



Curso Técnico Nível Médio Subsequente

Informática Para Internet

Fundamentos de Lógica e Algoritmos

Aula 02

Argumento Lógico, Proposições Simples, Princípios Lógicos

Thiago Medeiros Barros

Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia
do Rio Grande do Norte

Natal-RN

2015

Presidência da República Federativa do Brasil

Ministério da Educação

Secretaria de Educação a Distância

Este Caderno foi elaborado em parceria entre o Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia e o Sistema Escola Técnica Aberta do Brasil – e-Tec Brasil.

Equipe de Elaboração
Cognitum

Projeto Gráfico
Eduardo Meneses e Fábio Brumana

Coordenação Institucional
COTED

Diagramação
Yann Valber

Professor-autor
Thiago Medeiros Barros

Ficha catalográfica

B277c Barros, Thiago Medeiros.

Curso Técnico Nível Médio Subsequente Informática para Internet : Fundamentos de Lógica e Algoritmos - Aula 02 : Argumento lógico, proposições simples, princípios lógicos / Thiago Medeiros Barros. – Natal : IFRN Editora, 2015.

21 f. : il. color.

1. Fundamentos de Lógica e Algoritmos - EaD. 2. Proposições - lógica. 3. Conectivos - lógica. 4. Tabela verdade. I. Título.

RN/IFRN/EaD

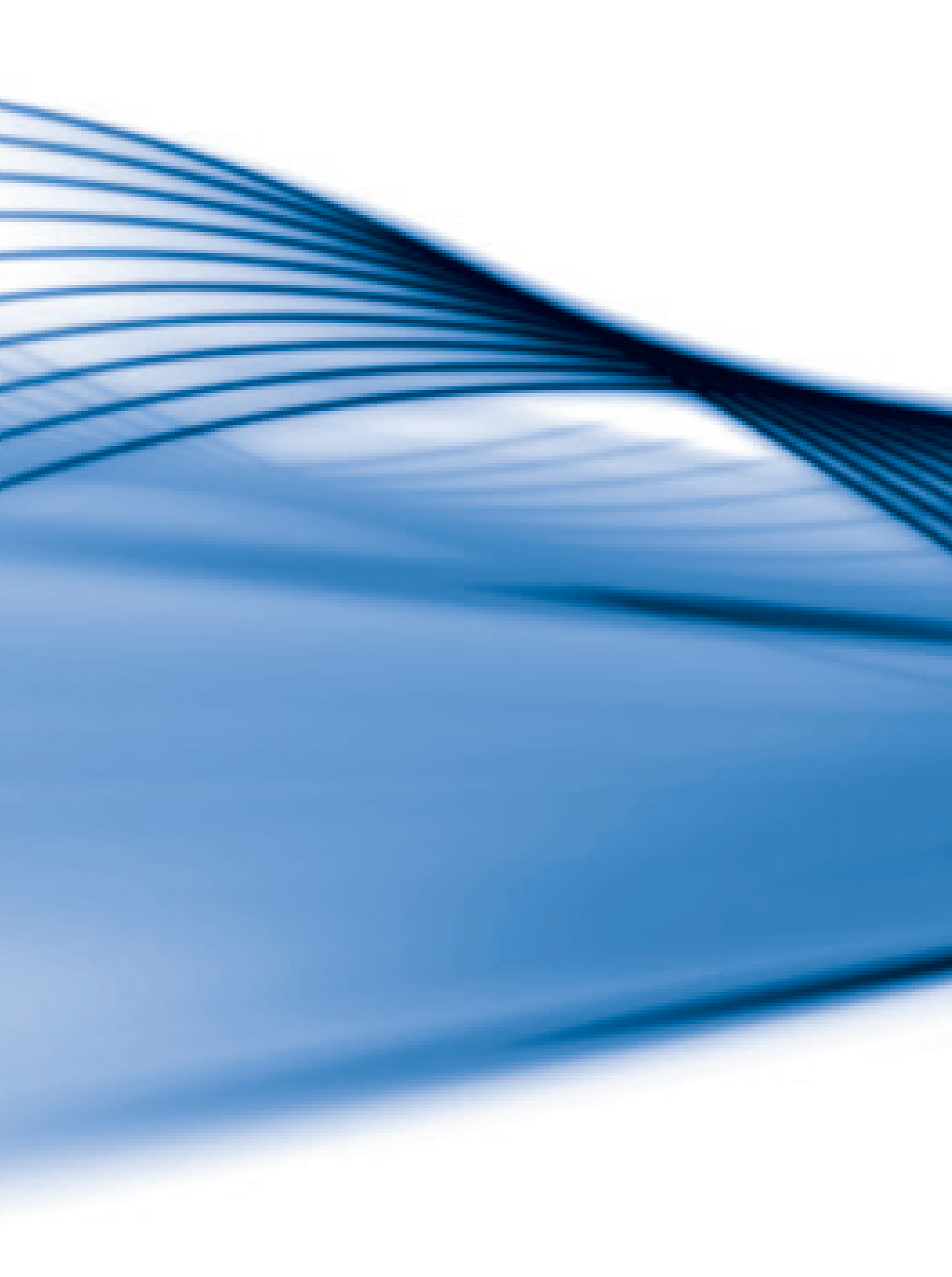
CDU 004.421

Ficha elaborada pela bibliotecária Edineide da Silva Marques, CRB 15/488

Apresentação da disciplina

Olá, aluno! Espero que tenha gostado do início da nossa disciplina! Uma vez que compreendemos os conceitos iniciais, vamos estudar nesta aula Proposições Compostas, a fim de formalizar melhor expressões da nossa linguagem natural. Você também irá conhecer os famosos conectivos da Lógica Proposicional, como interpretá-los e utilizá-los.

Bons estudos!



Aula 02 - Argumento Lógico, Proposições Simples, Princípios Lógicos

Objetivos

Compreender como unir diferentes proposições em uma expressão complexa;

Utilizar e interpretar o significado dos conectivos: negação, conjunção, disjunção, implicação, bi-implicação;

Compreender a introdução do conceito de tabelas verdades.

Desenvolvendo o conteúdo

Veja a imagem a seguir:

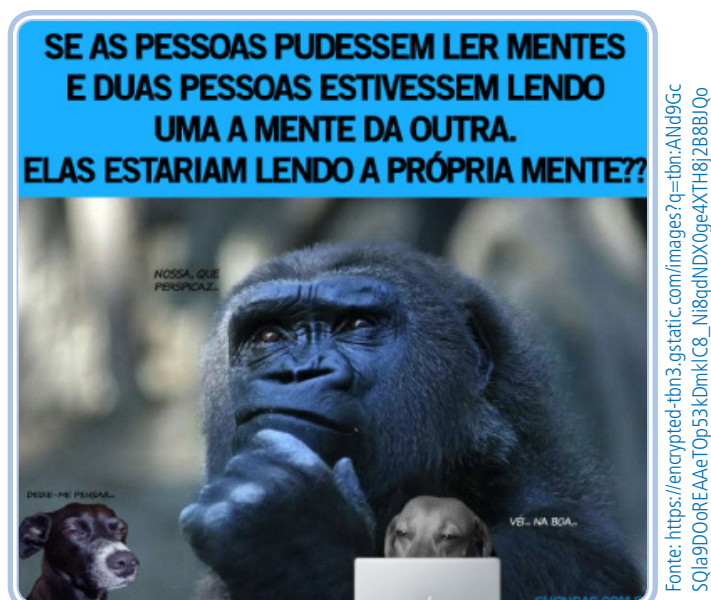


Figura 01: exemplo de "brincadeiras" de raciocínio lógico

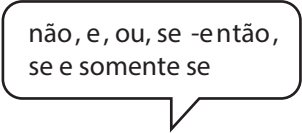
Na nossa última aula iniciamos a compreensão de alguns conceitos fundamentais na lógica, entre eles, o conceito da Proposição. Entretanto, estudamos apenas Proposições Simples, as quais conseguem representar pouca coisa do nosso mundo, por exemplo, como conseguir sistematizar em lógica proposicional o raciocínio da FIGURA 01. Surge então a necessidade de ligar proposições isoladas a partir dos **conectivos** com o intuito de aumentar o poder de expressão. A essas novas estruturas se dá o nome de **Proposições Compostas**, que será base para a **Lógica Proposicional**. Com esse novo conhecimento, seremos capazes de transformar a linguagem natural em Lógica Formal, entendermos os significados dos conectivos e quando devemos aplicá-los, para, assim, conseguir chegamos a conclusões lógicas mais facilmente, sem cairmos nas falácias da linguagem natural. Além disso, vamos desenvolver um raciocínio mais sistemático, o qual nos ajudará na resolução de problemas matemáticos e lógicos do dia a dia.

As proposições compostas são combinações de proposições simples (também chamadas de átomos), através de unidades de ligação denominadas conectivos. A Lógica dispõe de cinco tipos de conectivos, sendo eles:

- Não (Negação), \neg (também podendo usar o ' ~ ')
- E (Conjunção), \wedge ;
- Ou (Disjunção), \vee ;
- Se – então (Condicional), \rightarrow ; e
- Se e somente se (Bicondicional), \leftrightarrow .

Exemplos:

- Não está chovendo;
- Está chovendo e está ventando;
- Está chovendo ou está nublado;
- Se choveu, então está molhado;
- Será aprovado se e somente se estudar.



não, e, ou, se -então,
se e somente se



- $((\neg p) \wedge p)$
- $q \rightarrow ((\neg p) \wedge p)$

Como exemplo de fórmulas erradas gramaticalmente, temos:

- $p \wedge$
- $\rightarrow p (\neg q)$
- $q \leftrightarrow (\wedge q)$
- $\neg p \vee$
- $(p \rightarrow q($
- $(\neg p \vee q))$



ATIVIDADE

Marque as proposições válidas gramaticalmente abaixo. Para as proposições erradas, indique o problema.

- $\neg p$
- $p \wedge q \vee$
- $p \rightarrow (q \vee r)$
- $t \leftrightarrow \neg(\neg r)$
- $(q \vee r) \wedge p \neg t$
- $p \neg$
- $\rightarrow p \vee r$
- $((p \rightarrow q) \rightarrow r$

- $r \rightarrow (s \wedge \neg t)$
- $p \wedge q \vee t$

LEMBRE-SE!

Uma expressão pode ser considerada válida de acordo com a gramática, entretanto, não fazer sentido com base em nosso mundo, por exemplo:

p : Natal tem praia;

q : unicórnios brancos podem voar;

$p \rightarrow q$: "Se Natal tem praia, então unicórnios brancos podem voar."

A sentença acima está correta gramaticalmente, mas não faz sentido no mundo real. Julgar se uma expressão é verdadeira, óbvia, possível, falsa é uma questão de Semântica.

Outro importante conceito das proposições compostas é o Grau de Complexidade da fórmula. Como visto em (Fajardo):

DEFINIÇÃO

Para cada fórmula da lógica proposicional determinamos um número natural conforme as seguintes regras:

1. Uma fórmula atômica tem grau de complexidade 0;
2. Se A tem grau de complexidade n , a fórmula $(\neg A)$ tem grau de complexidade $n + 1$;
3. Se A e B têm graus de complexidade n e m , respectivamente, então

$(A \wedge B)$, $(A \vee B)$, $(A \rightarrow B)$ e $(A \leftrightarrow B)$ têm grau de complexidade

$\text{Max}(n,m) + 1$, onde $\text{max}(n,m)$ é o maior valor entre n e m .

Outra fórmula de entender o cálculo da complexidade é criar uma função grau tal que, sendo A uma fórmula, N o conjunto dos números naturais, n a complexidade da fórmula A , m a complexidade da fórmula B , temos: grau: $A \rightarrow N$, com as seguintes regras:

- ♦ $\text{grau}(\text{proposição}) = 0$
- ♦ $\text{grau}(\neg A) = n + 1$
- ♦ $\text{grau}(A \wedge B)$, $\text{grau}(A \vee B)$, $\text{grau}(A \rightarrow B)$, $\text{grau}(A \leftrightarrow B)$ é $\text{max}(n,m) + 1$

Vamos exemplificar como calcular o grau de complexidade.

- ♦ $\text{grau}(p) = 0$
- ♦ $\text{grau}(\neg q) = 1$
- ♦ $\text{grau}(p \rightarrow (\neg q)) = \text{max}(\text{grau}(p), \text{grau}(\neg q)) + 1 = \text{max}(0, 1) + 1 = 2$.

ATIVIDADE



Calcule o grau de complexidade utilizando a função grau das seguintes proposições:

1. $\neg(\neg p)$
2. $(p \rightarrow q) \wedge (r \leftrightarrow q)$
3. $\neg t \rightarrow ((p \rightarrow q) \wedge (r \leftrightarrow q))$

Valoração

Como foi visto anteriormente, uma proposição é considerada verdadeira ou falsa não por causa da gramática, mas sim devido a semântica. Para isso, utilizamos a função de Valoração. De acordo com (Fajardo), temos:

DEFINIÇÃO

Seja L a linguagem da lógica proposicional (isto é, o conjunto de fórmulas). Uma valoração é uma função V de L em $\{0,1\}$ (sendo que 0 significa falso e 1 significa verdadeiro) que satisfaz as seguintes condições:

- $V(\neg A) = 1$ se, e somente se, $V(A) = 0$.
- $V(A \wedge B) = 1$ se, e somente se, $V(A) = 1$ e $V(B) = 1$.
- $V(A \vee B) = 1$ se, e somente se, $V(A) = 1$ ou $V(B) = 1$.

p: está fazendo sol; **q**: está um clima seco; **$p \wedge q$** : está fazendo sol **e** o clima está seco.

Tabela 2: Verdade Conjção \wedge			
P	Q	$p \wedge q$	
1	1	1	
1	0	0	
0	1	0	
0	0	0	

Fonte: Autoria própria.

A partir da tabela verdade, nota-se que a expressão só é considerada verdadeira, caso ambos (p e q) sejam verdadeiros.

Como visto em (NOLT; ROHATYN, 1991), a conjunção pode ser expressa por palavras como: 'mas', 'todavia', 'embora', 'contudo', 'no entanto', 'visto que', 'enquanto', 'além disso'

Disjunção Inclusiva \vee

As fórmulas de disjunção expressam **que pelo menos um dos dois** fatores deve ocorrer **ou ambos**, ou seja, $p \vee q$ representa **ou** p ocorre **ou** q ocorre **ou** ambos ocorrem.

Exemplo:

p: está nublado; **q**: está ventando; $p \vee q$: está nublado **ou** está ventando.

Tabela 3: Disjunção inclusiva

P	Q	$p \vee q$
1	1	1
1	0	1
0	1	1
0	0	0

Fonte: Autoria própria.

A partir da tabela verdade, nota-se que a expressão é falsa apenas se ambas as proposições forem falsas.

Disjunção Exclusiva \vee

As fórmulas de disjunção expressam **que pelo menos um dos dois** fatores deve ocorrer, mas **não ambos**, ou seja, $p \vee q$ representa **ou** p ocorre **ou** q ocorre, mas não ambos.

Exemplo:

p: está nublado; **q:** está ventando; $p \vee q$: **ou** está nublado **ou** está ventando, mas não ambos.

Tabela 4: Disjunção exclusiva

P	Q	$p \vee q$
1	1	0
1	0	1
0	1	1
0	0	0

Fonte: Autoria própria.

A partir da tabela verdade, nota-se que a expressão é falsa apenas se ambas as proposições forem atribuídas com os mesmos valores.

O **ou** exclusivo também pode ser formalizado como $(p \vee q) \wedge \neg(p \wedge q)$.

Implicação →

As fórmulas da implicação expressam a noção de consequência, ou seja, $p \rightarrow q$ representa que o fato expresso por **p** garante a ocorrência do fato expresso por **q**. Também conhecido como o se então. Outra nomenclatura para a implicação comumente utilizada é condicional material.

Exemplo:

- p: chove; q: molhado; $p \rightarrow q$: se choveu então está molhado
- Hoje é um fim de semana se hoje for sábado.
- p: hoje é fim de semana;
- q: hoje é sábado; $q \rightarrow p$.
- A expressão também pode ser lida como se hoje é sábado, então é um fim de semana.

Tabela 5: Verdade		
P	Q	$p \rightarrow q$
1	1	1
1	0	0
0	1	1
0	0	1

Fonte: Autoria própria.

A partir da tabela verdade, nota-se que a expressão é falsa apenas se a premissa p for verdade, chegando a uma conclusão q falsa. Por exemplo, imagine a lenda de que se levantar a meia-noite (m) e dá três pulos (p), então uma mulher de branco vai aparecer no teto (b), logo temos: $m \wedge p \rightarrow b$. Hoje, a fim de testar a lenda, você acabou de fazer o procedimento descrito: levantar-se a meia-noite e dar três pulos. Entretanto, nenhuma mulher de branco apareceu no teto, logo, a expressão na Lógica está falsa, pois as premissas m

Δ p foram verdadeiras (pois você realizou o procedimento) e a conclusão (b) foi falsa. Nos últimos dois casos da tabela verdade, as premissas já são falsas, logo, para a implicação materialista, qualquer sentença declarativa que você afirmar a partir de premissas falsas, fará a expressão ser considerada verdadeira.

Outro fato interessante causado pela Língua Portuguesa e a Implicação é descrita por Nolt e Rohatyn (1991), A sentença **“p somente se q”** significa que: **p [pode ocorrer] somente se q [ocorre]. Se q não ocorre então p não ocorre, i.e., Se $\neg q$ então $\neg p$ é equivalente a Se p então q ou $p \rightarrow q$.**

Exemplo:

- p: 48 é divisível por 6 somente se q: 48 é divisível por 3. Essa expressão é equivalente a Se p: 48 é divisível por 6, então q: 48 é divisível por 3.

Entretanto é importante notar que **p somente se q** é DIFERENTE de **p se q**. **p se q** é equivalente a $q \rightarrow p$. Ou seja, ‘somente se’ é outro modo de expressar uma condicional, o qual, num enunciado com ‘somente se’, o que segue o ‘se’ é o conseqüente e não o antecedente. Assim, o enunciado ‘Existe fogo somente se existir oxigênio’ significa ‘Se existir fogo, então existe oxigênio’.

Bi-Implicação \leftrightarrow

As fórmulas da bi-implicação expressam que os fatos expressos por p e q são interdependentes, ou seja, ou **os dois ocorrem juntos ou nenhum dos dois ocorrem**. Também conhecido pela expressão **se somente se**.

Exemplo:

- p: será aprovado; q: estudar; $p \leftrightarrow q$: será aprovado se somente se estudar.
- p: Thiago é de Natal; q: Thalita é de Natal; $p \leftrightarrow q$: ou Thiago e Thalita são de Natal, ou não são.

Tabela 6: Verdade		
P	Q	$p \rightarrow q$
1	1	1
1	0	0
0	1	0
0	0	1

Fonte: Autoria própria.

A partir da tabela verdade, nota-se que para a expressão ser verdadeira, ambas as proposições devem ser verdadeiras ou falsas, ou seja, com o mesmo valor. Essa expressão também é conhecida como equivalência, representada pelo símbolo \equiv .

Agora que aprendemos os principais conectivos e suas respectivas tabelas verdades, vamos exercitar a transformar da linguagem natural para Lógica Proposicional e vice-versa.



ATIVIDADE

Traduza para a linguagem natural as fórmulas abaixo, utilizando o seguinte esquema:

- P: O conhecimento é surpreendente.
- Q: O conhecimento é prazeroso.
- R: O conhecimento está nos livros.

a) $\neg P$

b) $P \wedge Q$

c) $P \wedge \neg Q$

d) $\neg P \wedge Q$

e) $\neg(P \wedge Q)$

f) $(f) P \rightarrow Q$

g) $P \leftrightarrow (\neg Q \vee R)$

Escreva as fórmulas para as sentenças abaixo utilizando os seguintes símbolos proposicionais:

- P: Paula vai Estudar Lógica.
 - Q: Quincas vai Estudar Lógica.
 - R: Ricardo vai Estudar Lógica.
 - S: Sara vai Estudar Lógica.
-
- a) Paula não vai.
 - b) Paula vai, mas Quincas não vai.
 - c) Se Paula for, então Quincas também irá.
 - d) Paula irá, se Quincas for.
 - e) Paula irá, somente se Quincas for.
 - f) Paula irá se e somente se Quincas for.
 - g) Nem Paula nem Quincas irão.
 - h) Paula e Quincas não irão.
 - i) Paula vai ou Quincas não vai.
 - j) Paula não irá, se Quincas for.
 - k) Ou Paula vai, ou Ricardo e Quincas vão.
 - l) Se Paula for, então Ricardo e Quincas irão.
 - m) Paula não irá, mas Ricardo e Quincas irão.
 - n) Se Ricardo for, então se Paula não for, Quincas irá.
 - o) Se nem Ricardo nem Quincas forem, então Paula irá.
 - p) Ricardo irá, somente se Paula e Quincas não forem.
 - q) Se Ricardo ou Quincas forem, então Paula irá e Sara não irá.
 - r) Ricardo e Quincas irão se e somente se Paula ou Sara for.
 - s) Se Sara for, então Ricardo ou Paula irá, e se Sara não for, então Paula e Quincas irão.

RESUMINDO

Na nossa segunda aula do curso, aprendemos a utilizar e interpretar os principais conectivos da lógica proposicional. Além disso, vimos o conceito de valoração e grau de complexidade. Finalizamos nosso estudo exercitando como transformar a linguagem natural para lógica proposicional e vice-versa.

LEITURAS COMPLEMENTARES

ALMEIDA, J. M. **Lógica aplicada à computação**. [20--?]. Disponível em: <<https://sites.google.com/site/sequiturquodlibet/courses/laac>>. Acesso em: 18 mar. 2015.

SMULLYAM, R. M. **First-order Logic**. Nova York: Dover Publications, 1995.

SMULLYAM, R. M. **O Enigma de Sherazade**. Rio de Janeiro: Jorge Zahar Ed, 1998.

SMULLYAM, R. M. **Alice no País dos Enigmas**. Rio de Janeiro: Jorge Zahar Ed, 2000.

SMULLYAM, R. M. **A Dama ou o Tigre?**. Rio de Janeiro: Jorge Zahar Ed, 2004.

AVALIANDO SEUS CONHECIMENTOS

A partir do conhecimento da tabela verdade Verdade e da definição de Valoração, defina as regras da Função de Valoração para os conectivos (\neg , \vee , \rightarrow , \leftrightarrow) quando o resultado é "Falso", por exemplo:

$$\vee (A \wedge B) = 0 \text{ se, e somente se, } \vee (A) = 0 \text{ ou } \vee (B) = 0$$

Escreva as sentenças a seguir utilizando a linguagem da Lógica Clássica Proposicional.

- a) Carlos virá ao cinema e Maria não gostará, ou Carlos não virá ao cinema e Maria gostará do cinema.
- b) Thiago irá correr, a menos que não chova.
- c) Se chover irei ver filme, caso contrário vou à praia.
- d) Irei ao teatro somente se for uma peça de comédia.
- e) Se minha namorada vier, irei ao teatro somente se for uma peça de comédia.

Crie interpretações para o português para as seguintes fórmulas:

- $\neg(P \vee Q)$
- $\neg P \wedge (R \wedge Q)$
- $(R \vee Q) \rightarrow (P \wedge \neg S)$
- $R \rightarrow (\neg P \wedge \neg Q)$
- $(S \rightarrow (R \vee P)) \wedge (\neg S \rightarrow (P \wedge Q))$

Por exemplo:

- P: Comprar um cachorro;
- Q: Eu gosto de animais;
- R: Adotar um gato.;

A fórmula $Q \rightarrow (P \vee R)$ pode ser interpretada como: "se eu gosto de animais, então vou comprar um cachorro ou adotar um gato."

EXERCÍCIOS COMPLEMENTARES

1. (Gestor Fazendário-MG/2005/Esaf) Considere a afirmação P:

P: "A ou B"

Onde A e B, por sua vez, são as seguintes afirmações:

A: "Carlos é dentista".

B: "Se Enio é economista, então Juca é arquiteto".

Ora, sabe-se que a afirmação P é falsa. Logo:

- a) Carlos não é dentista; Enio não é economista; Juca não é arquiteto.
- b) Carlos não é dentista; Enio é economista; Juca não é arquiteto.
- c) Carlos não é dentista; Enio é economista; Juca é arquiteto.
- d) Carlos é dentista; Enio não é economista; Juca não é arquiteto.
- e) Carlos é dentista; Enio é economista; Juca não é arquiteto.

Resolução

Para falsificar o 'ou' a expressão A e B ambas devem ser falsas. Para A ser falso temos: Carlos não é dentista. Para B ser falso temos: Enio é economista e Juca não é arquiteto. Letra B

2. (ALESP 2010/FCC) Paloma fez as seguintes declarações:

- "Sou inteligente e não trabalho."
- "Se não tiro férias, então trabalho."

Supondo que as duas declarações sejam verdadeiras, é FALSO concluir que Paloma

- (A) é inteligente.
- (B) tira férias.
- (C) trabalha.
- (D) não trabalha e tira férias.
- (E) trabalha ou é inteligente.

Resolução

Para uma conjunção ser verdadeira, ambas as proposições que compõem devem ser verdadeiras, logo, é inteligente e não trabalho são verdades. Portanto, letra C é a expressão falsa.

3. (Petrobras/2007/Cespe) Julgue o item que se segue.

Considere as proposições abaixo:

p: 4 é um número par;

q: A Petrobras é a maior exportadora de café do Brasil.

Nesse caso, é possível concluir que a proposição $p \vee q$ é verdadeira.

Resolução

Uma vez que a disjunção é verdadeira caso uma das proposições for verdadeira, e a proposição p é verdadeira, logo está correto a afirmação.

4. (INSS 2008/CESPE-UnB) Proposições são sentenças que podem ser julgadas como verdadeiras — V — ou falsas — F —, mas não como ambas. Se P e Q são proposições, então a proposição “Se P então Q”, denotada por $P \rightarrow Q$, terá valor lógico F quando P for V e Q for F, e, nos demais casos, será V. Uma expressão da forma $\neg P$, a negação da proposição P, terá valores lógicos contrários aos de P. $P \vee Q$, lida como “P ou Q”, terá valor lógico F quando P e Q forem, ambas, F; nos demais casos, será V.

Considere as proposições simples e compostas apresentadas abaixo, denotadas por A, B e C, que podem ou não estar de acordo com o artigo 5.º da Constituição Federal.

A: A prática do racismo é crime afiançável.

B: A defesa do consumidor deve ser promovida pelo Estado.

C: Todo cidadão estrangeiro que cometer crime político em território brasileiro será extraditado.

De acordo com as valorações V ou F atribuídas corretamente às proposições A, B e C, a partir da Constituição Federal, julgue os itens a seguir.

a) Para a simbolização apresentada acima e seus correspondentes valores lógicos, a proposição $B \rightarrow C$ é V.

b) De acordo com a notação apresentada acima, é correto afirmar que a proposição $(\neg A) \vee (\neg C)$ tem valor lógico F.

Resolução

Artigo 5º da Constituição Federal.

XXXII – o Estado promoverá, na forma da lei, a defesa do consumidor;

XLII – a prática do racismo constitui crime inafiançável e imprescritível, sujeito à pena de reclusão, nos termos da lei;

LII – não será concedida extradição de estrangeiro por crime político ou de opinião.

Logo, temos: $V(A) = F$, $V(B) = V$, $V(C) = F$, então $V(B \rightarrow C) = F$ e $V(\neg A) \vee (\neg C) = V$

5. (SADPE/2008/FGV) Considere as situações abaixo:

I. Em uma estrada com duas pistas, vê-se a placa:

Caminhões → Pista da Direita

Como você está dirigindo um automóvel, você conclui que deve trafegar pela pista da esquerda.

II. Você mora no Recife e telefona para sua mãe em Brasília. Entre outras coisas, você diz que “Se domingo próximo fizer sol, eu irei à praia”. No final do domingo, sua mãe viu pela televisão que choveu no Recife todo o dia. Então, ela concluiu que você não foi à praia.

III. Imagine o seguinte diálogo entre dois políticos que discutem calorosamente certo assunto:

- A: Aqui na Câmara tá cheio de ladrão.

- B: Ocorre que eu não sou ladrão.

- A: Você é safado, tá me chamando de ladrão.

Em cada situação há, no final, uma conclusão. Examinando a lógica na argumentação:

a) são verdadeiras as conclusões das situações I e II, apenas.

- b) são verdadeiras as conclusões das situações II e III, apenas.
- c) são verdadeiras as conclusões das situações I e III, apenas.
- d) as três conclusões são verdadeiras.
- e) as três conclusões são falsas.

Resolução

Para falsificar uma implicação o antecedente deve ser verdadeiro e o consequente falso. Quando temos um antecedente falso, não podemos afirmar nada do consequente, pois a expressão será verdadeira independente do seu valor. Na sentença I e II ambos os antecedentes são falsos, logo, no primeiro caso, ele pode ir para esquerda ou direita, no segundo caso, ir ou não para a praia, que a expressão será verdadeira. Ou seja, não se pode fazer nenhuma conclusão. No item III nenhum político chamou o outro de ladrão. Alternativa E correta.

REFERÊNCIAS

BEDREGAL, B. R. **Introdução à Lógica Clássica para a Ciência da Computação**. 2007. Disponível em: <https://www.dimap.ufrn.br/~jmarcos/books/BA_Jul07.pdf>. Acesso em: 05 fev. 2015.

ENCICLOPÉDIA Barsa Universal. 3. ed. São Paulo: Planeta do Brasil, 2010

FAJARDO, R. A. **Introdução à Lógica**. [20--?]. Disponível em: <<http://www.ime.usp.br/~fajardo/Logica.pdf>>. Acesso em: 05 fev. 2015.

NOLT, J.; ROHATYN, D. **Lógica**. São Paulo: McGraw-Hill, 1991.

SANTOS, L. H. **O olho e o microscópio**. São Paulo: NAU, 2008.

