

INSTITUTO FEDERAL DE EDUCAÇÃO, CIÊNCIA E TECNOLOGIA DO RIO GRANDE
DO NORTE
IFRN *CAMPUS* SANTA CRUZ
CURSO DE LICENCIATURA EM MATEMÁTICA

LARISSA DO NASCIMENTO SANTOS

**O ENSINO DE FUNÇÃO QUADRÁTICA ATRAVÉS DO SOFTWARE GEOGEBRA:
UMA PROPOSTA PARA OS ALUNOS DO PRIMEIRO ANO DO ENSINO MÉDIO**

SANTA CRUZ

2023

LARISSA DO NASCIMENTO SANTOS

**O ENSINO DE FUNÇÃO QUADRÁTICA ATRAVÉS DO SOFTWARE GEOGEBRA:
UMA PROPOSTA PARA OS ALUNOS DO PRIMEIRO ANO DO ENSINO MÉDIO**

Trabalho de conclusão de curso para obtenção do título de licenciando em matemática apresentado ao Instituto Federal do Rio Grande do Norte- IFRN.

Orientador: Prof. Me. Rosangela Alves de Aquino Barros

SANTA CRUZ

2023

Santos, Larissa do Nascimento

S237e O ensino de função quadrática através do software geogebra: uma proposta para os alunos do primeiro ano do ensino médio / Larissa do Nascimento Santos - 2023.

43 f.

Trabalho de Conclusão de Curso (Licenciatura em Matemática) – Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia do Rio Grande do Norte.

Orientador: Profª. Ma. Rosangela Alves de Aquino Barros

I. Proposta de ensino. 2. Software geogebra. 3. Função quadrática. I. Barros, Rosangela Alves de Aquino. II. Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnológica do Rio Grande do Norte. III. Título.

CDU 51:37

LARISSA DO NASCIMENTO SANTOS

**O ENSINO DE FUNÇÃO QUADRÁTICA ATRAVÉS DO SOFTWARE GEOGEBRA:
UMA PROPOSTA PARA OS ALUNOS DO PRIMEIRO ANO DO ENSINO MÉDIO**

Trabalho de Conclusão de Curso apresentado ao Curso Licenciatura Plena em Matemática do Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia do Rio Grande do Norte, em cumprimento às exigências legais como requisito parcial à obtenção do título de Licenciado em Matemática.

Monografia apresentada e aprovada em 26/04/2023, pela seguinte Banca Examinadora:

BANCA EXAMINADORA

Rosângela Alves de Aquino Barros

Ma. Rosângela Alves de Aquino Barros – Presidente
Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia do Rio Grande do Norte

Mário Cesar Martins Alves

Me. Mario Cesar Martins Alves – Examinador
Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia do Rio Grande do Norte

Cláudio dos Santos Mota

Me. Cláudio dos Santos Mota – Examinador
Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia do Rio Grande do Norte

Dedico esse trabalho a minha mãe Josefa Verissimo do Nascimento Santos e ao meu pai Hildebrando Barbosa que sempre me apoiaram e não mediram esforços para contribuir para minha formação como Docente.

AGRADECIMENTOS

Inicialmente presto meus agradecimentos a Deus, que nunca me desamparou em nenhum momento.

Agradeço aos meus pais Josefa Verissimo do Nascimento Santos e Hildebrando Barbosa dos Santos e aos meus oito irmãos que sempre estiveram ao meu lado, me apoiando ao longo dessa caminhada grata pela compreensão e carinho recebido por todos durante esse período.

Agradeço a meu avô Justino Barbosa dos Santos por sempre estar contribuindo para o meu aprendizado, me apoiando e que possamos continuar compartilhando conhecimento e adquirindo aprendizado ao longo do tempo.

Agradeço aos professores, que solidariamente compartilharam o conhecimento necessário para contribuir para minha formação docente.

Aos funcionários agradeço por prestarem as informações em relação a vivência no ambiente acadêmico.

Agradeço a orientadora Rosangela que me auxiliou ao longo da produção desse trabalho.

Enfim, agradeço a todos que fizeram parte dessa etapa decisiva da minha vida.

"...ensinar não é transferir conhecimento, mas criar as possibilidades para sua própria produção ou a sua construção".

Paulo freire

RESUMO

O presente trabalho é uma proposta de ensino de função quadrática para uma turma de 1º ano do ensino Médio, que visa disponibilizar uma metodologia diferenciada com o intuito de utilizar o *software GeoGebra*, de forma a ajudar tanto professores quanto alunos no processo de ensino e aprendizagem da Matemática. Com base nas diversas formas de se trabalhar uma sequência didática foi escolhido um conjunto de materiais como teses, artigos, livros e monografias para pesquisar precisamente o estudo das parábolas e conceitos da função quadrática. Em conjunto com isso foram utilizadas ferramentas como: as janelas algébricas, gráficas e de cálculo é possível visualizar o gráfico e compreender alguns conceitos de função. O objetivo deste trabalho é proporcionar aos docentes com uma proposta de ensino de Matemática visando a aprendizagem da função polinomial de segundo grau apresentando como instrumento de mediação a utilização do *Software*. Essa metodologia será uma estratégia para que os alunos venham a aprender um conteúdo abstrato de maneira dinâmica, podendo visualizar as funções através da manipulação dos comandos adquirindo assim, um desenvolvimento amplo, daquilo que para eles é mais complexo. Para o referencial teórico foram utilizados alguns trabalhos com os principais autores sendo: Almeida, Alves, OSB e Lemos (2014), Gladcheff, Silva e Zuffi (2001) e Fainguelernt (1999). A proposta apresenta a metodologia qualitativa, sendo utilizada nas pesquisas bibliográficas e na construção e descrição da aplicação da atividade que será trabalhada em sala de aula em um momento posterior. Sendo assim, o trabalho é uma proposta de ensino voltada para os professores de Matemática da educação básica com a finalidade de aperfeiçoar a metodologia de ensino e observar se os alunos conseguem aprender o conteúdo na prática possibilitando e despertando o interesse e participação dos estudantes durante as aulas.

Palavras-chave: proposta de ensino; *software GeoGebra*; função quadrática.

ABSTRACT

The present work is a proposal for teaching the quadratic function for a 1st year high school class, which aims to provide a differentiated methodology in order to use the GeoGebra software, in order to help both teachers and students in the teaching and learning process. of Mathematics. Based on the different ways of working a didactic sequence, a set of materials such as theses, articles, books and monographs was chosen to precisely research the study of parabolas and concepts of the quadratic function. In conjunction with this, tools such as: algebraic, graphic and calculation windows were used, it is possible to visualize the graph and understand some function concepts. The objective of this work is to provide teachers with a proposal for teaching Mathematics aimed at learning the second-degree polynomial function, presenting the use of Software as a mediation instrument. This methodology will be a strategy for students to learn abstract content in a dynamic way, being able to visualize the functions through the manipulation of commands, thus acquiring a broad development of what is more complex for them. For the theoretical framework, some works with the main authors were used: Almeida, Alves, OSB and Lemos (2014), Gladcheff, Silva and Zuffi (2001) and Fainguelernt (1999). The proposal presents a qualitative methodology, being used in bibliographic research and in the construction and description of the application of the activity that will be worked on in the classroom at a later time. Therefore, the work is a teaching proposal aimed at Mathematics teachers of basic education in order to improve the teaching methodology and observe whether students can learn the content in practice, enabling and arousing the interest and participation of students during the classes.

Keywords: teaching proposal; GeoGebra software; quadratic function.

LISTA DE ILUSTRAÇÕES

Figura 1 - Gráfico da função quadrática	16
Figura 2 - Função quadrática quando $a > 0$	17
Figura 3 – Função quadrática quando $a < 0$	17
Figura 4 - Função do 1º grau quando $a = 0$	18
Figura 5 - Função quadrática quando $b > 0$	18
Figura 6 - Função quadrática quando $b < 0$	19
Figura 7 - Função quadrática quando $b = 0$	19
Figura 8 - Função quadrática quando $c = 0$	20
Figura 9 - Função quadrática quando $c > 0$	20
Figura 10 - Função quadrática quando $c < 0$	20
Figura 11 - Raízes da função quadrática.....	23
Figura 12 - Pontos de máximo e mínimo da função quadrática	25
Figura 13 - Ponto de máximo	25
Figura 14 - Janelas do GeoGebra.....	27
Figura 15 - Controles deslizantes	27
Figura 16 - Ferramentas do software GeoGebra.....	28
Figura 17 - Representação gráfica da função.....	31
Figura 18 - Raízes da função	32
Figura 19 – Imagem do <i>GeoGebra</i> com x e y do vértice	33
Figura 20 - Representação Gráfica do x e y do vértice.....	33
Figura 21 – O uso dos controles deslizantes no GeoGebra	35
Figura 22 – O uso de planilhas no GeoGebra.....	36
Figura 23 - Pontos da função	38

LISTA DE TABELAS

Tabela 1 - Pares ordenados da função	16
Tabela 2 - Pontos (x,y) da função do exercício 02	36

SUMÁRIO

1.	INTRODUÇÃO.....	11
2.	REFERENCIAL TEÓRICO.....	14
2.1	O ENSINO DA FUNÇÃO POLINOMIAL DO SEGUNDO GRAU	14
2.1.1	Coefficiente (a) e concavidade da parábola	17
2.1.2	Coefficiente (b) e comportamento da função	18
2.1.3	Coefficiente (c) da função quadrática	19
2.2	DISCRIMINANTE DA FUNÇÃO	21
2.3	DEMONSTRAÇÃO DA FÓRMULA E OS PONTOS ZEROS DA FUNÇÃO.....	21
2.4	PONTOS DE MÁXIMO, MÍNIMO E VÉRTICE DA FUNÇÃO	24
2.5	O USO DO <i>GEOGEBRA</i> COMO INSTRUMENTO DE MEDIAÇÃO	26
3.	METODOLOGIA	29
3.1	CARACTERIZAÇÃO DA POPULAÇÃO E LOCAL	29
3.2	INSTRUMENTOS E PROCEDIMENTOS PARA A COLETA DE DADOS	29
4.	PROPOSTA DE ENSINO DE FUNÇÃO QUADRÁTICA.....	30
4.1	PRIMEIRO MOMENTO: O ENSINO DA FUNÇÃO	30
4.2	SEGUNDO MOMENTO: PROBLEMAS MATEMÁTICOS	34
4.3	TERCEIRO MOMENTO: AVALIAÇÃO	38
5.	CONSIDERAÇÕES FINAIS	39
	REFERÊNCIAS.....	40
	APÊNDICE A – QUESTIONÁRIO PARA APLICAÇÃO DO TCC	42

1. INTRODUÇÃO

Em face do cenário da pandemia do coronavírus (COVID-19), o impacto na educação vem ocasionando diversas consequências dentre elas está a evasão escolar. Nesse sentido, é preciso analisar como se encontra a aprendizagem e adaptar recursos didáticos que possam contribuir para o desenvolvimento dos alunos, a fim de tornar o ambiente escolar um lugar motivador e a sala de aula um local que possa contribuir para um melhor engajamento.

Nesse contexto, segundo dados divulgado pelo Instituto Nacional de Estudos e Pesquisas Educacionais Anísio Teixeira (INEP)¹, referente a coleta de dados da segunda etapa do Censo Escolar da Educação Básica é possível observar que a taxa de evasão escolar no ensino médio da rede pública de ensino obteve uma expansão, nesse sentido, em 2020 o percentual era de 2,3%, enquanto em 2021 a taxa aumentou para 5,6% o que afeta atualmente o ensino básico de modo geral, tal fato mostra a possibilidade de planejar outros métodos de ensino e aprendizagem.

Embora seja uma disciplina obrigatória, não é de hoje que a Matemática gera muitas dúvidas, seja pelo nível de complexidade que os cálculos proporcionam como também, as dificuldades de compreensão, e esses fatores consequentemente afetam o ensino-aprendizagem podendo aumentar o índice de desistências.

Em vista disso, os ingressantes da primeira série do ensino médio necessitam dominar algumas definições e habilidades vistos no ensino fundamental, como: a compreensão dos conjuntos numéricos, os conceitos iniciais de funções e a simbologia matemática. No entanto, diante do alto grau de abstração, muitos alunos se sentem despreparados e excluídos por não apresentarem domínio dos conteúdos, desse modo, tais dificuldades geram consequentemente a evasão escolar.

Um fator necessário para atenuar esse problema é aperfeiçoar algumas metodologias de ensino voltadas para a aprendizagem matemática, em que, a finalidade será: observar o desempenho dos alunos, manipular juntamente com eles as ferramentas voltadas para a aprendizagem, além de compartilhar os conhecimentos e verificar o desenvolvimento. Entretanto, a adaptação de novos recursos didático-pedagógicos é uma maneira de preparar os alunos, desenvolver o raciocínio lógico-matemático e conhecer de forma prática as representações e aplicações do que será estudado.

Este trabalho é voltado para a aprendizagem da função quadrática apresentando como instrumento de mediação: a utilização do *Software Geogebra*. Pensando nisso, essa

¹ Taxa de abandono escolar no ensino médio na rede pública. Disponível em: <<https://g1.globo.com>>. Acesso em: 23/06/2022.

metodologia será uma estratégia para que os alunos venham a aprender um conteúdo abstrato de maneira dinâmica, podendo visualizar as funções através da manipulação dos comandos e adquirindo assim, um desenvolvimento amplo, daquilo que para eles é mais complexo.

Espera-se, então que esse recurso pedagógico venha contribuir de maneira satisfatória, para que os estudantes possam aprender de fato os conceitos e noções da função, tornando o ensino flexível e a aprendizagem atrativa. Contudo, Bolzan, destaca que:

“O saber, tem um papel emancipador, pois a teoria e a prática relacionam-se com o conhecimento e seus interesses. A mensagem de Paulo Freire é uma pedagogia que dignifica o outro. Forma a consciência, sem violentá-la, sem humilhá-lo. O respeito dialético é fundamental (ter respeito e indicar outro caminho), salto da consciência ingênua para a consciência crítica. O método consiste em fazer da pergunta um jogo: pega a pergunta, trabalha a pergunta e volta a pergunta para o aluno, pois só conhecemos aquilo que é significativo para nós”. (BOLZAN ,1998, p.15)

Sendo assim, é possível notar a importância da teoria e da prática para os futuros docentes, para que assim, seja possível aperfeiçoar a metodologia de ensino, tendo como finalidade: Desenvolver o raciocínio lógico-matemático, observar o desempenho dos alunos, compartilhar os conhecimentos e verificar a execução das atividades, contudo, a adaptação de novos recursos pedagógicos é uma maneira de preparar os alunos, apresentando de forma prática as representações e aplicações do que foi estudado.

Nesse sentido, a junção da teoria e prática irá possibilitar a construção de conhecimentos, aprendizagem e desenvolvimento entre eles, na qual as experiências vivenciadas servirá como inspiração e motivação para os demais. Sendo assim, essa escolha apresenta uma série de conceitos que é preciso entender e aplicar em várias áreas do conhecimento. Dessa forma, de acordo com a (BNCC):

O trabalho com a função quadrática deve ser desenvolvido por meio de situações que favoreçam ao estudante compreender o modelo de variação que se estabelece entre as variáveis envolvidas e perceber aspectos importantes como pontos de máximo e de mínimo (BRASIL, 2016, p.577).

Logo, a utilização do software será um recurso diferenciado de ensino e aprendizagem para que, seja possível identificar as mais variadas funções possibilitando a análise, interação e identificação de diversos comandos. Afinal, a utilização do *software GeoGebra* como ferramenta pedagógica facilita a aprendizagem da função quadrática?

Dessa forma, O objetivo geral desta pesquisa será Explorar uma metodologia diferenciada de ensino e desenvolver uma melhor aprendizagem sobre a função quadrática através do *software GeoGebra*.

Com base no ensino das funções quadráticas em sala de aula, a mediação possibilitará o estudo gráfico das funções, pontos de máximos e mínimos, características das variáveis como

também, demonstrar algumas propriedades da álgebra. Logo esse material pode possibilitar a interação do professor juntamente com os alunos através da manipulação dos comandos.

A finalidade é que através dessa ferramenta podemos observar uma maior interação entre os alunos, objetivando uma proposta de aplicação de uma aula no laboratório de informática abordando os assuntos descritos anteriormente e fazendo uso do Software como uma ferramenta de ensino/aprendizagem para uma turma do primeiro ano do ensino Médio, visando assim:

- Reconhecer a função quadrática e suas representações com a manipulação dos comandos;
- Identificar o desenvolvimento dos alunos mediante essa metodologia;
- Representar as funções algébricas e os gráficos, sendo possível analisar, interpretar e resolver problemas em diversos contextos.

Esse trabalho possui quatro capítulos e as considerações finais, apresentando também elementos pré e pós textuais.

O primeiro é a introdução, que aborda uma síntese do que iremos utilizar ao longo da pesquisa, definindo os motivos que geram a evasão escolar, as dificuldades de ensino e aprendizagem da Matemática, o nível de abstração dos conteúdos e os desafios que o professor e aluno vêm a enfrentar.

O segundo capítulo traz o referencial teórico no qual, iremos abordar alguns aspectos que têm influência sobre a defasagem da aprendizagem na primeira série do ensino médio, como também a elaboração da proposta de ensino acerca da função quadrática e do Software *Geogebra* como ferramenta didático-pedagógica.

O terceiro capítulo apresenta os métodos que serão utilizados para realizar a pesquisa, como também ressalta a importância dessa proposta para o ensino da Matemática. Além disso, aqui será possível verificar o índice de aprendizagem dos alunos, no entanto, essa etapa visa reunir o máximo de ideias visando aplicar uma metodologia de ensino diferenciada.

Por fim, no quarto capítulo temos a análise da importância dessa proposta para os futuros docentes, concluindo assim o trabalho.

2. REFERENCIAL TEÓRICO

Nesse segundo capítulo iremos descrever os referenciais teóricos utilizados nessa pesquisa analisando a história da função quadrática e os campos do conhecimento que ela está inserida, apresentando assim, os conceitos iniciais, as definições e a apresentação do *software Geogebra* como instrumento de mediação.

Segundo os Parâmetros Curriculares Nacionais – PCNs (1998, p.210): “O ensino Médio precisa desenvolver o saber matemático, científico e tecnológico como condição de cidadania, e não como prerrogativa de especialistas”. Esses caminhos proporcionam uma metodologia de ensino diferenciada pois, o conteúdo apresenta um alto grau de abstração e desse modo, o uso de recursos tecnológicos possibilitará a interação entre o professor e os alunos. No entanto, para aprofundar alguns conhecimentos iremos priorizar os seguintes objetivos da Base Nacional Comum Curricular (BNCC) que são:

- Construir modelos para resolver problemas;
- Representar a função algébrica e geométrica;
- Investigar e identificar os padrões representados pela função quadrática;
- Identificar os pontos de máximo e mínimo.

Sabendo que o conteúdo de função polinomial de segundo grau é trabalhado no primeiro ano do ensino médio podemos utilizar como recurso tecnológico um *Software* para poder proporcionar uma aula dinâmica e facilitar o processo de ensino e aprendizagem.

2.1 O ENSINO DA FUNÇÃO POLINOMIAL DO SEGUNDO GRAU

Desde a antiguidade por volta de 300 a.c a função quadrática foi associada a função polinomial de segundo Grau, nesse período Euclides (Matemático muito conhecido da época) criou uma nova técnica, que possibilitou a criação de uma álgebra com uma linguagem mais objetiva, possibilitando assim, uma relação com a Geometria, conhecida como Álgebra Geométrica.

A finalidade era analisar diversos fatores, que veio a motivá-lo a explicar a ideia do movimento de queda livre de um corpo ou a trajetória de uma bala de canhão. Posteriormente o Físico Galileu Galilei concluiu que a trajetória de uma bala de canhão é descrita por uma parábola.

Atualmente o ensino de função também é voltado para a interdisciplinaridade na qual várias disciplinas podem trabalhar as mesmas definições e conceitos da função quadrática,

como é o caso da: Física, Química e Biologia. Esse conteúdo está presente também em várias áreas do conhecimento como: a Álgebra, Aritmética e Geometria.

Dessa forma é necessário um maior cuidado na hora de ensinar procurando materiais que possuam uma linguagem clara e objetiva para que assim, seja possível diversificar as metodologias de ensino possibilitando um novo conhecimento e fazendo com que os alunos possam aprender de fato o que será ensinado. A maneira como investigar e identificar padrões representados por função quadrática, é uma das habilidades da BNCC:

(EM13MAT502) Investigar relações entre números expressos em tabelas para representá-los no plano cartesiano, identificando padrões e criando conjecturas para generalizar e expressar algebricamente essa generalização, reconhecendo quando essa representação é de função polinomial de 2º grau do tipo $y = ax^2$. (BNCC,2018. Pag. 457).

Essa investigação tem possibilitado uma análise particular do ensino de funções pois através das tabelas será possível encontrar os pares ordenados, e demais pontos da função. Sendo assim a representação da função do 2º Grau ou função quadrática é definida através da existência dos coeficientes $a, b, c \in \mathbb{R}$ com $a \neq 0$ de maneira que sua lei de formação seja:

$$f(x) = ax^2 + bx + c, \forall x \in \mathbb{R}.$$

Ao utilizarmos uma função: $F(x): \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ para cada número x , vamos substituí-lo na função para encontrarmos sua imagem que é definida como $f(x)$ ou y . Observe o exemplo a seguir, aonde iremos determinar a imagem do número real $f(2)$ na seguinte função:

$$\begin{aligned} f(x) &= 2x^2 + 5x + 2 \\ f(2) &= 2(2)^2 + 5(2) + 2 \\ f(2) &= 2 \cdot 4 + 10 + 2 \\ f(2) &= 8 + 10 + 2 \\ f(2) &= 20 \end{aligned}$$

Logo a imagem do número 2 será 20, resultando no par ordenado (2,20), e assim ocorrerá sucessivamente para os demais números como mostra a tabela abaixo:

Tabela 1 - Pares ordenados da função

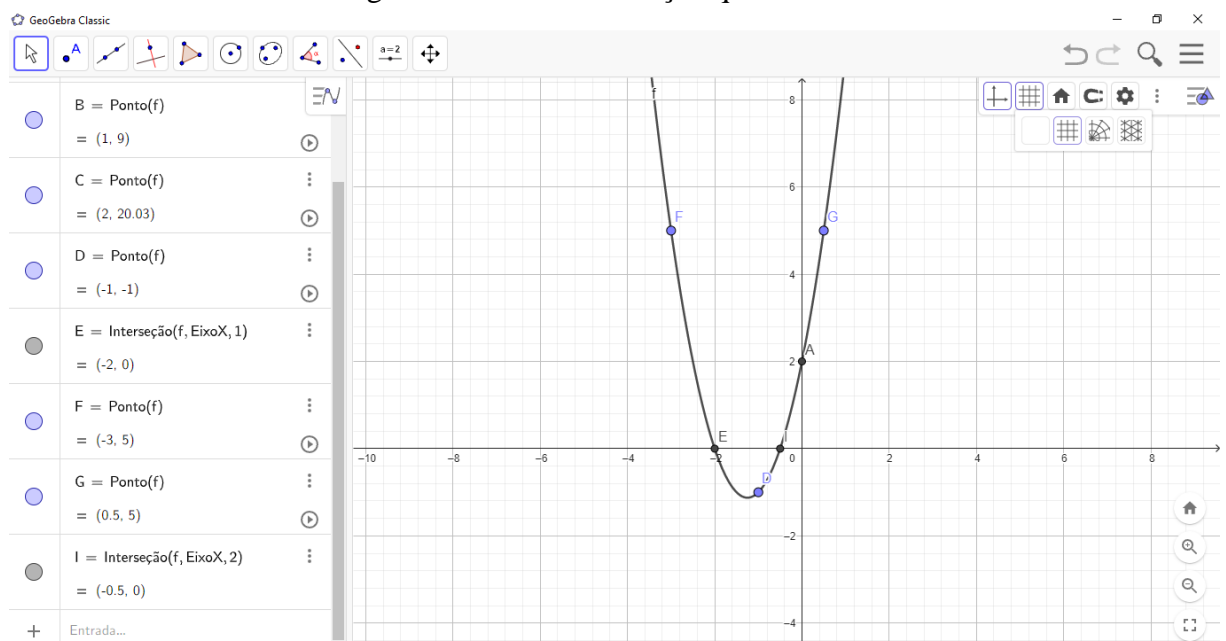
$f(x) = 2x^2 + 5x + 2$		
x	y	Par ordenado (x,y)
-3	5	(-3,5)
-1	-1	(-1,-1)
$-\frac{1}{2}$	0	$(-\frac{1}{2}, 0)$
0	2	(0,2)
$\frac{1}{2}$	5	$(\frac{1}{2}, 5)$
2	20	(2,20)

Fonte: Elaborado pela autora da obra (2023)

Podemos observar que a função pode ser trabalhada de modo tradicional, porém existem algumas limitações pois exige um maior controle do tempo, seja para verificar os pares ordenados, como também, construir no quadro as coordenadas (x,y), os pontos do gráfico e a parábola.

Pensando em facilitar a aprendizagem desse conteúdo, surgiu a ideia de trabalhar uma metodologia diferenciada de ensino através do uso do *software Geogebra* para o ensino de funções polinomiais do segundo grau, Como mostra a figura 1.

Figura 1 - Gráfico da função quadrática



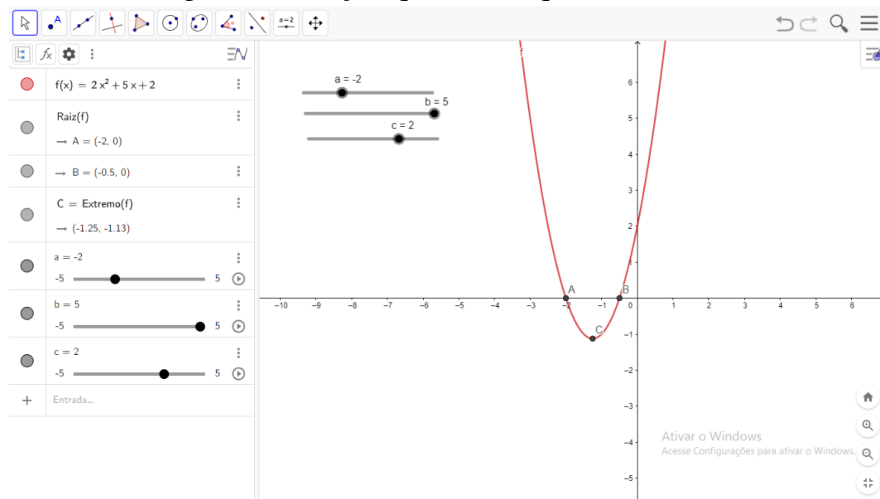
Fonte: Elaborado pela autora deste trabalho (2023)

2.1.1 Coeficiente (a) e concavidade da parábola

Para Gladcheff, Silva e Zuffi (2001) a utilização dos *softwares* na sala de aula e no ensino de Matemática pode consentir em diversos objetivos: ser fonte de informação, auxiliar o processo de construção de conhecimentos, ampliar a autonomia do raciocínio, da reflexão e da criação de soluções.

A seguir iremos analisar o comportamento da parábola de acordo com a variação de cada coeficiente, um fator importante para observar no gráfico é que toda função quadrática é representada graficamente por uma parábola. Ao observar a figura 02 é possível verificar que quando o valor do coeficiente a , é positivo com ($a > 0$), logo a concavidade da parábola é voltada para cima.

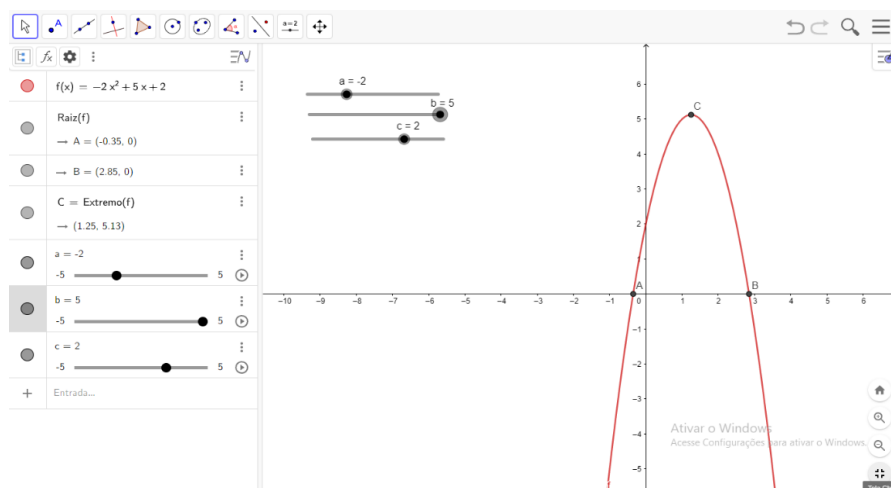
Figura 2 - Função quadrática quando $a > 0$



Fonte: Elaborado pela autora deste trabalho (2023)

Caso contrário se $a < 0$ a concavidade é voltada para baixo como mostra a figura 03.

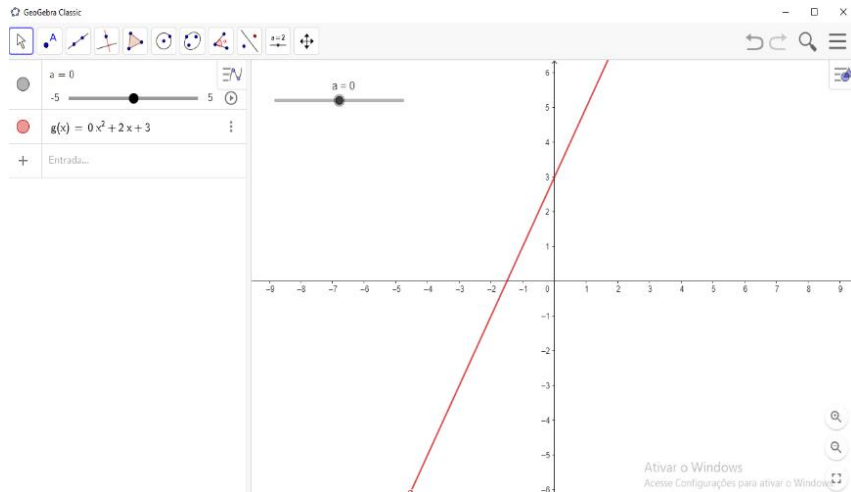
Figura 3 – Função quadrática quando $a < 0$



Fonte: Elaborado pela autora deste trabalho (2023)

Portanto se o $a = 0$, não obtemos uma função polinomial do segundo grau como mostra a figura 04.

Figura 4 - Função do 1º grau quando $a = 0$



Fonte: Elaborado pela autora deste trabalho (2023)

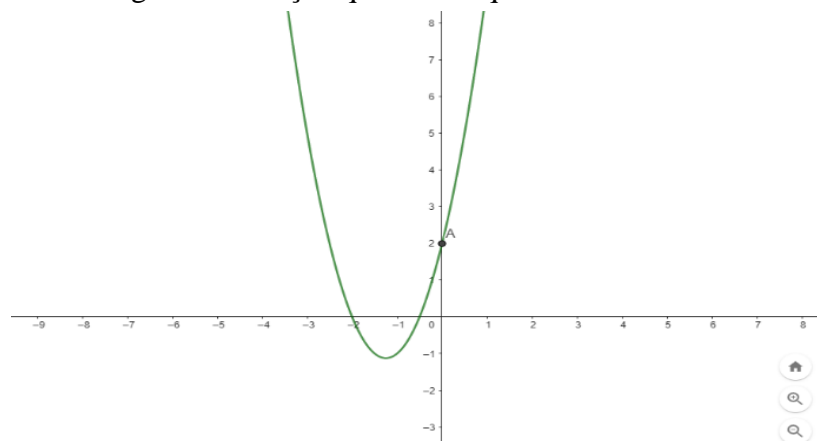
Isso ocorre pois através da definição da função o coeficiente " a " precisa ser diferente de zero, caso contrário teremos uma função afim ou também chamada de função polinomial do primeiro grau.

2.1.2 Coeficiente (b) e comportamento da função

O coeficiente b , é responsável pelo modo como a parábola se comporta ao ultrapassar o *eixo y*. Observe as figuras 05, 06 e 07 que apresentam esse comportamento.

- Para o $b > 0$, a curva cresce após ultrapassar o *eixo y*.

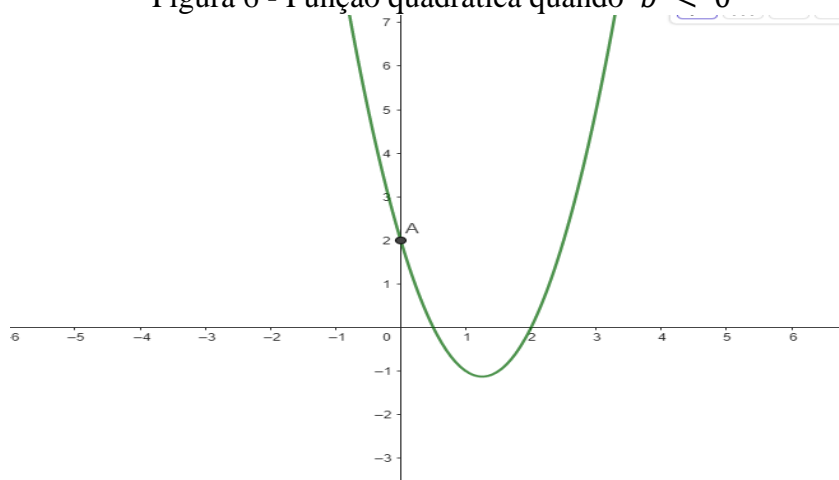
Figura 5 - Função quadrática quando $b > 0$



Fonte: Elaborado pela autora deste trabalho (2023)

- Para $b < 0$, após cortar o eixo y a curva decresce.

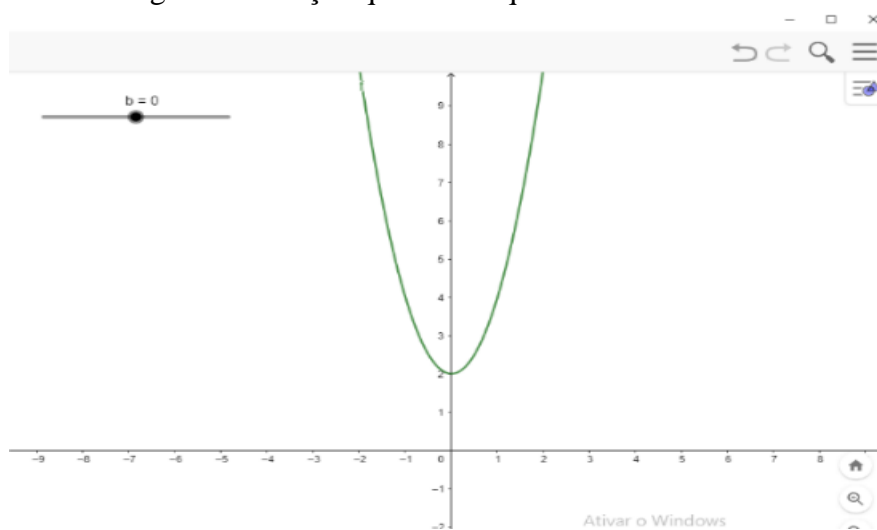
Figura 6 - Função quadrática quando $b < 0$



Fonte: Elaborado pela autora deste trabalho (2023)

- Para $b = 0$, a parábola cruza o eixo y no ponto zero.

Figura 7 - Função quadrática quando $b = 0$



Fonte: Elaborado pela autora deste trabalho (2023)

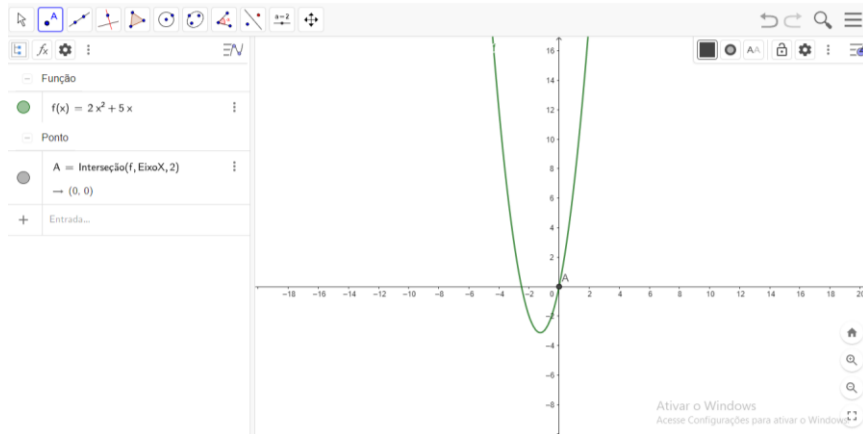
Na figura cinco é possível observar que a parábola corta o *eixo Y*, sendo assim após esse ponto a curva segue crescendo, por outro lado na figura seis para $b < 0$ após cortar o eixo y, a curva decresce e por fim na figura sete não haverá inclinação pois $b = 0$. Portanto, podemos concluir que comportamento da curva depende do coeficiente b.

2.1.3 Coeficiente (c) da função quadrática

Neste caso o próprio coeficiente c, irá definir em que momento a parábola corta o *eixo y*. Veja nas figuras 08, 09 e 10 o ponto em que a parábola corta o eixo.

- Para $c = 0$, a parábola corta o eixo y na origem

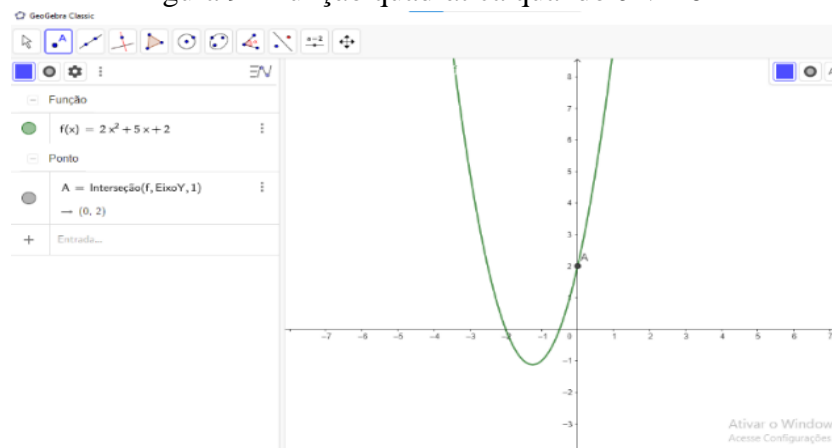
Figura 8 - Função quadrática quando $c = 0$



Fonte: Elaborado pela autora deste trabalho (2023)

- Para $c > 0$, a parábola corta o eixo y acima da origem.

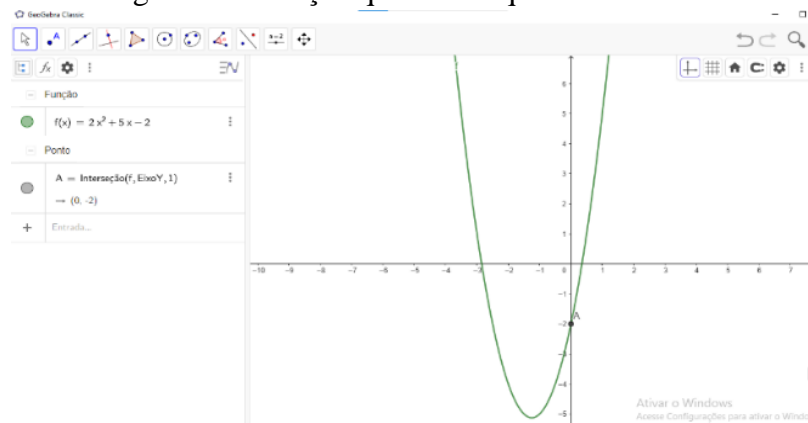
Figura 9 - Função quadrática quando $c > 0$



Fonte: Elaborado pela autora deste trabalho (2023)

- Para $c < 0$, a parábola corta o eixo y abaixo da origem.

Figura 10 - Função quadrática quando $c < 0$



Fonte: Elaborado pela autora deste trabalho (2023)

Na figura oito é possível observar que a parábola corta o *eixo Y*, na origem, ou seja, no (ponto zero), na figura nove a parábola corta o *eixo y* acima da origem nos (pontos positivos) e por fim na figura dez a parábola corta o eixo y abaixo da origem nos (pontos negativos). Logo concluímos que o local em que a parábola corta o *eixo y* depende do coeficiente *C*.

2.2 DISCRIMINANTE DA FUNÇÃO

O discriminante da função é considerado $\Delta = b^2 - 4ac$ que podemos definir como o delta da função, sendo assim, a finalidade do discriminante é identificar quantas soluções temos na função.

Note que : $\Delta = b^2 - 4ac$, então:

- Se $\Delta > 0$, a função terá duas raízes reais e distintas ($x_1 \neq x_2$);
- Se $\Delta < 0$, a função não terá uma raiz real;
- Se $\Delta = 0$, a função terá duas raízes reais e iguais ($x_1 = x_2$).

2.3 DEMONSTRAÇÃO DA FÓRMULA E OS PONTOS ZEROS DA FUNÇÃO

Para demonstrar a equação iremos utilizar a formula geral:

$$f(x) = ax^2 + bx + c = 0.$$

- Primeiramente iremos dividir todos os coeficientes pelo coeficiente “a”:

$$\begin{aligned} \frac{ax^2}{a} + \frac{bx}{a} + \frac{c}{a} &= \frac{0}{a} \\ x^2 + \frac{bx}{a} + \frac{c}{a} &= \frac{0}{a} \\ x^2 + \frac{bx}{a} &= -\frac{c}{a} \end{aligned}$$

- Após isto iremos dividir $\frac{b}{a}$ por 2 e em seguida elevar o resultado ao quadrado a fim de, descobrir qual valor será somado nos dois lados da equação.

$$\left(\frac{\frac{b}{a}}{2}\right)^2 = \left(\frac{b}{a} \cdot \frac{1}{2}\right)^2 = \left(\frac{b}{2a}\right)^2 = \frac{b^2}{4a^2}$$

- Somando esse resultado nos dois lados:

$$x^2 + \frac{bx}{a} + \frac{b^2}{4a^2} = -\frac{c}{a} + \frac{b^2}{4a^2}$$

- Por conseguinte, obtemos no primeiro membro o trinômio do quadrado perfeito, sendo escrita na forma fatorada através do produto notável.

$$\left(x + \frac{b}{2a}\right)^2 = -\frac{c}{a} + \frac{b^2}{4a^2}$$

- Agora iremos somar as duas frações no segundo membro e para facilitar esse processo basta multiplicar o numerador e denominador da fração $-\frac{c}{a}$ por $4a$ a fim de, favorecer a soma.

$$\left(x + \frac{b}{2a}\right)^2 = -\frac{4ac}{4aa} + \frac{b^2}{4a^2}$$

$$\left(x + \frac{b}{2a}\right)^2 = -\frac{4ac}{4a^2} + \frac{b^2}{4a^2}$$

$$\left(x + \frac{b}{2a}\right)^2 = \frac{-4ac + b^2}{4a^2}$$

- Inserindo a raiz quadrada em ambos os membros:

$$\sqrt{\left(x + \frac{b}{2a}\right)^2} = \sqrt{\frac{-4ac + b^2}{4a^2}}$$

- Definindo as raízes:

$$x + \frac{b}{2a} = \pm \frac{\sqrt{-4ac + b^2}}{2a}$$

Note que o sinal de \pm está presente pois estamos descrevendo o modulo de: $|x|$. Isso ocorre porque $\sqrt{x^2}$ então obtemos $\pm x$, pois $|x| = \begin{cases} x & \text{se } x \geq 0 \\ -x & \text{se } x < 0 \end{cases}$.

- Em seguida diminuindo $\frac{b}{2a}$ dos dois lados da equação vamos obter:

$$x = -\frac{b}{2a} \pm \frac{\sqrt{-4ac + b^2}}{2a}$$

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{-4ac + b^2}}{2a}$$

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{\Delta}}{2a}$$

■

- Entretanto, fica demonstrado a formula resolutive da equação do segundo grau.

É cabível lembrar que podemos utilizar outros valores para determinar os pontos da função e identificar a curvatura da parábola, pensando nisso há vários métodos para encontrar as raízes da função para $f(x) = 0$, note que se: $f(x) = 2x^2 + 5x + 2 = 0$, com $a = 2$, $b = 5$, $c = 2$. Utilizando a fórmula da equação do segundo grau, temos:

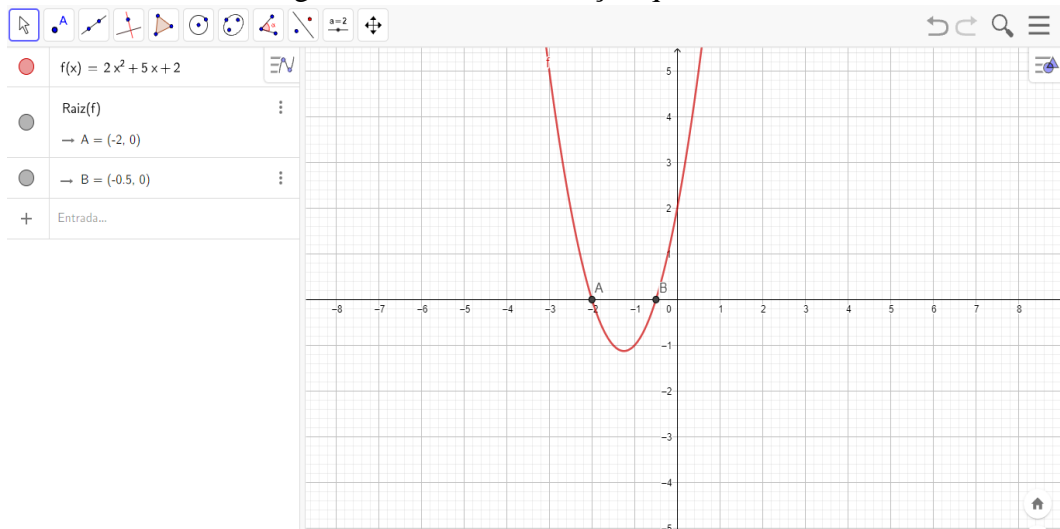
$$x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a} \quad x = \frac{-5 \pm \sqrt{5^2 - 4 \cdot 2 \cdot 2}}{2(2)}$$

$$x = \frac{-5 \pm \sqrt{25 - 16}}{4} \quad x = \frac{-5 \pm \sqrt{9}}{4}$$

$$x' = -\frac{1}{2} \quad \therefore \quad x'' = -2$$

Portanto, as raízes da função serão: $-\frac{1}{2}$, (-2) . Os pontos zeros da função ou raízes são as coordenadas em que a parábola corta o eixo x. Como mostra a representação gráfica na figura 11.

Figura 11 - Raízes da função quadrática



Fonte: Elaborado pela autora deste trabalho (2023)

Por fim, outro fator que podemos mencionar é que esse cálculo também pode ser desenvolvido através do método de soma e produto utilizando as seguintes fórmulas:

$$P = \frac{c}{a}$$

$$S = -\frac{b}{a}$$

Sendo assim a finalidade será encontrar dois números que o produto seja igual a P e que a soma desses dois números seja igual a S e a partir da soma e produto podemos verificar que caso:

- $P > 0$ e $S > 0 \Rightarrow$ As duas raízes são positivas.
- $P > 0$ e $S < 0 \Rightarrow$ As duas raízes são negativas.
- $P < 0$ e $S > 0 \Rightarrow$ As raízes possuem sinais diferentes e a de maior valor absoluto é positiva.
- $P < 0$ e $S < 0 \Rightarrow$ As raízes possuem sinais diferentes e a de maior valor absoluto é negativa.

Por fim, de acordo com essa análise será possível definir as raízes da função.

2.4 PONTOS DE MÁXIMO, MÍNIMO E VÉRTICE DA FUNÇÃO

Outro fator que é importante para a aprendizagem da função polinomial de segundo grau é compreender os Pontos de Máximo, Mínimo e Vértice da Função. Para determinar o vértice será necessário encontrar as coordenadas do ponto do vértice da parábola, através dos seguintes comandos:

1. Determinar as raízes da função: x_1 e x_2 ;
 2. Encontrar o ponto Médio que é definido como o x do vértice, sendo as extremidades x_1 e x_2 ;
 3. Encontrar o valor da função no ponto x_v , em que ao calcular $f(x_v)$ tem como resultado y_v .
- Para calcular a Coordenada x do vértice da parábola, iremos utilizar a seguinte equação:

$$x_v = -\frac{b}{2a}$$

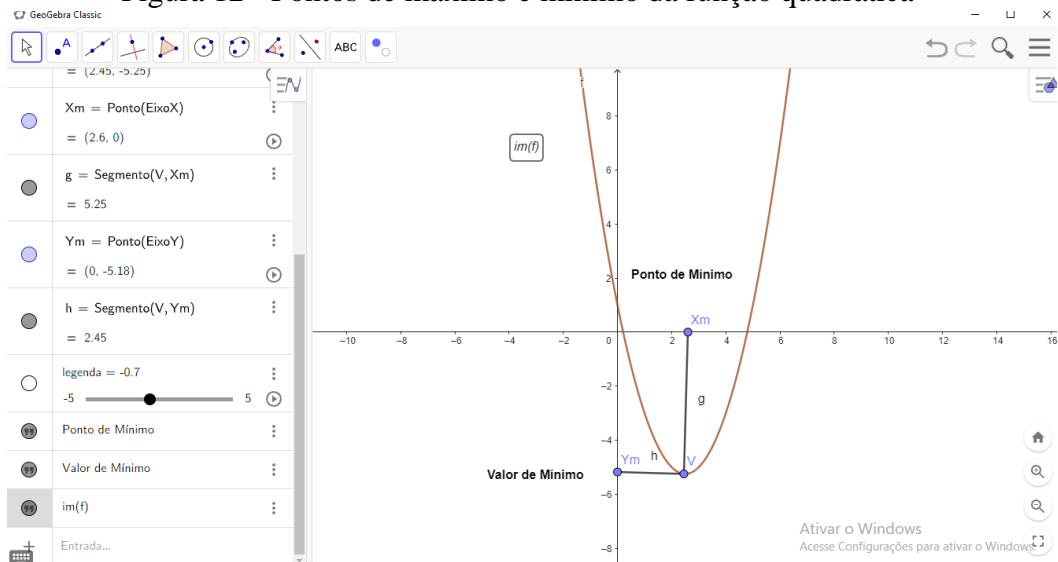
- Para calcular a Coordenada y do vértice da parábola, é necessário utilizar a seguinte equação:

$$y_v = -\frac{\Delta}{4a}$$

No entanto, se a concavidade da função é voltada para cima, então ela possui ponto de Mínimo. Por outro lado, se a concavidade da função possui concavidade voltada para baixo, a função possui ponto de Máximo.

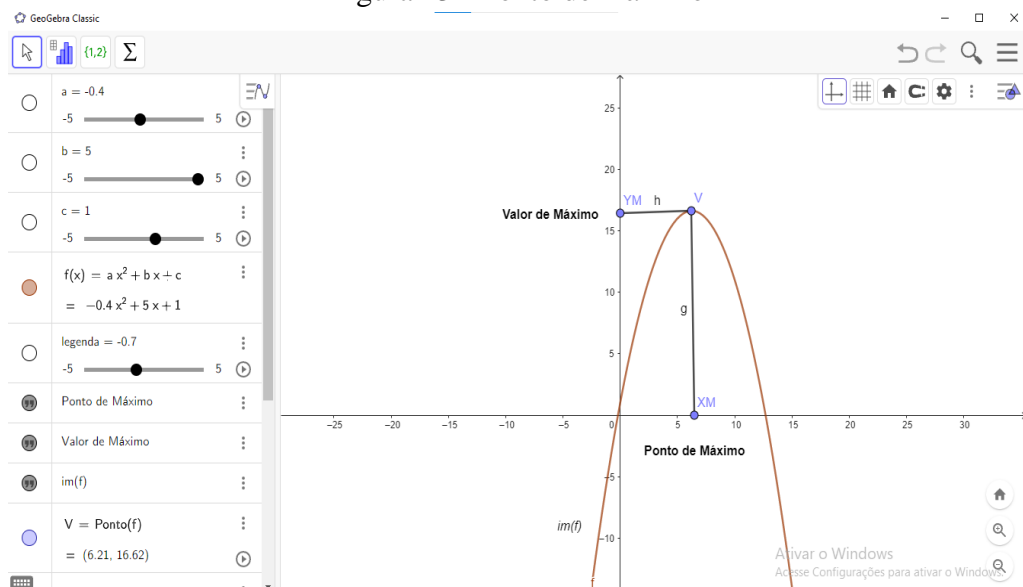
Note nas funções abaixo para $a > 0$: y_m representa o Valor Mínimo e x_m o ponto de Mínimo. Por outro lado, para $a < 0$: y_M representa o Valor de Máximo e x_M o ponto de Máximo. Logo é possível identificar que a intersecção entre esses dois pontos resulta no Vértice da Função como mostra a figura 12 e a figura 13, abaixo.

Figura 12 - Pontos de máximo e mínimo da função quadrática



Fonte: Elaborado pela autora deste trabalho (2023)

Figura 13 - Ponto de máximo



Fonte: Elaborado pela autora deste trabalho (2023)

Por fim, a ideia é que os estudantes possam analisar e construir a função a partir de sua representação algébrica, dando valores e verificando o comportamento das funções a partir dos coeficientes, para que, assim, seja possível visualizar o gráfico e os pontos da função.

A seguir iremos apresentar o uso do software *GeoGebra* como instrumento de mediação para que possamos compreender um pouco mais sobre como utiliza-lo e a importância que essa metodologia de ensino pode agregar para o ensino básico de Matemática.

2.5 O USO DO *GEOGEBRA* COMO INSTRUMENTO DE MEDIAÇÃO

Considerando que muitas vezes possam surgir dificuldades pela maneira que o livro didático aborda o conteúdo dificultando a compreensão. Acredita-se que alguns atrasos no desenvolvimento dos alunos também são referentes as limitações de alguns professores por utilizar somente a metodologia de ensino tradicional.

Segundo Vygotsky o bom ensino é aquele que estimula o jovem a atingir um nível de habilidade que ainda não domina completamente, trazendo sempre um novo conhecimento, dessa forma, é válido observar o quanto essas teorias veem contribuindo para educação brasileira e como os futuros professores podem conhecer melhor o nível de aprendizagem de seus alunos.

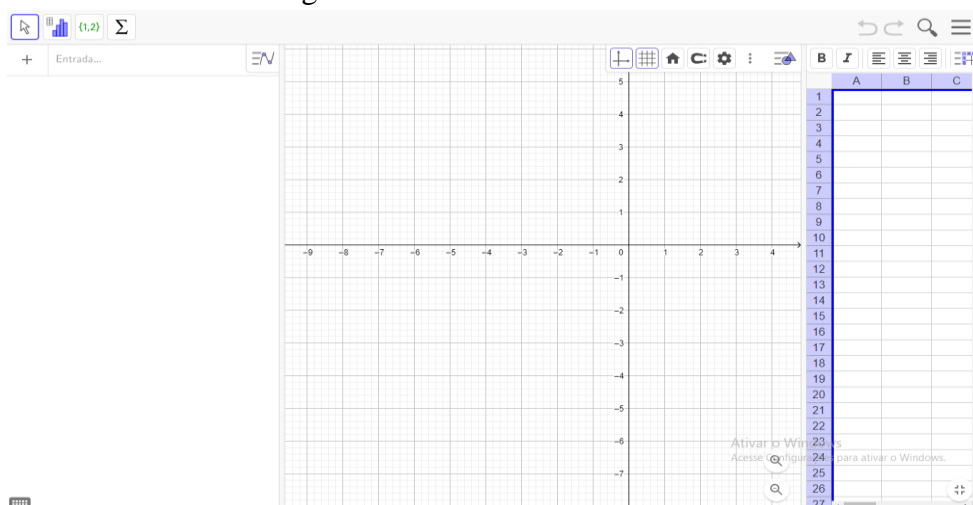
Essa internalização ocorre quando o aluno passa a extrair para si toda cultura e conhecimento mediado pelo professor, causando uma transformação neste discente e proporcionando um novo aprendizado. Sendo assim, Vygotsky acredita também que o desenvolvimento depende da mediação e do contexto social e cultural em que ele vive, visto que o conhecimento pode mudar com o passar do tempo e o docente como mediador deve considerar esta mudança.

Nesse sentido, a teoria do socio construtivismo defendida pelo mesmo teórico está ligada a mediação que é a ação realizada por um elemento intermediário entre o ser humano e o mundo, possibilitando assim, a internalização do conhecimento.

No contexto da educação os mediadores são os professores que diante de suas atividades pedagógicas estimulam novas aprendizagens e que podem possibilitar que os aprendizes internalizem esse conhecimento. Pensando nisso foi se pensado em uma maneira de facilitar esse processo e isso pode se dar por meio da utilização do *GeoGebra* por facilitar o entendimento de algumas disciplinas como: a Matemática Fundamental e a Matemática no ensino Médio.

A ferramenta em si poderá ser acessada através do aplicativo (*GeoGebra*), software: *Geogebra Classic* ou site: (<https://www.geogebra.org>) apresentando uma multiplataforma para o ensino de Matemática. Então, é possível analisar simultaneamente a janela algébrica, tabelas e gráficos esses comandos são fundamentais para o ensino e aprendizagem da Função quadrática. Dessa forma, iremos utilizar as Janelas presente na figura 14.

Figura 14 - Janelas do GeoGebra



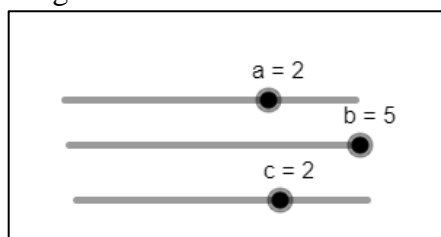
Fonte: Elaborado pela autora deste trabalho (2023)

- Janela algébrica (Lado direito): é o local destinado para inserir a equação referente a função polinomial.
- Janela gráfica (Meio): lugar aonde será exibido a representação gráfica conforme descrito na janela algébrica.
- Janela de cálculo (Lado esquerdo): é uma planilha com cálculos referente que poderá ser utilizado como ferramenta de auxílio para realizar os cálculos.

No entanto, o ensino através do *Software* está ligado a junção da Geometria, da Álgebra e do Cálculo pois, a medida em que inserimos os comandos da função quadrática, as ideias vão sendo construídas ou seja, o esboço gráfico aparecerá no lado direito apresentando todos os pontos e pares ordenados, é possível lembrar que com a manipulação dos comandos é notório a visualização de algumas definições.

Na figura 15, notamos a presença dos controles deslizantes que serve de base para verificar a variação dos coeficientes, podendo ser manipulados entre o ponto de mínimo e o ponto de máximo. À vista disso, na janela gráfica será possível visualizar o comportamento das funções de modo interativo ao ativar a animação desses controles.

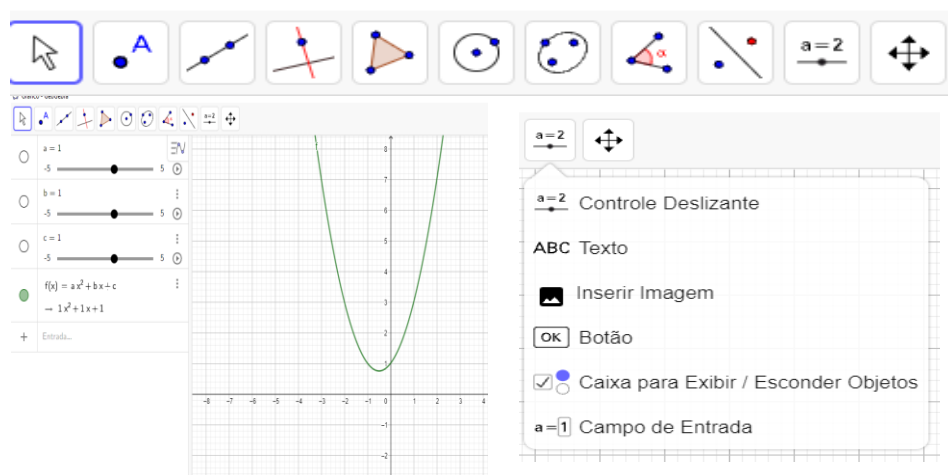
Figura 15 - Controles deslizantes



Fonte: Elaborado pela autora deste trabalho (2023)

Ao manusear, é possível verificar a concavidade da parábola, além de identificar os pontos de máximos e mínimos da função. Por outro lado, a Barra de tarefas também é uma ferramenta importante, pois possibilita o uso de instruções ao longo da construção das funções, observe a figura 16.

Figura 16 - Ferramentas do *software GeoGebra*



Fonte: Elaborado pela autora deste trabalho (2023)

Sendo assim os principais pontos da função quadrática são encontrados facilitando a visualização e compreensão do conteúdo trabalhado, observe que alguns comandos são diferentes pois exige um maior entendimento sobre a informática básica e programação.

O uso do computador como instrumento de mediação torna o aluno o responsável pela sua aprendizagem, dessa forma, Fainguelernt (1999) destaca que:

O computador pode ser um catalisador para mudar a dependência e, em um ambiente interativo, envolver os alunos em atividades matemáticas durante as quais eles podem propor os seus próprios problemas, tomar suas próprias decisões e depurar suas representações baseados no *feedback* proporcionado pelo computador (FAINGUELERNT, 1999, p. 63).

Esse estudo é uma proposta de ensino para aplicar no laboratório de informática. Sendo possível desenvolver a noção de como é definida a função polinomial do segundo grau, na qual a concavidade da função está voltada e quais suas características tornando assim a aprendizagem de um conteúdo abstrato em um conhecimento interativo. Fica evidente, portanto, que o uso do *Software do GeoGebra* pode facilitar a aprendizagem, pois trata-se de uma ferramenta de prática, interação e dinamismo na qual o aluno pode aprofundar seu conhecimento constantemente.

3. METODOLOGIA

Esse capítulo visa descrever uma sequência de atividades sobre a função quadrática, sendo destinada ao primeiro ano do ensino Médio. Levando isso em consideração foi se pensado em uma aula que pudesse utilizar o *GeoGebra* para facilitar a compreensão do estudo de função quadrática. Desse modo, com a utilização do *Software* o professor poderá abordar novos métodos de ensino, além de verificar como esse conteúdo está sendo desenvolvido em sala.

No entanto, iremos trabalhar com a pesquisa qualitativa visando coletar as informações necessárias para descrever fenômenos não quantificados no qual o pesquisador tem como tarefa exercer influência sobre a pesquisa podendo também ser influenciado por ela.

Em relação à pesquisa qualitativa Minayo menciona,

A pesquisa qualitativa responde a questões muito particulares. Ela se preocupa, nas ciências sociais, com um nível de realidade que não pode ser quantificado. Ou seja, ela trabalha com o universo de significados, motivos, aspirações, crenças, valores e atitudes, o que corresponde a um espaço mais profundo das relações, dos processos e dos fenômenos que não podem ser reduzidos à operacionalização de variáveis. (MINAYO, 2002, pg.21)

Desse modo, esse tipo de pesquisa foi escolhido com o objetivo de sugerir com mais propriedade uma proposta de ensino de função quadrática.

3.1 CARACTERIZAÇÃO DA POPULAÇÃO E LOCAL

Essa proposta de ensino foi pensada para ser aplicada em uma turma de 1º ano do ensino Médio, em que os professores serão levados a seguir as orientações e um roteiro pré-estabelecido como mostra adiante na proposta de ensino. A ideia é que os alunos inicialmente estejam em sala de aula para a aprendizagem do conteúdo e em seguida seja levado ao laboratório ou sala de informática, se a escola possuir. Caso contrário o professor também pode utilizar o projetor para apresentar os gráficos e os problemas no *GeoGebra*.

3.2 INSTRUMENTOS E PROCEDIMENTOS PARA A COLETA DE DADOS

Para a elaboração da coleta de dados foi pensado em um questionário com 10 questões de respostas abertas, a ideia é que essas questões sejam aplicadas na última aula sobre o ensino de funções quadráticas e a utilização do software *GeoGebra*. Logo, para utilizar esse instrumento de pesquisa o mediador deve pensar qual instrumento melhor se encaixa para o tipo de trabalho que deseja realizar.

Quais são os tipos de instrumentos de coleta de dados existentes? Quais instrumentos se adequam ao tipo de pesquisa que pretendo fazer? O instrumento ou instrumentos escolhidos ajudam a obter, de forma satisfatória, as informações que sejam precisas para chegar às conclusões que desejo com meu estudo? (Oliveira et al., 2016, p. 2).

Portanto esse questionário pode contribuir para o diagnóstico de aprendizagem, podendo ser modificado de acordo com o plano de aula que o professor pretende aplicar, sendo assim, os estudantes poderão relatar suas experiências e sugerir melhorias/aperfeiçoamento dessa metodologia de ensino.

4. PROPOSTA DE ENSINO DE FUNÇÃO QUADRÁTICA

O ensino e aprendizagem de função poderá ser ministrado em seis aulas equivalentes a 50 minutos cada aula e divididas em três momentos, primeiramente três aulas serão voltadas para o ensino de função quadrática, posteriormente haverá duas aulas para a resolução de problemas matemáticos através do *Software GeoGebra* e por fim, uma aula para as resoluções, dúvidas sobre os problemas e diagnóstico sobre a metodologia diferenciada de ensino.

No primeiro momento da aula o professor irá descrever os conceitos iniciais sobre funções, para isto, será necessário a apresentação sobre algumas definições e propriedades. Essa breve revisão é importante para lembrar o que eles estudaram anteriormente, a fim de analisar o desenvolvimento e aprendizagem acerca do conteúdo.

Em seguida, o professor irá ministrar a aula detalhadamente sobre função quadrática mencionando e orientando como encontrar as raízes, os pontos de máximos e mínimos e a representação gráfica através do software *GeoGebra*.

No terceiro momento o docente irá resolver com os discentes alguns problemas utilizando o software. Esse momento será voltado para o diálogo entre o professor e os alunos para solucionar dúvidas com relação aos conteúdos estudados além de ouvir os alunos, suas sugestões e dificuldades.

Após as resoluções, o mediador irá solicitar aos alunos que resolvam um problema por meio do software para que cada um tenha seu próprio tempo para resolução para plotar os gráficos e observar o que ocorre com a variação dos coeficientes. Essa atividade consiste em cada aluno resolver um problema sobre função quadrática utilizando o *Geogebra*.

Por fim, temos um questionário presente no Apêndice no qual, os alunos irão descrever impressões positivas e negativas da aula, quais dificuldades/ facilidades obteve e o que essa metodologia de ensino agregou para sua aprendizagem.

4.1 PRIMEIRO MOMENTO: O ENSINO DA FUNÇÃO

Inicialmente serão abordados alguns conceitos de funções e conjuntos que são importantes para o aprendizado de Função Quadrática. A seguir iremos apresentar uma breve definição sobre cada conteúdo, abordado nesse estudo.

- **Função Quadrática:** Também conhecida como função polinomial do segundo grau, seu gráfico é representado por uma parábola. Definida por:

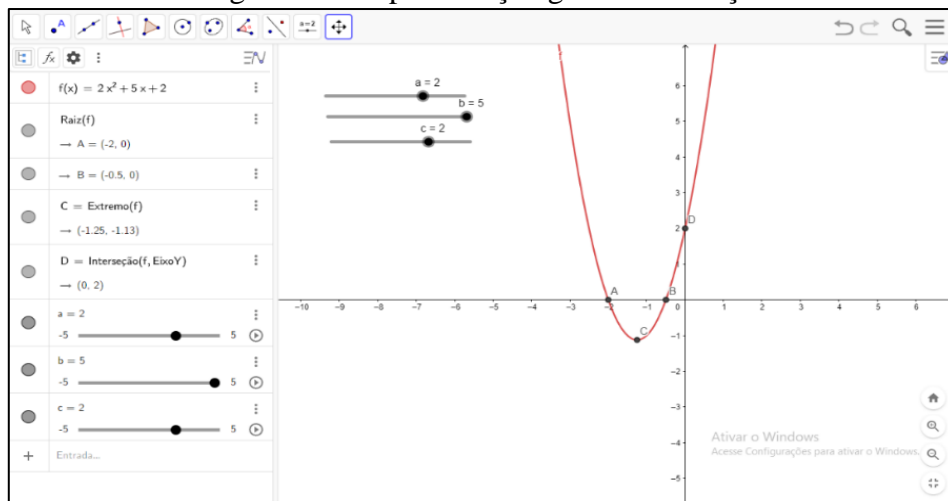
$$f(x) = ax^2 + bx + c$$

- Com “a”, “b” e “c” pertencentes aos reais e “a” diferente de zero.

A aula se dará através da apresentação do conteúdo sobre a função quadrática, sendo que os alunos antes de utilizar *Geogebra* serão levados a conhecer a lei que modela a função polinomial do segundo e posteriormente possam aplicar essa lei no *software* e venham a conhecer de forma prática os conceitos e pontos da função.

Observe que iremos desenvolver a aprendizagem descrita anteriormente, só que agora utilizando o *Geogebra* e podendo visualizar o gráfico. Note que na figura abaixo é possível notar a presença dos pontos (A, B) que representam as raízes da função, o ponto (C) representa os pontos do vértice e o ponto (D) a intersecção local aonde a parábola corta o *eixo y*.

Figura 17 - Representação gráfica da função



Fonte: Elaborado pela autora deste trabalho (2023)

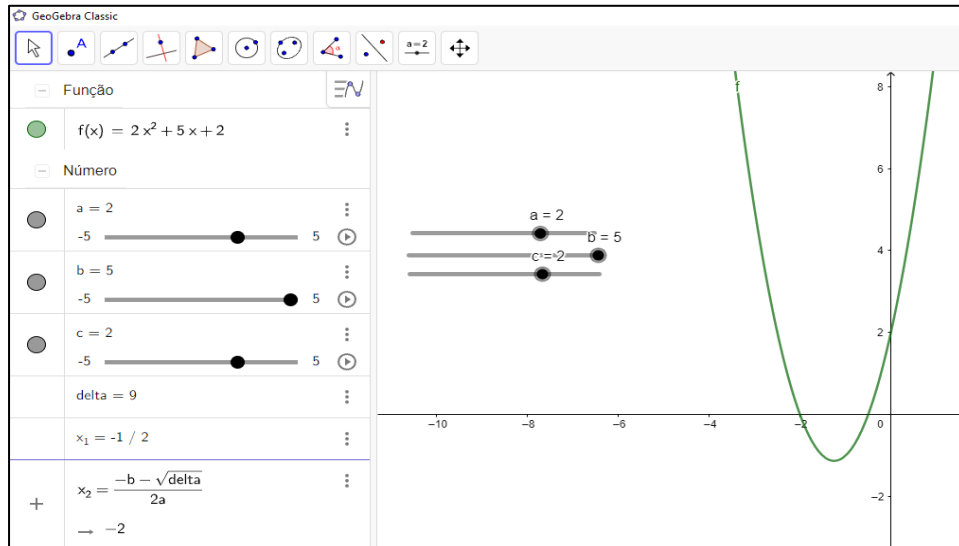
A figura acima é referente ao gráfico da função $f(x) = 2x^2 + 5x + 2$, ao observar o gráfico os alunos serão levados a analisar os pontos da função, para que assim através da manipulação dos comandos os estudantes venham a aprender e aplicar os principais conceitos.

Após isto iremos encontrar as raízes através do *software*, nesse caso utilizamos o delta encontrado anteriormente e inserimos a fórmula da equação do segundo grau no campo de entrada para descobrir as raízes da função, dividindo em duas seções:

$$x_1 = \frac{-b + \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a} = -\frac{1}{2}$$

$$x_2 = \frac{-b - \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a} = -2$$

Figura 18 - Raízes da função



Fonte: Elaborado pela autora deste trabalho (2023)

Desse modo, através da aplicação das equações descritas anteriormente o *software* irá gerar automaticamente as raízes da função (local em que os valores de x fazem com que $f(x) = 0$), sendo assim, será possível identificar detalhadamente os comandos utilizados e a visualização gráfica dos pontos.

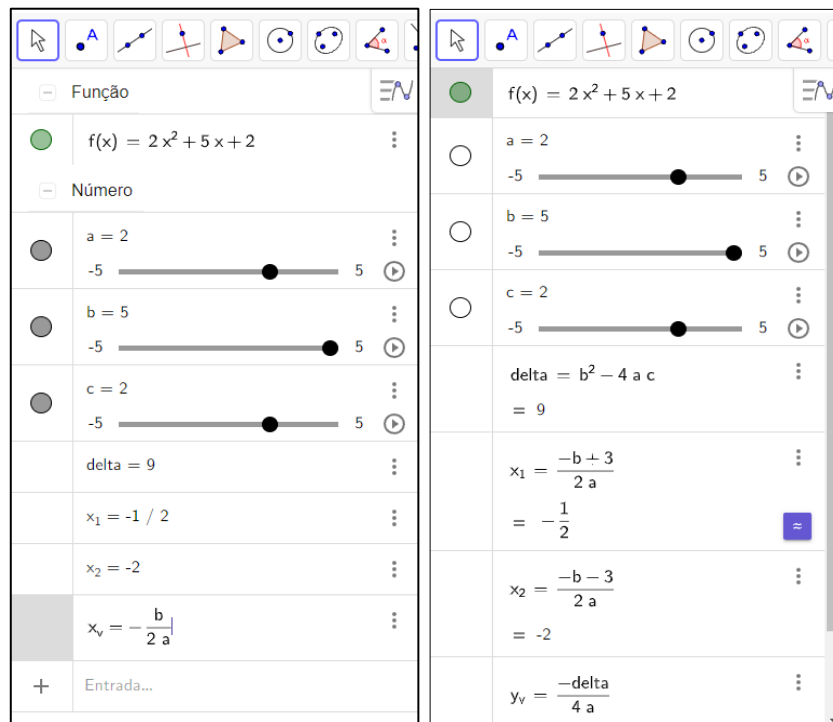
Por outro lado, através do vértice da parábola é possível encontrar os pontos de máximo ou mínimo da função que são os valores que representam o máximo ou mínimo que essa função pode assumir que estará relacionado diretamente ao coeficiente “a” da função quadrática. O vértice pode ser encontrado utilizando o seguinte comando:

$$x_v = \frac{-b}{2a}$$

$$y_v = \frac{-\text{delta}}{4a}$$

Sendo assim, a finalidade é que os alunos procurem utilizar o campo de entrada, comandos e controles deslizantes para aperfeiçoar a aprendizagem. Note que esses valores podem ser encontrados através do campo de entrada no *GeoGebra* como mostra a figura 19.

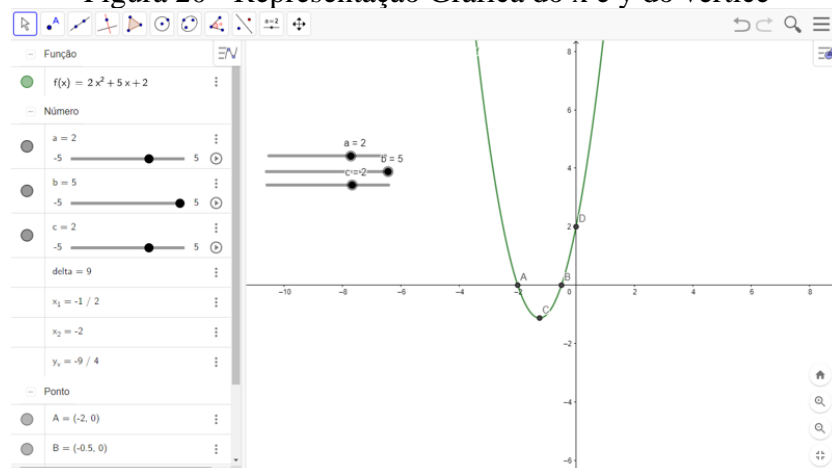
Figura 19 – Imagem do *GeoGebra* com x e y do vértice



Fonte: Elaborado pela autora deste trabalho (2023)

Com o auxílio da figura acima podemos observar a análise gráfica que facilita a visualização dos pontos na função quadrática, sendo possível identificar com objetividade o que será estudado na teoria. Note na figura 20, a representação gráfica da função, juntamente como seus vértices.

Figura 20 - Representação Gráfica do x e y do vértice



Fonte: Elaborado pela autora deste trabalho (2023)

Pensando nisso, a seguir será apresentado um planejamento de como as aulas serão ministradas e quais ferramentas e materiais didáticos podem ser utilizados, a fim de propor uma metodologia diferenciada de ensino e aprendizagem.

4.2 SEGUNDO MOMENTO: PROBLEMAS MATEMÁTICOS

Exercício 01

01. Suponha que você tenha uma expressão do tipo $f(x) = ax^2 + bx + c$, observe o que ocorre com o gráfico ao manipular os coeficientes. (utilize o *Geogebra* para verificar as soluções).

a) Uma função quadrática pode ter o coeficiente $a = 0$? E qual seria o desenho da curva?

Resposta: Não, pois o coeficiente “a” precisa ser diferente de zero, caso contrário temos uma função Afim tendo como desenho uma reta.

b) Como se encontra a curva de uma parábola quando $a > 0$;

Resposta: possui uma concavidade voltada para cima.

c) Como se encontra a curva da parábola quando $a < 0$;

Resposta: possui uma concavidade voltada para baixo.

d) O que ocorre com a curva da parábola quando $b = 0$;

Resposta: O vértice X_v é igual a zero.

e) Como se encontra a curva da parábola quando $b > 0$;

Resposta: A curva intercepta o eixo y em seu lado crescente.

f) Como se encontra a curva da parábola quando $b < 0$;

Resposta: A curva intercepta o eixo y em seu lado decrescente

g) Como se encontra a curva da parábola quando $c = 0$;

Resposta: a curva passa pelo ponto (0,0) no gráfico.

h) Como se encontra a curva da parábola quando $c > 0$;

Resposta: A curva corta o eixo y acima do eixo x.

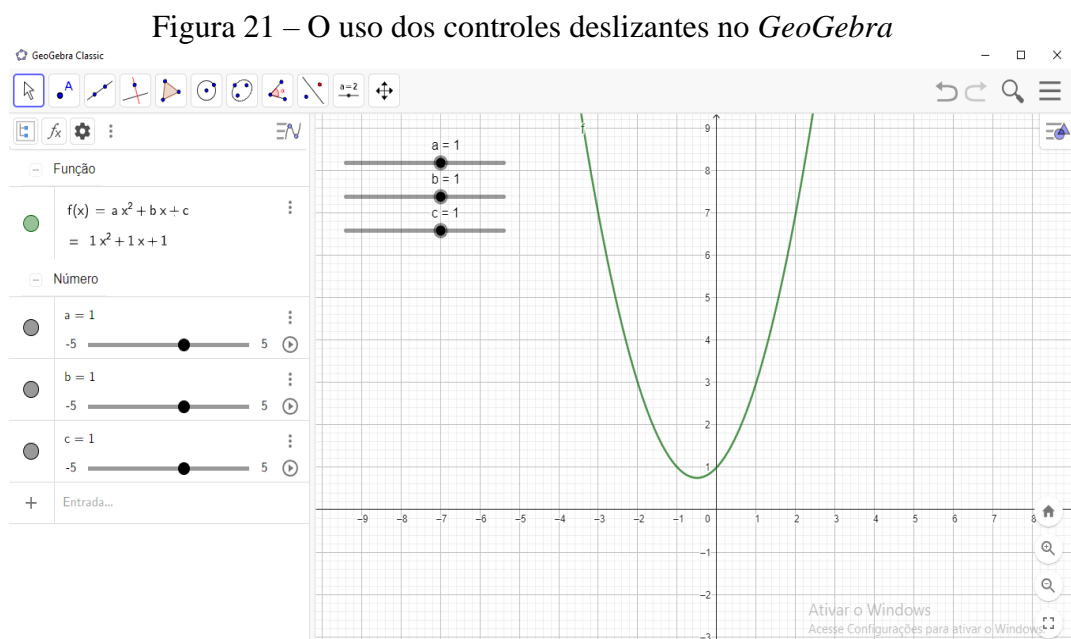
i) Como se encontra a curva da parábola quando $c < 0$.

Resposta: A curva corta o eixo y abaixo do eixo x.

OBS: A finalidade é que o professor possa explicar o conteúdo e orientar os alunos para inserir os seguintes comandos:

- No campo de entrada, inserir: $f(x) = ax^2 + bx + c$
- Marque para adicionar os controles deslizantes de a, b e c.
- Deslizando os controles ou ativando a animação para cada coeficiente, verifique o que acontece com o gráfico.

Observe a figura 21 a representação do gráfico da função e os procedimentos citados acima.



Fonte: Elaborado pela autora deste trabalho (2023)

Exercício 02

02. No IFRN campus Santa Cruz será realizado um campeonato de futsal interno, onde cada time jogará duas vezes com cada.

- a) Existe uma expressão matemática que represente o número y de partidas e o número x de times?

Resposta: Sim.

$$n \text{ times: } 2 \times (n - 1) + \dots + 2 \times 3 + 2 \times 2 + 2 \times 1 = 2 \times [(n - 1) + (n - 2) + \dots + 2 + 1] = 2 \times \frac{[(n-1)n]}{2} = (n - 1)n$$

Tabela 2 - Pontos (x,y) da função do exercício 02

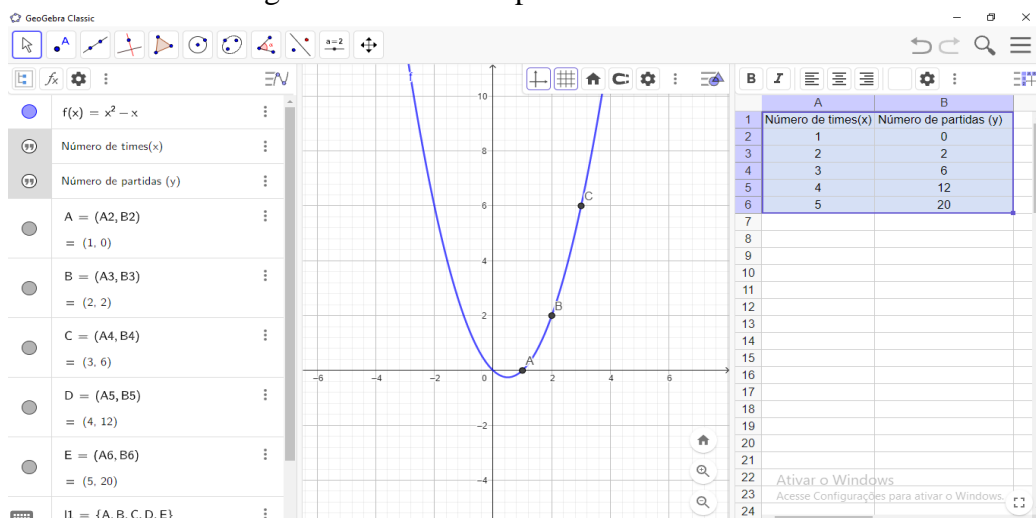
Número de times (x)	Número de partidas (y)
1	$1(1 - 1) = 0$
2	$2(2 - 1) = 2$
3	$3(3 - 1) = 6$
4	$4(4 - 1) = 12$
5	$5(5 - 1) = 20$
...	...
X	$x(x - 1) = y$ ou $y = x^2 - x$

Fonte: Fonte: Elaborado pela autora da obra (2023)

- b) Utilizando o Geogebra é possível construir um gráfico para representar essa situação? Qual é formato do gráfico que foi obtido?

Resposta: sim, o gráfico apresenta o formato de uma parábola com concavidade voltada para cima.

Figura 22 – O uso de planilhas no *GeoGebra*



Fonte: Elaborado pela autora deste trabalho (2023)

OBS: É importante que o professor comente com os alunos sobre o domínio, contradomínio e imagem da função para que eles possam identificar os pontos (x, y) na planilha e verificar a importância desses pontos no gráfico.

Exercício 03

03. No final do ano os alunos do 1º ano da Escola Estadual João Ferreira de Souza pretendem realizar uma viagem para a praia de ponta Negra no litoral do Rio Grande do Norte. Para a viagem precisam contratar o ônibus para prestar o serviço de transporte.

A empresa Jardinense tem ônibus com capacidade de 48 passageiros e a proposta da empresa foi a seguinte:

- Cada passageiro pagará R\$ 240,00 se todos os lugares forem ocupados.
- Se o ônibus não obter lotação máxima, cada passageiro pagará um acréscimo de R\$ 12,00 por lugar não ocupado.

a) Sabendo que a receita é o total de dinheiro arrecadado, qual será a receita obtida caso 8 lugares não sejam ocupados?

Resposta:

$$\begin{aligned} \text{Receita} &= (48 - 8) * 240 + (48 - 8) * 12 * 8 \\ &= 40 * 240 + 40 * 96 \\ &= 9600 + 3840 \\ &= 13440 \end{aligned}$$

Portanto concluímos que a receita obtida será de R\$ 13440,00

b) Qual expressão Matemática que possui relação a receita R em função da quantidade x de lugares não ocupados?

Resposta:

$$\begin{aligned} R &= (48 - x) * (240 + 12x) \\ R &= (48 - x) * 240 + 12x \\ R &= 11520 + 576x - 240x - 12x^2 \\ R &= -12x^2 + 336x + 11520 \end{aligned}$$

c) Utilize o Geogebra para escrever a expressão obtida no campo de entrada e determine: Quantos passageiros devem viajar para que a empresa tenha receita máxima? Qual o valor da receita máxima?

Resposta: Para a empresa obter receita máxima 14 passageiros devem viajar. O valor da receita máxima obtida é de R\$ 13872,00. Pois ao substituir o x na expressão, obtemos:

$$\begin{aligned} R &= -12x^2 + 336x + 11520 \\ R &= -12 \cdot 14^2 + 336 \cdot 14 + 11520 \\ R &= 13.872 \end{aligned}$$

OBS: O professor deve orientar os alunos para encontrar o ponto de máximo no geogebra, para isso é preciso solicitar que eles insiram no campo de Entrada a função

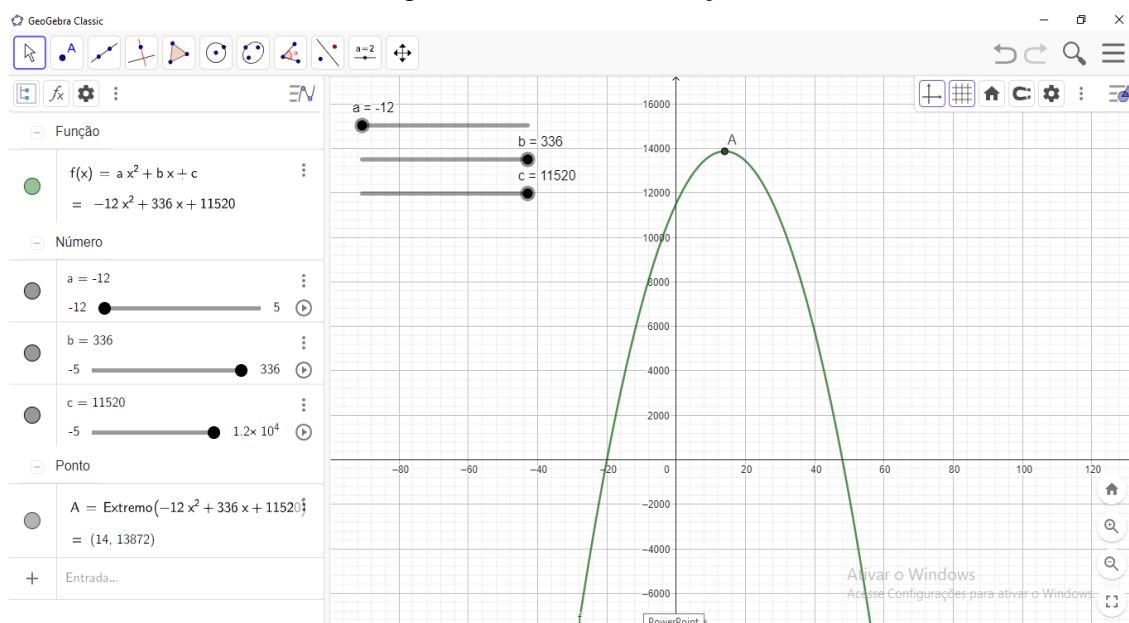
$$f(x) = -12x^2 + 336x + 11520$$

Após isto para encontrar o ponto extremo é necessário inserir o seguinte comando:

$$\text{Extremo} [-12 x^{(2)} + 336 x + 11520]$$

Por fim, é necessário sempre revisar os conceitos de Xv e Yv . Como mostra a figura a seguir:

Figura 23 - Pontos da função



Fonte: Elaborado pela autora deste trabalho (2023)

4.3 TERCEIRO MOMENTO: AVALIAÇÃO

Após os alunos encontrarem as resoluções para os exercícios, o professor pode orientá-los para salvar o arquivo ou tirar um print da tela bem como apresentar o que foi desenvolvido no caderno, para que seja possível realizar as correções da atividade. A finalidade é que todos os alunos discutam sobre as diferentes resoluções e dúvidas sobre o problema e assim cheguem a um consenso sobre a resposta. Por fim, os alunos terão acesso ao questionário para expressar suas dificuldades e sugestões.

Logo, os conteúdos e atividades que serão produzidos serão aplicados em um momento posterior, sendo que as aulas serão ministradas futuramente de maneira expositiva e dialogada utilizando o projetor para apresentar o *software GeoGebra*. Para isso, será utilizada uma metodologia ativa fundamentada na resolução de problemas, com o objetivo de facilitar a compreensão e visualização dos comandos.

5. CONSIDERAÇÕES FINAIS

A proposta desse estudo foi desenvolver um trabalho voltado para o ensino da função quadrática através do Geogebra seguindo assim a proposta de ensino mencionada anteriormente. Para isso foi apresentado ao longo do trabalho a função quadrática, a obtenção das raízes e o estudo da parábola, sem deixar de lado os cálculos algébricos necessários.

Percebemos que esse trabalho representa uma aprendizagem ampla possibilitando ao aluno uma maior autonomia, para que o professor não será um mero transmissor de conhecimento, e sim um mediador indicando, assim, os pontos específicos para que os estudantes sejam capazes de aprender com os próprios erros. Logo, o uso de atividades diferenciadas pode possibilitar um maior engajamento e participação de todos.

Por outro lado, notamos que o papel de pesquisadora e professora não é uma tarefa fácil pois, para que essa proposta didática seja viável é preciso tempo para um planejamento adequado, a fim de organizar o número de aulas e reserva do laboratório o que acaba sendo complicado diante das demandas do dia a dia que os professores enfrentam.

Outro fator importante é que as aulas sejam realizadas em vários momentos para que seja necessário aplicá-las conforme o plano de ensino, seguindo o roteiro pré-estabelecidos na proposta. Entretanto o uso dessa metodologia proporciona uma melhor compreensão para o ensino de Matemática, a fim de desenvolver uma aprendizagem construtiva e um ensino de qualidade.

Apesar de não termos aplicado essa proposta de ensino, esperamos aplicar futuramente em uma turma do primeiro ano do ensino Médio para verificar as dificuldades que podem ser encontradas na aplicação e nas possibilidades que possam surgir também de acordo com o desenvolvimento dos alunos. Porém esperamos que a proposta possa auxiliar professores do ensino médio como uma alternativa para facilitar o processo de construção do conhecimento em relação ao conteúdo de função polinomial do segundo grau. Por outro lado, as aulas podem ser adaptadas tanto para os anos finais do Ensino Fundamental, quanto o terceiro ano do Ensino Médio, para que assim alguns conteúdos possam ser revisados e mais aprofundados.

REFERÊNCIAS

- ANDRADE, Wendel Melo; BRANDÃO, Jorge Carvalho. **O Estudo das Funções Quadráticas com Mediação do Software Geogebra**. Curitiba: CRV, 2019.
- BRASIL. Ministério da Educação. **Base Nacional Comum Curricular**. Brasília, 2018.
- BRASIL. Secretaria de educação Média e Tecnológica. **Parâmetros Curriculares Nacionais: Ciências da Natureza, Matemática e suas Tecnologias**. Brasília: MEC, 1999.
- BOLZAN, R. F. F. A. **o Conhecimento tecnológico e o paradigma educacional**. Dissertação de Mestrado do Programa de Pós-Graduação em Engenharia de Produção. Florianópolis. 1998. Disponível em <<https://repositorio.ufsc.br/bitstream/handle/123456789/111374/104586.pdf?sequence=1&isAllowed=y>> . Acesso em: 20 de Março de 2023.
- Demonstração**. [S. l.], 2 fev. 2016. Disponível em: <https://mundoeducacao.uol.com.br/matematica/demonstracao-formula-bhaskara.htm>. Acesso em: 2 fev. 2023.
- FAINGUELERNT, Estela Kaufman. **Educação Matemática: Representação e Construção em Geometria**. Porto Alegre: Artes Medicas Sul, 1999.
- FREIRE, P. **PEDAGOGIA DA AUTONOMIA** - saberes necessários à prática educativa. São Paulo: Paz e Terra, 2003.
- Gladcheff AP, Zuffi EM, Silva DM da. **Um instrumento para avaliação da qualidade de softwares educacionais de matemática para o ensino fundamental**. 2001 ;[citado 2023 mar. 06
- História da Matemática**. Disponível em: https://prezi.com/jvirjbprxy_c/historia-da-funcao-quadratica/?fallback=1. Acesso em 06 de agosto de 2022.
- IEZZI, Gelson; MURAKAMI, Carlos. **Fundamentos da Matemática Elementar, Volume 1, Funções**, São Paulo: Editora Atual, 8ª Edição, 2004 2. IEZZI, Gelson; DOLCE, Osvaldo; MURAKAMI, Carlos
- LIMA, Fernanda Barboza. **Ensino remoto em tempos de Covid-19: percepções de alunos do curso de Letras**. Revista Corpo Discente do Programa de Pós – Graduação em Letras da UERJ, 2020. Disponível em: <https://www.epublicacoes.uerj.br/index.php/palimpsesto/article/view/>. Acesso em: 14/04/2022.
- MINAYO, Maria Cecília de Souza (org.). **Pesquisa Social. Teoria, método e criatividade**. 21ª ed. Petrópolis: Vozes, 2002.
- MOREIRA, Marco Antônio; **Teorias de Aprendizagens**, EPU, São Paulo, 1995.
- OLIVEIRA, Claudionor Araújo. **O ensino-aprendizagem da matemática no ensino médio voltado para o cotidiano**. Educação Matemática no Ensino Médio e Ensino Superior, [s. l.],

2011. Disponível em: <https://repositorio.utfpr.edu.br/jspui/bitstream/.pdf>. Acesso em: 22/03/2023

OLIVEIRA, J. C. P. de et al. **O questionário, o formulário e a entrevista como instrumentos de coleta de dados: vantagens e desvantagens do seu uso na pesquisa de campo em ciências humanas**. Anais III CONEDU... Campina Grande: Realize Editora, 2016. Disponível em: <<https://www.editorarealize.com.br/artigo/visualizar/21719>>. Acesso em: 23/03/2023.

Parâmetros curriculares nacionais: matemática. Brasília: MEC, 1998.

SANTOS, Odair dos. **O Geogebra e a resolução de problemas no estudo das funções**. [S. l.: s. n.], 2016.

SILVA, Claudio Gomes da. **A Importância do Uso das TICS Na Educação**. Revista Científica Multidisciplinar Núcleo do Conhecimento. Ano 03, Ed. 08, Vol. 16, pp. 49-59, Abril de 2021. ISSN:2448-0959

Taxa de abandono escolar no ensino médio na rede pública. Disponível em: <<https://g1.globo.com>>. Acesso em: 23/06/2022.

APÊNDICE A – QUESTIONÁRIO PARA APLICAÇÃO DO TCC

Questionário para aplicação do TCC

01- O que você considera importante ao estudar funções através do software Geogebra?

02- Quais desafios você enfrenta ao estudar a função quadrática?

03- Quais dificuldades obteve ao analisar os comandos no *GeoGebra*?

04- Você acha que o uso dessa ferramenta facilita a aprendizagem sobre as funções polinomiais de segundo grau?

05- De 0 a 10, quanto você avalia o uso do *Software* para o ensino da Matemática? Explique o porquê?

06- O professor foi claro e objetivo ao ministrar o conteúdo?

07- A análise gráfica possibilitou uma melhor compreensão sobre o local em que a parábola se encontra? Descreva sua experiência.

08- Obteve alguma dificuldade ao manipular a janela Algébrica?

09- Quanto as malhas, coordenadas e atalhos. Você obteve domínio?

10- Essa aula foi importante para sua aprendizagem? Deixe suas sugestões.
