários para a visualização da nossa construção. Esse processo é semelhante ao passo para desabilitar os eixos do plano do cartesiano e habilitar a malha do Geogebra.
- Vamos começar desabilitando a reta j. Para isso, sobre a reta j, clique com o botão direito e desmarque a opção *Exibir Objeto.*

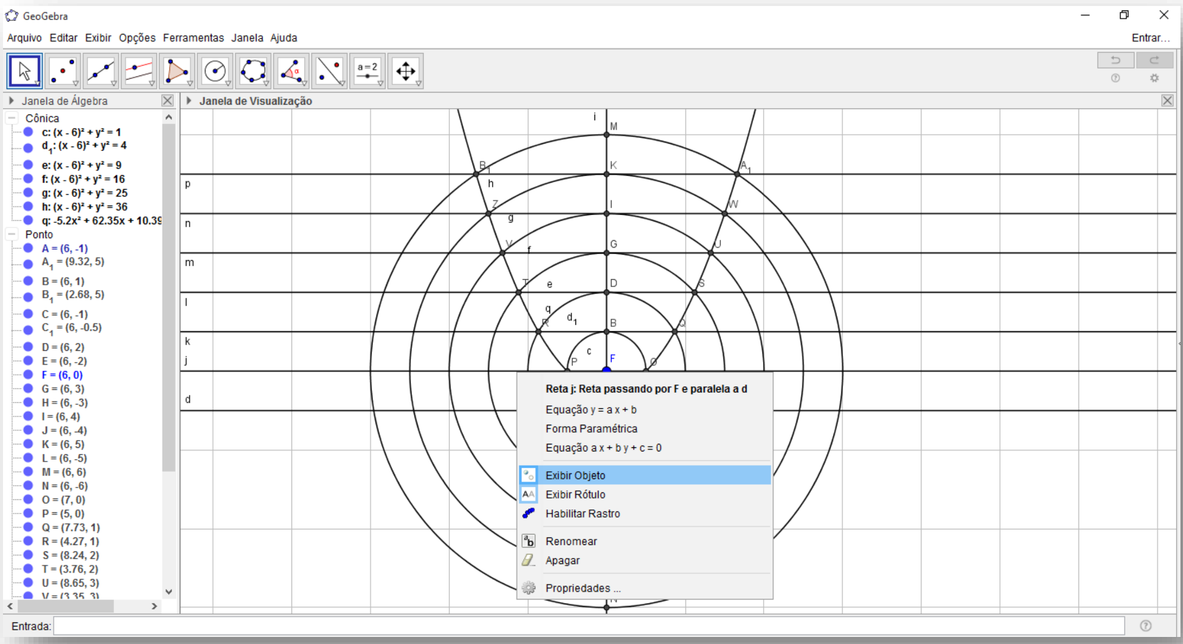


Figura 42: Desabilitando a reta j
Fonte: acervo do autor

- Repita o mesmo processo para desabilitar os seguintes objetos:

❖ *Reta j;*
❖ *Reta k;*
❖ *Reta l;*
❖ *Reta m;*
❖ *Reta n;*
❖ *Reta p;*
❖ *Ponto A;*
❖ *Ponto B;*
❖ *Ponto C;*
❖ *Ponto D;*
❖ *Ponto E;*
❖ *Ponto G;*
❖ *Ponto H;*
❖ *Ponto I;*
❖ *Ponto J;*
❖ *Ponto K;*
❖ *Ponto L;*
❖ *Ponto M;*
❖ *Ponto N.*

- Finalmente, teremos a seguinte construção, uma curva denominada, parábola.

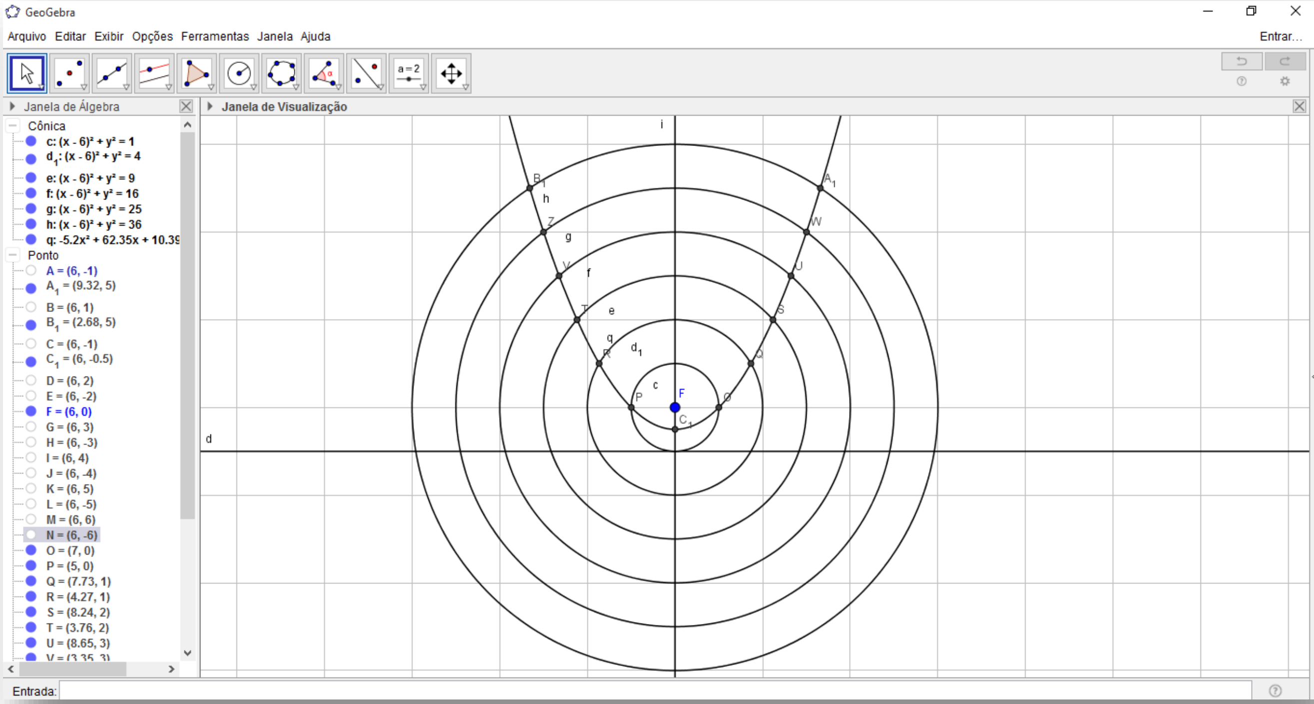


Figura 43: Construção final
Fonte: acervo do autor

QUESTIONÁRIO

Agora é com você, faça o que se pede e responda o seguinte questionário:

1. Em algum lugar você consegue identificar a presença de uma parábola? Se sim, cite onde.

____

____

____

____

____

____

2. Utilizando alguns pontos destacados na construção da parábola que realizamos no início da aula, responda as perguntas abaixo:
*(**Observação:** a partir de agora a reta d, será denominada de diretriz).*

a) Qual a distância de um dos pontos que pertencem simultaneamente à parábola e a segunda circunferência para o ponto *F* e para diretriz *d*?
*(**Dica:** Para determinar a medida utilize o objeto Distância, Comprimento ou Perímetro)*

____

____

b) Qual a distância de um dos pontos que pertencem simultaneamente à parábola e a terceira circunferência para o ponto *F* e para diretriz *d*?

____

____

c) Qual a distância de um dos pontos que pertencem simultaneamente à parábola e a quarta circunferência para o ponto *F* e para diretriz *d*?

____

____

d) Qual a distância de um dos pontos que pertencem simultaneamente à parábola e a quinta circunferência para o ponto *F* e para diretriz *d*?

____

____

e) Qual a distância de um dos pontos que pertencem simultaneamente à parábola e a sexta circunferência para o ponto *F* e para diretriz *d*?

____

____

3. Faça uma análise das respostas dos itens da questão anterior e responda. O que se pode concluir em relação à distância de um ponto *P* qualquer que pertence à parábola, ao ponto *F* e para a reta *d*?

____
____
____
____
____

4. Considere os pontos pertencentes à parábola que interceptam as retas paralelas a diretriz *d*. Com o auxílio do Software *Geogebra,* determine o ponto médio entre os pontos pertences à parábola sobre uma mesma reta paralela à diretriz e faça o que se pede: *(**Observação:** Você já sabe utilizar o Objeto Ponto Médio ou Centro)*

a) Em cada segmento, calcule a distância de cada extremidade até seu ponto médio. *(**Dica:** Utilize o objeto Distância, Comprimento ou Perímetro)*

____
____
____
____
____
____

b) Onde se localizam todos os pontos médios entre os pontos pertences à parábola sobre uma mesma reta paralela à diretriz?

____
____
____
____
____

c) O que podemos afirmar sobre essa reta em relação à parábola?

____
____
____
____
____

5. Com a experiência obtida nessa atividade e de acordo com a aplicabilidade do Software de geometria dinâmico ***Geogebra***, formule com suas palavras uma definição para parábola. *(**Dica:** Utilize as atividades anteriores para formular sua resposta)*.

____
____
____
____
____
____

6. Você alguma vez já fez uso dos recursos tecnológicos nas aulas de matemática?
   ( ) Sim
   ( ) Não
7. Sobre a utilização de recursos tecnológicos nas aulas, você considera que os mesmos possibilitam uma aprendizagem mais significativa?
   ( ) Sim
   ( ) Não
8. Qual a sua opinião sobre a utilização das tecnologias na sala de aula, em especial nas aulas de matemática?
   ____
   ____
   ____
   ____
   ____

Apêndice 02: Plano de aula

Função Quadrática

01) IDENTIFICAÇÃO

Escola: xxxxxxxxxxxxxxxxxxxxxxxxxxxxxxxxxxxxxx — Série: 1° Ano

Professor: xxxxxxxxxxxxxxxxxxxxxxxxxxxxxx — Turma: xxxxxx

Disciplina: Matemática — Duração: 90 min

Data: xx/xx/xxxx

02) CONTEÚDO

- Função quadrática.

03) OBJETIVO GERAL

- Abordar os componentes que compõem uma parábola, em seguida, apresentar aos alunos as noções básicas acerca das funções quadráticas.

04) OBJETIVOS DA APRENDIZAGEM

- Mostrar as aplicações da parábola;
- Apresentar a definição de parábola;
- Mostrar a propriedade reflexiva da parábola;
- Definir eixo de simetria;
- Identificar uma função quadrática;
- Classificar uma função quadrática em completa ou incompleta;
- Abordar e nomear os coeficientes da função quadrática;
- Resolver problemas envolvendo função quadrática.

05) METODOLOGIA

De acordo com o planejamento, após a realização da intervenção que abordara a definição de parábola de uma função quadrática, será apresentado aos alunos um slide contendo a definição de parábola, algumas aplicações e conceitos acerca dos elementos que a compõe.

Dando continuidade ao conteúdo, apresentaremos aos alunos a definição de função quadrática utilizada nos livros didáticos. Iremos abordar a classificação dessas funções, em completas ou incompletas, a partir da definição. Na sequência, nos deteremos a nomenclatura e função dos coeficientes reais *a, b* e *c* das funções.

Por fim, será entregue aos alunos uma lista de exercícios que servirá para fixar as definições apresentadas na aula.

06) RECURSOS NECESSÁRIOS

- Marcador e apagador para quadro branco;
- Projetor Multimídia;
- Software *Geogebra*.

07) AVALIAÇÃO DA APRENDIZAGEM

A avaliação da aprendizagem se dará durante o desenvolvimento, onde será analisado a participação dos alunos na atividade realizada e na resolução dos exercícios.

08) REFERÊNCIAS

JUNIOR, G. L. **Geometria Dinâmica Com O Geogebra No Ensino De Algumas Funções**. 2013. 77 f. Dissertação (Mestrado). Universidade Federal de Viçosa/MG. Viçosa, 2013.

LIMA, Elon Lages *et al*. **A Matemática do Ensino Médio. Vol. 1.** 9. ed. Rio de Janeiro: SBM: 2006.

Apêndice 03: Aplicações de parábolas no cotidiano

PARÁBOLA

Você já parou pra refletir, o que é uma parábola?
Onde você identifica a aplicação de uma parábola?

FUNÇÃO QUADRÁTICA

PROFESSOR: LUIZ GONZAGA DO NASCIMENTO

Aplicação

- **Faróis de Carro**: Se colocarmos uma lâmpada no foco de um espelho com a superfície parabólica e esta lâmpada emitir um conjunto de raios luminosos que venham a refletir sobre o espelho parabólico do farol, os raios refletidos sairão todos paralelamente ao eixo que contem o "foco" e o vértice da superfície parabólica. Esta é uma propriedade geométrica importante ligada à Ótica, que permite valorizar bastante o conceito de parábola no âmbito do Ensino Fundamental.;

Aplicação

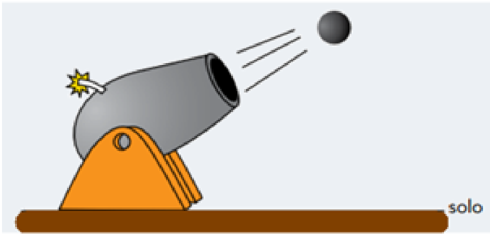
- **Antenas Parabólicas:** Se um satélite artificial colocado no espaço emite um conjunto de ondas eletromagnéticas, estas poderão ser captadas pela sua antena parabólica , uma vez que o feixe de raios atingirá a sua antena que tem formato parabólico e ocorrerá a reflexão desses raios exatamente para um único lugar, denominado o foco da parábola, onde estará um aparelho receptor que converterá as ondas eletromagnéticas em um sinal que a sua TV poderá transformar em ondas que significarão filmes, jornais e outros programas que você assiste normalmente.

Aplicação

- **Arco e Flecha**: Confeccionado pelos índios, está arma tem como princípio uma parábola. Note que quando esticada, o arco formado tem o formato de que lembra uma parábola.

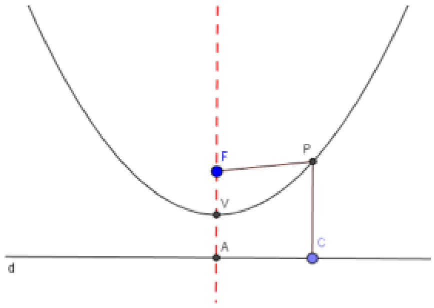
Aplicação

- **Lançamentos de projéteis**: Ao lançar um objeto no espaço (dardo, pedra, tiro de canhão) visando alcançar a maior distância possível tanto na horizontal como na vertical, a curva descrita pelo objeto é aproximadamente uma parábola, se considerarmos que a resistência do ar não existe ou é pequena



Definição

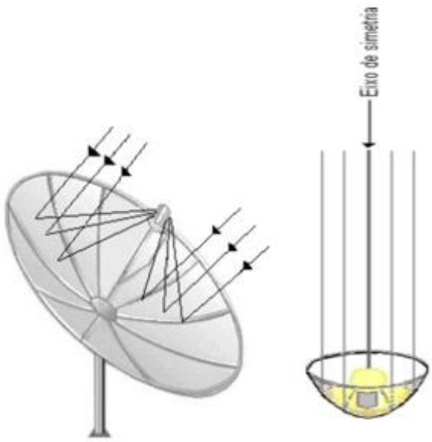
- O gráfico de uma função função quadrática é uma curva chamada parábola.
- Seja um ponto F (foco) e uma reta d (diretriz) de um plano, o ponto F não pertence à reta d, o conjunto dos pontos desse plano equidistantes de d e F, denomina-se Parábola. (PAIVA, 1999: p. 378).



Propriedade

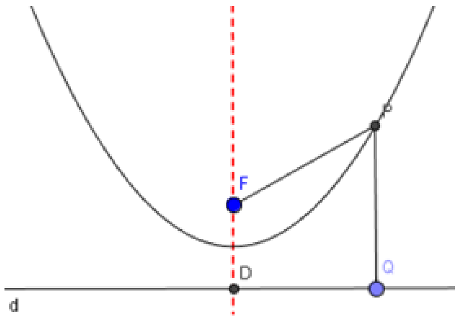
- **Reflexiva:**

A partir de um ponto qualquer tracemos um segmento de reta paralelo ao eixo da parábola. Este segmento que encontra a parábola num ponto, e se a partir deste traçarmos outro segmento que faça com a curva um ângulo igual ao do primeiro segmento, o segundo segmento passa pelo foco.



Eixo de simetria

- Eixo de simetria é a reta perpendicular a diretriz que passa pelo foco da parábola



Apêndice 04: Atividade 02

ATIVIDADE 02

Nesta atividade, objetivamos fazer você estudante, através do Geogebra 5.0 consiga realizar uma análise concreta, acerca do comportamento gráfico de uma parábola de acordo com os coeficientes da função quadrática escrita na forma canônica. Para isso, elaboramos nesta atividade algumas etapas que irão lhe orientar no cumprimento desse objetivo.

Veja,

1. Incialmente iremos explorar o comportamento gráfico de uma função $f: R \rightarrow R$ definida por $f(x) = ax^2$, devemos realizar os seguintes passos:

- Inserir no campo de entrada a função $f(x) = ax^2$;
- Inserir o *controle deslizante* a;

a) Levando em conta que iremos realizar uma análise das principais modificações gráficas em relação a variação do *coeficiente* a, devemos movimentar o *controle deslizante* fazendo $a > 0$, $a = 0$ e $a < 0$, ou seja, atribuindo valor positivo, nulo e negativo para o respectivo coeficiente.

b) Ao examinar a variação do *coeficiente a*, comente no quadro abaixo o que você percebeu em relação à parábola *f* quando movimentou o controle deslizante.

2. Seguindo, agora iremos investigar o comportamento gráfico de uma função $f: R \rightarrow R$ definida por $f(x) = a(x - m)^2$. Note, diferente da questão 1, esta tem um novo coeficiente. Siga os passos:

- Inserir no campo de entrada a função $f(x) = a(x - m)^2$;
- Deixe o *controle deslizante a* com qualquer valor, sendo $a \neq 0$;
- Inserir o *controle deslizante m*;

a) Procurando analisar as principais modificações gráficas da parábola *f* em relação a variação do *coeficiente m*, devemos movimentar o *controle deslizante* fazendo $m > 0$, $m = 0$ e $m < 0$, ou seja, atribuindo valor positivo, nulo e negativo para o respectivo coeficiente.

b) Identificou algo de diferente em relação ao coeficiente *a*? Descreva no quadro abaixo o que acontece quando variamos o *coeficiente m*.

3. Finalmente, para construir a representação gráfica de uma função $f: R \rightarrow R$ definida por $f(x) = a(x - m)^2 + k$, devemos realizar os seguintes passos:

- Inserir no campo de entrada a função $f(x) = a(x - m)^2 + k$;
- Inserir o *controle deslizante k*;
- Deixe o *controle deslizante a* com qualquer valor, sendo $a \neq 0$;
- Deixe o seletor *m* com qualquer valor real;

a) Para realizar uma análise das principais modificações gráficas em relação a variação do *coeficiente a*, devemos movimentar o *controle deslizante* fazendo $k > 0$, $k = 0$ e $k < 0$, ou seja, atribuindo valor positivo, nulo e negativo para o respectivo coeficiente.

b) No final, relate aqui o que você percebeu quando variamos o controle deslizante k.

4. Você considera que a utilização dessa ferramenta tecnológica proporcionou um entendimento melhor acerca da relação comportamental do gráfico com os seus respectivos coeficientes? Justifique.

5. Dada a função $g: R \rightarrow R$, definida pela lei $g(x) = x^2 - 2x + 1$, determine:

a) Reescreva a função $g(x)$ na forma canônica
b) As imagens dos valores do {-2; 3; -1; 5; 0; 1; 3 ;4};
c) Os zeros da função, ou seja, (onde toca o eixo x);
d) Em qual ponto a parábola intercepta o dos y, ou seja, (onde toca o eixo y);

6. Dada a função $g: R \to R$ construa o gráfico da função $g(x) = \left(x - \frac{5}{2}\right)^2 - \frac{1}{4}$. Com base nessa construção:

a) Quais são as raízes da função?
b) Onde a representação do gráfico da função intersecta o eixo-y?
c) Em quais intervalo a função é positiva?
d) Em qual intervalo a função é negativa?
e) Quanto à concavidade, a função é côncava para cima ou para baixo? Por quê?
f) A função assume valor máximo ou mínimo? Qual é o ponto?
g) O que acontece com o gráfico da função *g* se ela for multiplicada por 2? E por ½? E por -1?
h) Como fica o gráfico da função *g* quando somamos a ela -5?

7. (PUC-MG). O número de ocorrências registradas das 12 às 18 horas em um dia do mês de janeiro, em uma delegacia do interior de Minas Gerais, é dado por $f(t) = -(t - 15)^2 + 9$,

em que $12 \leq t \leq 18$ é a hora desse dia. Pode-se afirmar que o número máximo de ocorrências nesse período do dia foi?

a) 0
b) 9
c) 15
d) 18