



INSTITUTO FEDERAL DE EDUCAÇÃO, CIÊNCIA E TECNOLOGIA DO RIO
GRANDE DO NORTE
IFRN *CAMPUS* SANTA CRUZ
CURSO DE LICENCIATURA EM MATEMÁTICA

LUIZ CARLOS DA SILVA ROCHA

**O ENSINO DO CONCEITO DE FUNÇÃO COM USO DO *EXCEL* EM UMA
PROPOSTA DIDÁTICA PARA O ENSINO MÉDIO**

SANTA CRUZ - RN
2023

LUIZ CARLOS DA SILVA ROCHA

**O ENSINO DO CONCEITO DE FUNÇÃO COM USO DO *EXCEL* EM UMA
PROPOSTA DIDÁTICA PARA O ENSINO MÉDIO**

Monografia apresentada ao Curso de Licenciatura em Matemática do Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia do Rio Grande do Norte, como Trabalho de Conclusão de Curso, em cumprimento às exigências legais e como requisito parcial à obtenção do título de Licenciado em Matemática.

Orientadora: Me. Emanuel Adriano Dantas
Coorientadora: Dra. Lenina Lopes Soares Silva

SANTA CRUZ-RN
2023

Rocha, Luiz Carlos da Silva
R672 O ensino do conceito de função com uso do Excel em uma proposta didática para o ensino médio / Luiz Carlos da Silva Rocha - 2023.
84 f.

Trabalho de Conclusão de Curso (Licenciatura em Matemática) – Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia do Rio Grande do Norte.
Orientador: Prof. Me. Emanuel Adriano Dantas.

1. Conceito de funções. 2. Excel. 3. Proposta didática. 4. Tecnologias de ensino. 5. Representação gráfico-geométrica. I. Dantas, Emanuel Adriano. II. Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnológica do Rio Grande do Norte. III. Título.

CDU 51

LUIZ CARLOS DA SILVA ROCHA

**O ENSINO DO CONCEITO DE FUNÇÃO COM USO DO *EXCEL* EM UMA
PROPOSTA DIDÁTICA PARA O ENSINO MÉDIO**

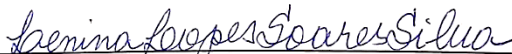
Monografia apresentada à Coordenação do Curso de Licenciatura em Matemática do Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia do Rio Grande do Norte, como Trabalho de Conclusão de Curso, em cumprimento às exigências legais e como requisito parcial à obtenção do título de Licenciado em Matemática.

Monografia apresentada e aprovada em 08/02/2023, pela seguinte Banca Examinadora:

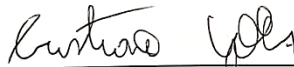
BANCA EXAMINADORA



Emanuel Adriano Dantas, Me. Orientador – IFRN *Campus* Santa Cruz
Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia do Rio Grande do Norte



Lenina Lopes Soares Silva, Dr^a. Coorientadora – IFRN *Campus* Santa Cruz
Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia do Rio Grande do Norte



Me. Cristiano Rodrigo Gobbi - Examinador
Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia do Rio Grande do Norte



Ma. Rosângela Alves de Aquino Barros - Examinadora
Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia do Rio Grande do Norte

“Com a Teoria como Referência, a Prática
como ferramenta o professor deve procurar
o real que se apresenta diferente a cada
dia.”

Arnon Andrade

AGRADECIMENTOS

Agradeço primeiramente a Deus, visto que sem ele não estaria escrevendo esses agradecimentos; segundo, minha mãe (Maria Edivania da Silva) e meu pai (José Jailson Cabral da Rocha), pois sem o esforço dos dois não poderia estar cursando Licenciatura em Matemática e agora finalizando.

Agradeço, também, a professora Dra. Lenina Lopes Soares Silva, minha coorientadora, por toda dedicação e incentivo prestado para o desenvolvimento do trabalho e me ajudando dentro de diversos aspectos da vida.

Quero agradecer ao professor orientador Me. Emanuel Adriano Dantas, pelas orientações e ideias prestadas para esse trabalho, contribuindo grandemente.

Sou muito grato a estudante Maria Francisca de Souza Macêdo que se dedicou para a melhoria desse documento, muito obrigado!

Agradece ao meu amigo\irmão José Daniel, que sempre enfrentou as dificuldades ao meu lado, pois saímos do mesmo nível e agora vamos seguir um novo caminho no mestrado.

E, por fim, mais não menos importante, a todos os docentes que fazem parte do Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia do Rio Grande do Norte (IFRN) – *Campus* Santa Cruz, pois são profissionais com grande capacidade de ensino e humanos incríveis, sempre entendendo o licenciando e as dificuldades de uma formação, além disso, fica meus agradecimentos à Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior CAPES, que foi fundamental no auxílio através de bolsas para uma formação mais integral.

A todos vocês, obrigado!

RESUMO

O conceito de função é fundamental não só para a Matemática, mas para a ciência em geral. Assim, tendo em vista questões que envolvem dificuldades no aprendizado desse conceito, objetiva-se estudar as funções por meio de uma pesquisa bibliográfica a fim de construir uma proposta didática utilizando o *Excel* como ferramenta pedagógica. A validação do uso de tecnologias digitais pautadas pela Base Nacional Comum Curricular (BNCC) (BRASIL, 2018) e suas propostas para o ensino de matemática e suas tecnologias, bem como as competências e habilidades previstas para o Ensino Médio são problematizadas nas análises que tratam do uso de tecnologias digitais como forma de diversificar as metodologias de ensino. A metodologia adotada para atingir o objetivo geral é de natureza qualitativa e a pesquisa foi desenvolvida por meio de pesquisa bibliográfica e documental, e pesquisa na internet do tipo estado do conhecimento, tendo em vista a perspectiva aplicada. A pesquisa destaca a viabilidade do ensino de funções encontradas no estado do conhecimento em seis estudos que utilizam as seguintes tecnologias: *GeoGebra*, *Wolfram Alpha*, *Excel* e *Winplot*. Esse destaque possibilitou a elaboração da proposta considerando esses estudos anteriores, e esta traz o *Excel* como ferramenta didática. Por fim, espera-se que o ensino de funções utilizando o *Excel*, especificamente com funções polinomiais de 1º e 2º grau, proporcione e contribua para o desenvolvimento do ensino nesta área da matemática, ampliando os recursos didáticos utilizados durante o ensino, e estimulando os alunos a desenvolverem uma aprendizagem significativa, de modo que no processo de ensino possam pensar e discutir ideias sobre funções, seu conceito e definições.

Palavras-chave: Conceito de funções; *Excel*; Proposta didática; Tecnologias de ensino; Representação gráfico-geométrica.

ABSTRACT

The concept of a function is fundamental not only to Mathematics, but to science in general. Thus, in view of issues that involve difficulties in learning this concept, the objective is to study the functions through a bibliographical research in order to build a didactic proposal using Excel as a pedagogical tool. The validation of the use of digital technologies guided by the National Common Curricular Base (BNCC) (BRASIL, 2018) and its proposals for teaching mathematics and its technologies, as well as the competences and abilities foreseen for High School are problematized in the analyzes that deal with the use of digital technologies as a way of diversifying teaching methodologies. The methodology adopted to achieve the general objective is of a qualitative nature and the research was developed through bibliographical and documentary research, and internet research of the state of knowledge type, in view of the applied perspective. The research highlights the feasibility of teaching functions found in the state of knowledge in six studies that use the following technologies: GeoGebra, Wolfram Alpha, Excel and Winplot. This highlight enabled the elaboration of the proposal considering these previous studies, and it brings Excel as a teaching tool. Finally, it is expected that the teaching of functions using Excel, specifically with polynomial functions 1° and 2° degree, will provide and contribute to the development of teaching in this area of mathematics, expanding the didactic resources used during teaching, and encouraging students to develop a learning process significant, so that in the teaching process they can think and discuss ideas about functions, their concept and definitions.

Keywords: Concept of functions; *Excel*; Didactic proposal; Teaching technologies; Graphic-geometric representation.

LISTA DE FIGURAS

Figura 1: Procedimentos de pesquisa.....	15
Figura 2: Sequência da revisão de literatura.	21
Figura 3: Suposição do não alinhamento de A, B e C.....	29
Figura 4:Parábola construída a partir de sua definição. Onde temos $PF = PP'$	30
Figura 5: Representação genérica da parábola de parâmetro p	31
Figura 6: Representação genérica da parábola de parâmetro $p < 0$	31
Figura 7: Gráficos congruentes.	32
Figura 8: Definição de Função em Bonjorno, Giovanni Jr.; Paulo Câmara (2020).....	34
Figura 9: Questões sobre função em Bonjorno, Giovanni Jr.; Paulo Câmara (2020).....	35
Figura 10: Definição de Função em Bonjorno, Giovanni Jr.; Paulo Câmara (2020).....	35
Figura 11: Alguns termos da função.	36
Figura 12: Esboço da tela do GeoGebra.	37
Figura 13: Noção intuitiva em lezzi et. al. (2016).....	38
Figura 14: Conceito de função em lezzi et. al. (2016).....	38
Figura 15: Definições adjacentes lezzi et. al. (2016).....	38
Figura 16: Publicações por ano de produção – 1996 - 2021.....	41
Figura 17: Quantitativo do Grau Acadêmico.....	42
Figura 18: Trabalhos sobre Função por Área do conhecimento.	43
Figura 19: Tela de inicial.	55
Figura 20: Autopreenchimento.	59
Figura 21: Resultados das orientações anteriores.....	60
Figura 22: Representação gráfica das orientações anteriores.	61
Figura 23: Marcação dos pontos.	62
Figura 24: Ligação dos pontos por linhas retas.....	63
Figura 25: Ponto pertencente a reta.....	64
Figura 26: Marcação dos pontos.	65
Figura 27: Ligações dos pontos por linhas restas.....	66
Figura 28: Representação de uma parábola por linhas retas.....	67
Figura 29: Melhorando a representação.....	68
Figura 30: Marcação dos pontos com incremento menor.....	69
Figura 31: Linhas Suaves.	70

LISTA DE SIGLAS

BNCC	Base Nacional Comum Curricular
IRPF	Imposto sobre a Renda de Pessoas Físicas
CAPES	Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior
LDB	Lei de Diretrizes e Bases da Educação Brasileira
TCC	Trabalho de Conclusão de Curso
TDIC	Tecnologia Digital de Informação e Comunicação
UFRJ	Universidade Federal do Rio de Janeiro

SUMÁRIO

1 INTRODUÇÃO	10
2 PROCEDIMENTOS DE PESQUISA	15
2.1 PESQUISA BIBLIOGRÁFICA E DOCUMENTAL.....	15
2.2 PESQUISA NA INTERNET	16
2.3 PESQUISA EM PERSPECTIVA APLICADA COM USO DO <i>EXCEL</i>	17
2.4 CONSIDERAÇÕES ADICIONAIS.....	20
3 REVISÃO DE LITERATURA	21
3.1 FUNÇÕES NA HISTÓRIA DA MATEMÁTICA	21
3.2 O CONCEITO DE FUNÇÃO.....	24
3.2.1 Polinômio e Funções Polinomiais	26
3.2.2 Gráficos das Funções Polinomiais do 1º e 2º Grau	28
3.3 ENSINO DE FUNÇÕES NO ENSINO MÉDIO: ASPECTOS NORMATIVOS E DIDÁTICOS.....	33
4 ESTADO DO CONHECIMENTO SOBRE O ENSINO DO CONCEITO DE FUNÇÃO NO ENSINO MÉDIO COM USO DE TECNOLOGIAS DIGITAIS	40
4.1 CONCEITO DE FUNÇÃO NA PRODUÇÃO ACADÊMICA DO BRASIL 1996 A 2021. 41	
4.2 CONCEITO DE FUNÇÃO NO ENSINO MÉDIO COM USO DE TECNOLOGIAS DIGITAIS NA PRODUÇÃO ACADÊMICA DO BRASIL 2013 A 2019.....	45
4.3 CONSIDERAÇÕES ADICIONAIS.....	53
5 PROPOSTA DIDÁTICA PARA O ENSINO DO CONCEITO DE FUNÇÃO COM USO DE TECNOLOGIAS DIGITAIS PARA O ENSINO MÉDIO	55
5.2 <i>EXCEL</i> PARA O ENSINO DO CONCEITO DE FUNÇÃO	56
5.3 A PROPOSTA E SUAS ATIVIDADES SUGERIDAS	57
6 CONSIDERAÇÕES FINAIS	72
REFERÊNCIAS	74
APÊNDICES	80
APÊNDICE A: ATIVIDADE DO MOMENTO 1	80
APÊNDICE B: ATIVIDADE DO MOMENTO 2	80
APÊNDICE C: ATIVIDADE DO MOMENTO 3.....	81
APÊNDICE C: ATIVIDADE DO MOMENTO 4.....	83

1 INTRODUÇÃO

O conceito de função é fundamental não só para a Matemática como também para a ciência em geral. É utilizado, por exemplo, na cinemática no estudo sobre o movimento de um corpo; na termoquímica, para determinar a quantidade de calor recebida por uma substância em um determinado período; além disso, é bastante aplicado na Economia com a utilização dos gráficos de funções para representar movimentações de alta e baixa na bolsa de valores ou para compor investimentos na produção de um país em um determinado espaço de tempo (SILVA, 1999, p.29).

A sistematização do conceito de função no campo da Matemática vem ocorrendo no decorrer do desenvolvimento histórico e atravessou milênios, tanto na definição de função como, especificadamente, de funções polinomiais. Em decorrência dessa elaboração que transcendeu milhares de anos, diversos matemáticos tiveram contribuições significativas para a formalização do conceito, visto que há registros desde as civilizações mais antigas, como babilônicas e gregas. Entretanto, não há uma data exata do surgimento das funções polinomiais (MATTOS, 2017, p.22).

Para Alvarenga, Barbosa e Ferreira (2014, p.162) há registros da antiguidade que hoje podem ser compreendidos como relações de variáveis ou de números. O principal indício é constatado nas Tábuas Babilônicas, nelas encontram-se problemas com o propósito de solucionar questões do cotidiano dos povos da Mesopotâmia em 2000 a. C. Essas Tábuas tratavam de situações práticas como comércio e mensurações de vários tipos.

Outra sociedade antiga que fez parte deste processo é a grega, segundo Zuffi (2016, p.2) entre os gregos, as tabelas que faziam ligações entre a Matemática e a Astronomia evidenciavam que essa sociedade compreendia a ideia de dependência funcional, através da interpolação linear, no estudo de variáveis físicas como o som. É importante entender que essas manifestações que se assemelham à função, nesta época, não eram compreendidas dentro de um aspecto de noção geral de quantidade variável ou de função, mas, como relações entre números ou variáveis (MAGARINUS, 2013, p.17).

Desse modo, pode-se compreender que as funções estão inseridas nas atividades de grupos, uma vez que, com o crescimento de atividades tecnológicas e

novas práticas humanas que são realizadas na contemporaneidade, a ligação de funções à rotina do homem fica mais integrada. De acordo com Souza (2016),

[...] Seu conceito é de extrema utilidade e aplicabilidade, sendo encontrado nas atividades mais corriqueiras do dia a dia. Relacionando, ou não, nossas atividades diárias à este conteúdo matemático, ele encontra-se lá – ao fazer uma compra no supermercado, ou na cantina da escola, ao pagar uma conta de táxi, ou conta de luz, ao calcular o tempo de chegada em algum lugar, etc (SOUZA, 2016, p.13).

É perceptível nessa citação de Souza (2016) que este conteúdo faz parte das atividades mais simples da rotina das pessoas. Porém, sem um entendimento matemático elas não conseguem visualizar de forma crítica as aplicações das funções no dia a dia.

Sendo assim, a escola tem, neste sentido, um papel fundamental, qual seja, o de construir e propor problemas que busquem mostrar a presença desses conteúdos nas experiências diárias dos estudantes, para desenvolver uma aprendizagem com significado real, uma aprendizagem significativa, posto que essa “caracteriza-se pela interação entre o novo conhecimento e o conhecimento prévio” (VALADARES; *et. al.*, 2000, p.49), e crítica em relação às situações do cotidiano, visto que aquele conhecimento ensinado não terá apenas o propósito avaliativo, mas de uma perspectiva matemática-cotidiana e de formação do cidadão. Isso faz jus ao que preceitua a Lei de Diretrizes e Bases da Educação Brasileira (LDB) nº 9.394 de 20 de dezembro de 1996 em seu Art. 1º, “a educação abrange os processos formativos que se desenvolvem na vida familiar, na convivência humana, no trabalho, nas instituições de ensino e pesquisa, nos movimentos sociais e organizações da sociedade civil e nas manifestações culturais” (BRASIL, 1996).

Isto posto, tem-se que, as funções como conteúdo da Matemática não podem ser compreendidas apenas como algo abstrato e distante dos discentes, mas como um conhecimento que está diariamente em suas vidas e que são essenciais para suas ocupações. Dessa forma, justifica-se sua presença nos currículos de matemática, bem como a necessidade de desenvolver propostas didáticas que facilitem o processo de aprendizagem de seu conceito. Dado, também, que é uma das dimensões contidas no ensino da Matemática, na qual os estudantes apresentam mais dificuldades, de acordo com Lima *et al* (2010) que informa,

[...] Os próprios matemáticos, na evolução da ciência, depararam-se com dificuldades que modificaram sua compreensão do conceito levando a evoluções teóricas durante séculos para serem estabelecidas e aceitas pela comunidade acadêmica. Professores de matemática, alunos da Educação Superior e da Educação Básica, assim como os matemáticos, também

vivenciam as dificuldades na compreensão do conceito de função (LIMA et al, 2010, p. 688).

Entende-se, dessa maneira, que a formação do aluno deve alcançar atribuições para além da sala de aula, incluindo aspectos que fazem parte das atividades de sua experiência, de suas vivências pessoais e sociais, gerando, assim, um sentido para suas aprendizagens escolares.

Dessa maneira, a forma de abordar esses conteúdos necessita ocorrer de maneira diversificada, dado que a própria Lei nº 9.394/1996, assegura no Art. 1º, parágrafo segundo que “a educação escolar deverá vincular-se ao mundo do trabalho e à prática social” (BRASIL, 1996). Entretanto, para que o discente atinja maturidade em relação ao conteúdo para conseguir enxergar aspectos matemáticos contidos no seu dia a dia é necessário que a definição do conceito esteja bem sólida. Porém, segundo Magarinus (2013),

[...] apesar da possibilidade de contextualização e interdisciplinaridade, o ensino de funções não vem garantindo aos alunos sua efetiva aprendizagem ou a flexibilidade esperada para a resolução de problemas diversos. Muitos alunos demonstram dificuldades em trabalhar com funções e poucos parecem compreender seu conceito (MAGARINUS, 2013, p.12).

Logo, apenas trabalhar com contextualizações em uma perspectiva interdisciplinar não é suficiente para a construção de uma aprendizagem concreta, real e significativa. Assim, é necessário que o estudante compreenda de forma significativa o conceito de função para que haja um significado e um sentido nas contextualizações e atividades interdisciplinares. De acordo com Lima (1999),

[...] A conceituação compreende a formulação correta e objetiva das definições matemáticas, o enunciado preciso das proposições, a prática do raciocínio dedutivo, a nítida conscientização de que conclusões sempre são provenientes de hipóteses que se admitem, a distinção entre uma afirmação e sua recíproca, o estabelecimento de conexões entre conceitos diversos, bem como a interpretação e a reformulação de ideias e fatos sob diferentes formas e termos. É importante ter em mente e destacar que a conceituação é indispensável para o bom resultado das aplicações (LIMA, 1999, p.2).

Torna-se claro, que a conceituação proporciona a compreensão das definições matemáticas, visto que através desse entendimento é possível desenvolver os processos de abstrações e interpretações, para, assim, alcançar bons resultados nas aplicações diárias.

Diante disso, percebe-se que os alunos apresentam dificuldades para apropriarem-se do conceito de função. Sendo assim, questiona-se: como uma

abordagem utilizando representações de gráficos de funções polinomiais no ¹*Excel* poderia contribuir para a melhoria significativa do conceito de função durante o processo de aprendizagem dos alunos?

Diante dessa questão, neste trabalho de conclusão de curso, tem-se como proposição primordial elaborar uma proposta didática, utilizando *Excel*, visando sua aplicação no Ensino Médio, com a finalidade de facilitar a assimilação do conceito de funções através de gráficos, mediante a representação gráfica/geométrica de funções polinomiais de 1º e 2º grau que se faz presente na Base Nacional Comum Curricular - BNCC (BRASIL, 2018) como conteúdo para essa etapa de ensino.

Como objetivo geral buscou-se fazer uma revisão de literatura acerca do conceito de funções por meio de uma pesquisa bibliográfica com o intuito de construir uma proposta didática, utilizando o *Excel* como ferramenta de ensino e de aprendizagem.

Para alcançar esse objetivo formulou-se os seguintes objetivos específicos:

- a) Realizar revisão de literatura sobre o conceito de função e seu ensino;
- b) Mapear o estado do conhecimento sobre o conceito de função e seu ensino no ensino médio;
- c) Analisar a proposta da BNCC (BRASIL, 2018) para o conteúdo de função no ensino médio;
- d) Elaborar uma proposta didática a ser aplicada no Ensino Médio utilizando *Excel* para o ensino do conceito de função.

Esse trabalho de pesquisa, metodologicamente, abarca a investigação bibliográfica e documental, pesquisa na *internet* e pesquisa em perspectiva aplicada, sedimentado em uma revisão de literatura que tem como dimensões de estudo as Funções polinomiais na história da matemática, Funções, Ensino de funções no Ensino Médio e seus aspectos normativos e didáticos.

Na pesquisa documental realizou-se a análise da BNCC (BRASIL, 2018) e em livros didáticos de matemática para o Ensino Médio, no intuito de explorar os aspectos normativos e didáticos em comum.

Para mapear os estudos antecedentes sobre o tema foi feita uma pesquisa do tipo do Estado do Conhecimento sobre o Ensino de função no ensino médio com uso de tecnologias digitais. Informa-se que, a escolha do uso de tecnologias digitais para o ensino de funções se deu a partir de leituras realizadas na BNCC (BRASIL, 2018) e

¹ O Microsoft *Excel* é um editor de planilhas produzido pela Microsoft para computadores que utilizam o sistema operacional Microsoft Windows.

suas propostas para o ensino de matemática e suas tecnologias, bem como sobre as competências e habilidades previstas para o ensino médio, que versam sobre o uso de tecnologias digitais como meio de diversificação de metodologias de ensino.

Sendo assim, almeja-se que este trabalho que tem funções como eixo temático, especificadamente funções polinomiais, proporcione e contribua para o desenvolvimento do ensino desse campo matemático, pois através do que foi apresentado e analisado nos referenciais, pode-se perceber que, ainda, é necessário a elaboração de propostas de ensino que possibilitem uma aprendizagem mais sólida no tocante ao conceito de função, visto que, os estudantes apresentam diversas dificuldades para a compreensão do conceito e da definição de funções.

2 PROCEDIMENTOS DE PESQUISA

A metodologia utilizada na construção deste trabalho é de caráter qualitativo, mediante uma pesquisa bibliográfica e documental – em livros, artigos científicos, teses, dissertações, revistas, normas técnicas reguladoras e documentos oficiais que regem a educação e o ensino – tendo em vista que, de acordo com Severino (2013), uma pesquisa de natureza bibliográfica, é um trabalho que se constrói através de registros disponíveis, decorrentes de pesquisas anteriores. Além disso, outras duas etapas compuseram o processo investigativo: a pesquisa na *internet* e a pesquisa em perspectiva aplicada. Neste sentido, os resultados adquiridos a partir desta pesquisa, serviram como base teórica, norteadora da prática de maneira fundante à construção de argumentos em bases e fontes científicas sólidas.

Na Figura 1 são apresentados os procedimentos de pesquisa adotados para a construção da metodologia da pesquisa descrita neste capítulo.

Figura 1: Procedimentos de pesquisa.



Fonte: elaboração do autor, 2023.

2.1 PESQUISA BIBLIOGRÁFICA E DOCUMENTAL

Para o desenvolvimento da revisão de literatura foram analisadas três dimensões: desenvolvimento histórico das funções, estudo sobre funções e, a abordagem de funções no Ensino Médio orientada pela BNCC (BRASIL, 2018) e em livros didáticos de matemática para o Ensino Médio. Na contextualização do processo histórico de desenvolvimento do conceito de função foram analisados artigos,

monografias, dissertações, e teses, além do livro História da matemática (BOYER, 1974).

Para desenvolver o estudo bibliográfico sobre a temática, além do uso de teses, dissertações e artigos foi feita uma pesquisa nos livros: Números e Funções Reais (LIMA, 2013); A Matemática do Ensino Médio - volume 1 (LIMA *et al*, 2016), e Matemática: Ciência e Aplicação (IEZZI, 2004).

2.2 PESQUISA NA INTERNET

Na atualidade o acervo que é encontrado na *internet* tornou-se indispensável para o desenvolvimento de pesquisas acadêmico-científicas em qualquer área do conhecimento, pois grande parte das bibliografias renomadas estão inseridas na rede, além disso, a *internet* é um meio de democratização do acesso à informação. Dessa forma, em consonância com Severino (2013) observa-se que,

[...] A Internet, rede mundial de computadores, tornou-se uma indispensável fonte de pesquisa para os diversos campos de conhecimento. Isso porque representa hoje um extraordinário acervo de dados que está colocado à disposição de todos os interessados, e que pode ser acessado com extrema facilidade por todos eles, graças à sofisticação dos atuais recursos informacionais e comunicacionais acessíveis no mundo inteiro (SEVERINO, 2013, p.117).

Percebe-se, assim, que, a tecnologia torna o processo de construção científica mais diversificado, visto que, o conhecimento é acessível e divulgado em quase todo o mundo via plataformas virtuais. Vale ressaltar, que a confiabilidade das produções deve ser averiguada, logo, é adequado buscar: periódicos e livros em bancos de dados de universidade e institutos que pratiquem a revisão por pares ou seja que publiquem trabalhos já avaliados por pesquisadores.

Desse modo, a procura dos trabalhos ocorreu através de duas vertentes, uma utilizando os procedimentos de pesquisa do tipo: estado do conhecimento sobre o ensino de funções no Ensino Médio com uso de tecnologias digitais, o qual realizou-se através de uma pesquisa no Catálogo de teses e dissertações da Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior (CAPES), com o descritor: “Conceito de Funções” no intuito de mapear os estudos antecedentes sobre a temática, para com isso fundamentar a proposta didática que foi desenvolvida no presente trabalho. Essa investigação sobre o estado do conhecimento foi desenvolvida de acordo com

Morosini e Fernandes (2015, p.155) às quais informam que trata-se da “identificação, registro, categorização que levem à reflexão e síntese sobre a produção científica de uma determinada área, em um determinado espaço de tempo, congregando periódicos, teses, dissertações e livros sobre uma temática específica.”

Porém, além dos trabalhos investigados no Catálogo, para ampliar a base teórica, foram utilizados diversos trabalhos encontrados na *internet* com acesso livre. Esses que conforme Severino (2013), [...] com a revolução da informática, dispomos hoje, além das bibliotecas físicas tradicionais, de bibliotecas virtuais, poderosos centros de informações bibliográficas, acessíveis através da Internet. E desde já, é preciso lembrar que muda o meio, mas não muda a finalidade dos serviços de biblioteca (SEVERINO, 2013, p.36).

Isto posto, considera-se que a *internet* é um meio que pode contribuir para a proposta didática, pois permitiu diversificar as bases teóricas que fundamentaram o trabalho na prática.

2.3 PESQUISA EM PERSPECTIVA APLICADA COM USO DO *EXCEL*

A aplicação dos resultados desse projeto de pesquisa pode ser feita mediante a utilização da proposta didática no Ensino Médio por professores de Matemática com a finalidade de abordar o conceito de função por meio de gráficos de funções polinomiais, assim formando um conceito de função mais sólido com os alunos.

A proposta tem como público-alvo estudantes do Ensino Médio, porém, pode ser aplicada em minicursos ou oficinas que tratem do ensino de função por meio de tecnologias digitais. Nesse processo, o docente será apenas o mediador, pois a recomendação é que o próprio discente construa sua aprendizagem nas elaborações e análises dos gráficos desenvolvidos por ele, de forma autônoma na construção de seus conhecimentos sobre funções.

Dessa maneira, o professor teria o papel de agente questionador, com o propósito de causar reflexões sobre as atividades realizadas pelos alunos, fazendo assim, eles pensarem sobre o que ocorre em cada passo que eles acrescentam; além de tirar dúvidas que apareçam no processo, verificando se os alunos estão compreendendo o conceito.

Essa sequência didática foi elaborada diante das diversas dificuldades que são encontradas nas publicações que tem como alvo o ensino do conceito de função, logo,

com o intuito de construir formas onde o estudante tenha uma maior integração com o conceito de função. Mas, para o desenvolvimento da proposta, foram utilizadas diversas publicações e livros que compartilham da mesma perspectiva e são referenciados nela.

O *Excel* foi a ferramenta escolhida como recurso digital para promover este ensino, visto que esse *software* traz diversos benefícios didáticos. De acordo com Nascimento (2016), o *Excel* apresenta ao estudante uma interface estimulante nas atividades, pois há diversas possibilidades de desenvolvimento e aplicações educacionais nas áreas do conhecimento. Além disso, o programa utiliza-se de ícones de organização de dados que promovem mais interatividade e dinâmica no processo de ensino, com isso, vai facilitando a visualização do processo de construção do conhecimento. Ademais, possibilita ao docente propor atividades que promovem o aluno a ser protagonista para, assim, conseguir “desenvolver suas habilidades de modo criativo e que consiga compreender de forma efetiva os conteúdos matemáticos trabalhados em tais atividades” (MACÊDO; SILVA, 2016, p.2).

Outrossim, o *Excel* é um programa bastante popular no meio tecnológico e é bastante utilizado, seja em ambientes de trabalho ou no meio educacional, pois, quando bem empregado no contexto escolar contribui de forma significativa para a melhoria da qualidade do ensino-aprendizagem, proporcionando um ensino criativo e dinâmico, no qual o aluno pode ser um agente de sua própria aprendizagem (MACÊDO; SILVA, 2016).

Vale salientar, também, que na atualidade a utilização das Tecnologias Digitais de Informação e Comunicação (TDIC) são de extrema importância, pois mostram interativamente as grandes evoluções tecnológicas que são apresentadas no mundo diariamente. Essas ferramentas tecnológicas estão inseridas, principalmente, no mercado de trabalho e em outros ambientes da vivência humana. Dessa maneira, “em uma era de tecnologia e comunicação, é fundamental que os alunos se familiarizem com o computador e com programas específicos para aprofundar sua aprendizagem matemática” (DANTE, 2011b, p.18 *apud* SILVA, 2017, p.38).

Logo, é inevitável a presença das TDIC nas instituições de ensino. Em umas de suas seções denominada de as tecnologias digitais e a Computação, a BNCC indica que,

[...] Essa constante transformação ocasionada pelas tecnologias, bem como sua repercussão na forma como as pessoas se comunicam, impacta diretamente no funcionamento da sociedade e, portanto, no mundo do

trabalho. A dinamicidade e a fluidez das relações sociais – seja em nível interpessoal, seja em nível planetário – têm impactos na formação das novas gerações. É preciso garantir aos jovens aprendizagens para atuar em uma sociedade em constante mudança, prepará-los para profissões que ainda não existem, para usar tecnologias que ainda não foram inventadas e para resolver problemas que ainda não conhecemos. Certamente, grande parte das futuras profissões envolverá, direta ou indiretamente, computação e tecnologias digitais (BRASIL, 2018, p.473).

Assim, entende-se, que a utilização de recursos digitais, é indicado para o currículo da Educação Básica no Brasil. Portanto, no que se refere ao ensino de funções, a BNCC (BRASIL, 2018) evidencia que o ensino deste conteúdo e seus conceitos adjacentes podem ser ensinados mediante o uso das TDIC, posto que orientam

(EM13MAT401) Converter representações algébricas de funções polinomiais de 1º grau em representações geométricas no plano cartesiano, distinguindo os casos nos quais o comportamento é proporcional, recorrendo ou não a softwares ou aplicativos de álgebra e geometria dinâmica. (BRASIL, 2018, p.543)

(EM13MAT402) Converter representações algébricas de funções polinomiais de 2º grau em representações geométricas no plano cartesiano, distinguindo os casos nos quais uma variável for diretamente proporcional ao quadrado da outra, recorrendo ou não a softwares ou aplicativos de álgebra e geometria dinâmica, entre outros materiais (BRASIL, 2018, p.543)

Então, nota-se, que um dos caminhos que pode proporcionar uma facilitação no processo de abstração e formação do conceito de função é através da construção das representações e análise de gráficos. Assim, a utilização dos recursos tecnológicos nos ambientes de ensino pode contribuir de maneira favorável, estimulando a parte autônoma do educando na construção de sua própria aprendizagem (MATOS *et al*, 2020). Tais situações metodológicas apresentam-se através do visual, com uma exposição fiel às características de uma função e dos conceitos que estão contidos no conjunto de aprendizagens necessárias para a formação do conceito de função. De acordo com Silva,

entende-se que é necessária a utilização de gráficos, não apenas como suporte, mas como base para uma aprendizagem significativa de funções. Pois, como relatado ao justificar este trabalho, a expressão através de gráficos é utilizada na representação de dados em diversos conteúdos e é a forma mais adequada para apresentar informações sobre linearidade, intervalos de crescimento e decréscimo, máximos e mínimos, taxas de variação, regularidade, continuidade. Os gráficos expressam uma visão geral e completa das funções e suas características (SILVA, 2017, p.42).

Desse modo, fica evidenciado que a utilização dos *softwares* na construção dos gráficos, podem propiciar a construção do conceito de função através do visual, além

disso, de definições que estão ligadas diretamente à conceituação de função, com isso oportunizando situações de uma aprendizagem mais solidificada.

2.4 CONSIDERAÇÕES ADICIONAIS

Os procedimentos metodológicos delineados nessa pesquisa visaram, especificamente, nortear a investigação sedimentada em uma pesquisa bibliográfica no primeiro momento para em seguida elaborar, através de uma abordagem didática uma proposta de ensino com vistas a solidificar a formação do conceito de função de maneira que o estudante tenha uma aprendizagem significativa sobre a formação dos conceitos, de modo a desenvolver um pensamento crítico em relação às situações matemáticas que lhe são apresentadas no decorrer de suas vivências.

Por fim, vale ressaltar que, o estudo realizado nesse capítulo teve como finalidade descrever para tornar mais evidente os procedimentos adotados durante a construção do presente trabalho de conclusão de curso, buscando, assim, fundamentar todas as considerações necessárias, tomando os cuidados com a confiabilidade das referências inseridas no tocante às pesquisas: bibliográfica e documental, na *internet* e em perspectiva aplicada.

No capítulo a seguir temos a revisão bibliográfica, o qual tem papel fundamental para a elaboração da sequência didática, visto que mediante a realização de sua pesquisa se constrói a fundamentação da proposta.

3 REVISÃO DE LITERATURA

Para laboração da revisão de literatura que busca analisar e descrever um ramo de um conhecimento, com o intuito de levantar produções já consolidadas, para assim observar as produções científicas que são relevantes sobre o tema, em: livros, artigos de periódicos, artigos de jornais, registros históricos, relatórios governamentais, teses e dissertações e outros tipos, conforme orienta Severino (2013, p.113, grifo no original) quando ensina que: “a *revisão de literatura*, processo necessário para que se possa avaliar o que já se produziu sobre o assunto em pauta, situando-se, a partir daí, a contribuição que a pesquisa projetada pode dar ao conhecimento do objeto a ser pesquisado.”

Portanto, busca-se, nessa revisão, compreender, nas produções que dissertam sobre funções, e especificadamente, sobre funções polinomiais como o conceito sobre essas se formaram ao longo do tempo, em três etapas: Funções na história da matemática; Função; Ensino de funções no Ensino Médio e seus aspectos normativos e didáticos.

Na Figura 2 é apresentada a sequência da revisão de literatura desenvolvida nesse capítulo.

Figura 2: Sequência da revisão de literatura.



Fonte: elaboração do autor, 2023.

3.1 FUNÇÕES NA HISTÓRIA DA MATEMÁTICA

O desenvolvimento histórico sobre as funções polinomiais é bastante discutido, pois não se sabe ao certo, qual o momento do surgimento do conceito, a sua organização e formalização como um ramo da matemática ocorrida ao longo do tempo. Depois de estudos de diversos matemáticos a dúvida ainda permanece e de acordo com Mattos (2017) citando Zuffi (2001),

[...] Não se tem ideia exatamente de quando surgiu de fato a definição de função polinomial, todavia se sabe, portanto, que este conceito foi se desenvolvendo ao longo dos séculos, a partir dos estudos de outros grandes matemáticos, além dos já citados até aqui, através das resoluções de equações algébricas, em que havia uma dependência entre duas grandezas (MATTOS, 2017, p. 22 apud ZUFFI, 2001, p.2).

Os primeiros indícios do surgimento podem ser atribuídos aos povos antigos, visto que, a presença de ideias que se relacionam à função na Antiguidade advém das necessidades dos povos para resolução de problemas do cotidiano. Assim como se observa em grande parte da matemática antiga que surgiu para estabelecer regras e condições que facilitavam a vida desses povos. De acordo com Youschkevith (1976),

[...] o desenvolvimento da noção de função compreende três fases. Na Antiguidade, são verificados casos de dependência entre duas quantidades, sem sobressair as noções gerais de quantidades variáveis e de funções. Na Idade Média, são concebidas as noções funcionais expressas sob a forma geométrica, mecânica, em especial, física, em que cada caso concreto de dependência entre duas quantidades era representado, preferencialmente, por um gráfico ou por uma descrição verbal. No período Moderno, começam a prevalecer expressões analíticas de funções, sendo o final do século XVII o momento mais intenso do desenvolvimento da noção de função, aproximando-se da que atualmente conhecemos (YOUSCHKEVITH, 1976, apud ALVARENGA et al, 2014, p. 162).

Assim, percebe-se que o processo para chegar até a formalização do conceito de função atual pode ter início na antiguidade, mostrando, dessa forma, que a elaboração da definição de função foi gradual. Porém, deve-se levar em consideração que os povos pertencentes as civilizações antigas tinham objetivos diferentes para a utilização desses conceitos matemáticos, visto que, a matemática utilizada nesse período tinha por intuito melhorar as condições de existência da humanidade. Segundo lezzi *et al* (2004, p.66) “[...] o conceito de função não foi formulado satisfatoriamente antes do século XIX. Mas ele aparece implícito em várias situações na Matemática da antiguidade”

Outro período em que ocorreu contribuições foi na Idade Média, de acordo com Boyer (1974, p.193), Nicole Oresme² (1323-1381) foi um dos precursores no desenvolvimento do conceito de funções na Idade Média, uma vez que, a teoria das latitudes e longitudes, que Oresme usou em seus trabalhos, podem ser comparáveis com as ordenadas e abscissas³. Ademais, sua representação tem semelhanças com a geometria analítica e foi fundamental para a representação gráfica de função.

Na Idade Média, de acordo com Magarinus (2013, p.15) “a noção de função amadurecia gradativamente na chamada filosofia natural, principalmente em relação aos fenômenos físicos. Nesta época a noção de função aparece numa forma mais genérica”. Logo, fica claro que, a princípio as relações entre variáveis ficam mais voltadas ao campo de estudo da Física, em consonância com o que afirma Oliveira (1997),

[...] A primeira vez que a noção de função aparece numa forma “mais genérica” é no **século XII**, nas escolas de filosofia natural em **Oxford e Paris**, pois até então, cada problema era tratado de maneira isolada. Nestas duas escolas, que prosperaram no século XIV, alguns matemáticos estudaram fenômenos como calor, luz, cor, densidade, distância, velocidade etc. Simultaneamente, a idéia que as leis quantitativas da natureza eram leis do tipo funcional, amadurecia pouco a pouco na filosofia natural (OLIVEIRA, 1997, p. 15, grifo do autor).

Compreende-se, assim, que, a noção mais geral/formal de função é iniciada no século XII em universidades que não tinham como foco o ensino de matemática, além de tudo ao tratar da temática o estudo era isolado sem ligações entre as áreas do conhecimento posto que essas eram unificadas na Filosofia.

Na Idade Moderna (1453 - 1789) segundo Gonçalves (2015, p.84) tem-se uma abordagem mais geral e formalizada com ideias sólidas de funções, podendo-se realizar generalização suficiente para, assim, se chegar a um conceito mais fundamentado.

Posto isto, entende-se que a Idade Moderna foi um período que trouxe algumas contribuições para evolução do desenvolvimento de função, assim aproximando-se de uma conceituação de função em relação a todos os recortes de tempos. Mas, mesmo na idade moderna temos que, segundo o que disse Azcárate e Deulofeu (1996) citados em Gonçalves (2015),

² Um dos pensadores mais originais do século XIV.

³ Em uso comum, a abscissa refere-se ao eixo horizontal e a ordenada refere-se ao eixo vertical de um gráfico bidimensional padrão.

[...] A ideia de função era muito restrita no século XVII, se reduzia a funções analíticas. Quando Euler deu a primeira definição da função, foi possível realizar as generalizações sucessivas como resultado da tentativa de incluir funções cada vez mais complexas, até as últimas definições que incorporam a linguagem de conjuntos, onde estas últimas se distanciam da educação básica (AZCÁRATE; DEULOFEU, 1996 *apud* GONÇALVES, 2015, p. 84).

Considera-se, dessa forma, que a sistematização do conceito e dos conhecimentos que estão ligados às funções atravessou diversos séculos, pois, é notório o aparecimento das funções em praticamente todas as grandes civilizações antigas.

3.2 O CONCEITO DE FUNÇÃO

O termo **conceito** já foi definido e exposto por diversos autores, entre eles: Ranganathan, em A Teoria da Classificação Facetada, e Dahlberg, com, A Teoria Analítica do Conceito (MACULAN; LIMA, 2017). Sendo assim, de acordo com Ranganathan (1967) citada por Maculan e Lima (2017), tem-se que **conceito** é

[...] um corpo de ideias organizado ou sistematizado, cujas extensão e intenção devem ser coerentes com o domínio de interesse e ajustadas à competência intelectual e ao campo especializado de qualquer indivíduo. [...] Conceito é a formação, depositada na memória, como um resultado de associações de percepções – puras ou compostas – realizadas somente dentro da memória (RANGANATHAN, 1967, p. 82 *apud* MACULAN; LIMA, 2017, p. 68-69).

Dessa maneira, quanto ao que diz respeito à educação, compreende-se que, o termo **conceito** está relacionado com o modo que o indivíduo associa as informações de maneira a compreender um determinado conceito específico sobre o conteúdo que está sendo ministrado.

Essas informações podem ser adquiridas de diversas formas, dentre elas, por meio da aprendizagem significativa, que “é um processo por meio do qual uma nova informação relaciona-se com um aspecto especificamente relevante da estrutura de conhecimento do indivíduo” (AUSUBEL *apud* MOREIRA, 1942, p.153).

Dito isto, um conceito que pode ser considerado um dos mais fundamentais para o ensino de matemática é o de função, visto que, a sua noção é a base da análise matemática, além disso, de acordo com Silva e Oliveira (2017),

[...] Um dos conteúdos matemáticos que os alunos não conseguem acompanhar de forma satisfatória é o conteúdo de funções de 1º grau que

exige do aluno muita dedicação, pois desde o começo já surgem elementos que até então não fazem parte da rotina estudantil do aluno, como por exemplo: a inclusão de elementos algébricos, os termos incógnitas e variáveis, o estudo de tabelas, a confecção e o estudo de gráficos e as diversas formas de representação das funções, desta forma é necessário que o professor utilize metodologias que possam amenizar tais dificuldades (SILVA; OLIVEIRA, 2017, p.188).

Essas definições das funções, muitas vezes deixa o estudante confuso, pois trata-se de uma linguagem matemática bastante abstrata e distante das definições já estudadas por ele, podendo ocasionar obstáculos no processo de aprendizagem, gerando, assim, uma lacuna na formação da definição. Segundo as ideias de Vigotski (2009), o processo de aprendizagem para que ocorra de maneira efetiva é dependente de uma boa construção do conceito. Disso se permite deduzir que é fundamental que o estudante se aproprie das conceituações.

Acentuando essa percepção sobre a formação de conceito de função e sua importância, Leite (2016, p.23) apresenta que uma das razões é a abrangência do conceito de função, que origina inúmeras dificuldades, uma vez que envolve diversas concepções e múltiplas representações, abrindo espaço para interpretações equivocadas. Portanto, torna-se evidente, que o conceito de função gera uma confusão nos estudantes.

Em matemática conceitua-se função como sendo uma relação entre dois conjuntos na qual existe uma correspondência entre elementos de um conjunto X com elementos de um conjunto Y . Porém, para que essa relação seja realmente uma função entre os conjuntos X e Y , cada elemento pertencente ao conjunto X precisa, necessariamente, ter um único correspondente pertencente ao conjunto Y .

lezzi *et al.* (2004, p.33) definem de maneira mais formal a função como “se x e y são duas variáveis tais que cada valor atribuído a x existe, em correspondência, um único valor para y , dizemos que y é uma função de x ”.

De acordo com Lima (2013) função tem por definição:

Dados os conjuntos X, Y , uma função $f: X \rightarrow Y$ (lê-se “uma função de X em Y ”) é uma regra (ou conjunto de instruções) que diz como associar a cada elemento $x \in X$ um elemento $y = f(x) \in Y$ (lê-se “ y igual a f de x ”). O conjunto X chama-se o *domínio* e Y é o *contradomínio* da função f . Para cada $x \in X$, o elemento $f(x) \in Y$ chama-se a *imagem* de x pela função f , ou o valor assumido pela função f no ponto $x \in f$. Escreve-se $x \mapsto f(x)$ para indicar que f transforma (ou leva) x em $f(x)$ (LIMA, 2013, p.36).

Desse modo, fica exposto que uma função é constituída por três elementos: domínio, contradomínio e a lei de correspondência $x \mapsto f(x)$. Mesmo quando se diz simplesmente 'a função f ', ficam subentendidos seu domínio X e seu contradomínio Y e sem que eles sejam especificados, não existe **Função** (LIMA, 2013, p. 37).

Percebe-se que, a formação do conceito de função é constituída de expressões nas quais é necessária uma boa maturação matemática para que se alcance uma compreensão satisfatória de sua noção, tendo como principal urgência o pensamento a abstração. Nasser (2014, p. 892) afirma que, a transição do pensamento mais elementar para o abstrato requer dos participantes do processo de ensino e de aprendizagem uma reconstrução cognitiva bastante substancial, dado que nesse momento a capacidade de abstrair é necessária na efetivação do conhecimento como elemento de apropriação do discente.

Uma das maneiras mais utilizadas para a representação de uma função é a gráfica, na qual o estudante pode visualizar de maneira rápida os elementos que compõem a função dada, assim poderá construir um pensamento mais abstrato com relação ao aprendizado de função, isso irá colaborar para o aperfeiçoamento das questões conceituais. E conforme Souza (2016), poderá

[...] expressar visualmente dados ou valores numéricos, de maneiras diferentes, assim facilitando a compreensão dos mesmos. O gráfico de uma função $f: X \rightarrow Y$ é o conjunto dos pares ordenados em $X \times Y$ da forma $(x, f(x))$, ou seja: $(x, f(x)) : x \in X$. Uma Função é determinada pelo seu gráfico e pela especificação do conjunto de chegada (SOUZA, 2016, p.23).

Isto posto, pode-se afirmar que, tabelas e gráficos, e a expressão algébrica de uma função qualquer - proporciona uma visualização parcial, com especificações próprias e, quando articuladas, permitem a complementaridade entre os registros, o que possibilita a aprendizagem no aluno, visto que novos aspectos sobre esse objeto de estudo são incorporados de formas distintas (BRAGA; VIALI, 2008, p.5).

3.2.1 POLINÔMIO E FUNÇÕES POLINOMIAIS

Os polinômios dentro da matemática é um campo fundamental no estudo das expressões algébricas, pois são expressos por componentes simples, logo são bem comuns na matemática, assim podendo ser aplicados no cotidiano, segundo Souza

(2016, p.36)” os polinômios são utilizados em diversas áreas como a engenharia, a física, a economia, a criptografia, a biomedicina, a economia entre outras ciências.”

Dessa forma, de acordo com Silva *et al.* (2018, p.2) os polinômios são expressões algébricas formadas por números (coeficientes) e letras (partes literais). As letras de um polinômio representam os valores desconhecidos da expressão. De maneira mais formal, Segundo Lima (2013, p.139) um polinômio é uma expressão do tipo:

$$p(X) = a_n X^n + a_{n-1} X^{n-1} + \dots + a_1 X + a_0,$$

onde (a_0, a_1, \dots, a_n) uma lista ordenada de números reais e X é um símbolo (chamado uma indeterminada), sendo X^i uma abreviatura para $X \cdot X \dots X$ (i fatores).

a) Grau de um Polinômio

O polinômio pode ser classificado de acordo com seu grau, sabendo que os polinômios são constituídos por diversos monômios separados por operações, então o grau de um polinômio corresponde ao monômio de maior grau. O único polinômio que não possui grau é o polinômio nulo $P(x) = 0$, por exemplo:

- $P(x) = x^3 - x^2 + 2x - 3 \rightarrow$ temos 3 monômios que possuem grau, o que tem maior grau é x^3 , então o polinômio tem o mesmo grau que ele.
- $P(x) = 5x^0 = 5 \rightarrow$ grau zero.

b) Polinômio com uma Variável

Definição: Um polinômio na variável real x é uma expressão dada por:

$$P(x) = a_n \cdot x^n + a_{n-1} \cdot x^{n-1} + \dots + a_2 \cdot x^2 + a_1 \cdot x + a_0$$

temos que:

- ✓ $a_n, a_{n-1}, \dots, a_0 \in \mathbb{R}$ e são denominados de coeficientes do polinômio;
- ✓ a_0 é o coeficiente independente ou termo independente;
- ✓ $n \in \mathbb{N}$;
- ✓ o grau do polinômio é o número n , onde $a_n \neq 0$

Por exemplo:

- $P(x) = 2x^2 + 3x + 1$ é completo e tem grau 2;
- $P(x) = 2x^2$ é incompleto e tem grau 2

Pode-se reescrever $P(x) = 2x^2$, como $P(x) = 2x^2 + 0x + 0$, por esse motivo podemos classificar como um polinômio incompleto.

Entende-se, desse modo, que os polinômios podem ser expressos de diversas formas e aplicados nas mais diversas áreas do conhecimento como por exemplo no cálculo de área, volumes, distância e temperatura, isso pode ser justificado pela fácil expressão de suas variáveis. Além disso, os polinômios estão ligados diretamente com as funções polinomiais, pois são considerados o mesmo objeto matemático, de acordo com Lima (2013, p.140) “não há necessidade de fazer distinção entre o polinômio p e a função polinomial \bar{p} . Ambos serão representados pelo mesmo símbolo p e serão chamados indiferentemente de polinômio ou de função polinomial”. Dessa forma, definisse função polinomial como uma função de $p: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ onde são dados números reais a_0, a_1, \dots, a_n tais que, para todo $x \in \mathbb{R}$, tem-se

$$P(x) = a_n \cdot x^n + a_{n-1} \cdot x^{n-1} + \dots + a_2 \cdot x^2 + a_1 \cdot x + a_0$$

Se $a_n \neq 0$, dizemos que p tem grau n .

3.2.2 GRÁFICOS DAS FUNÇÕES POLINOMIAIS DO 1º E 2º GRAU

A função polinomial 1º grau é um dos conteúdos fundamentais dentro dos diversos assuntos matemáticos, visto que é abordado em alguns anos do ensino fundamental de maneira elementar e nas séries de ensino médio, onde é vista mais aprofundada buscando apresentar suas diversas aplicações no cotidiano do estudante, seja por meio de capítulos específicos ou de forma interdisciplinar, essa função é representada graficamente por uma reta oblíqua. Segue abaixo a demonstração dessa afirmação.

Teorema: “a representação gráfica de uma função polinomial do 1º grau, $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, dada por $y = ax + b$, com $a \neq 0$, é uma reta oblíqua aos eixos O_x e O_y (isto é, é uma reta não paralela a nenhum dos eixos coordenados)” (IEZZI *et al*, 2016, p.72).

Demonstração:

Tomemos três pontos distintos $A(x_1, y_1)$, $B(x_2, y_2)$ e $C(x_3, y_3)$ pertencentes ao gráfico dessa função. Vamos mostrar que **A**, **B** e **C** estão alinhados, isto é, pertencem a uma mesma reta.

Como **A**, **B** e **C** são pontos do gráfico da função, suas coordenadas satisfazem a lei $y = ax + b$, com **a** e **b** reais e $a \neq 0$. Tomemos $x_1 \neq x_2 \neq x_3$, temos:

$$\begin{cases} y_1 = a \cdot x_1 + b \text{ (i)} \\ y_2 = a \cdot x_2 + b \text{ (ii)} \\ y_3 = a \cdot x_3 + b \text{ (iii)} \end{cases}$$

Realizando a subtração dois a dois, primeiro entre (ii) de (iii), determinamos:

$$y_3 - y_2 = a(x_3 - x_2) \Rightarrow a = \frac{y_3 - y_2}{x_3 - x_2}$$

Agora vamos subtrair (i) de (ii), note que obtemos:

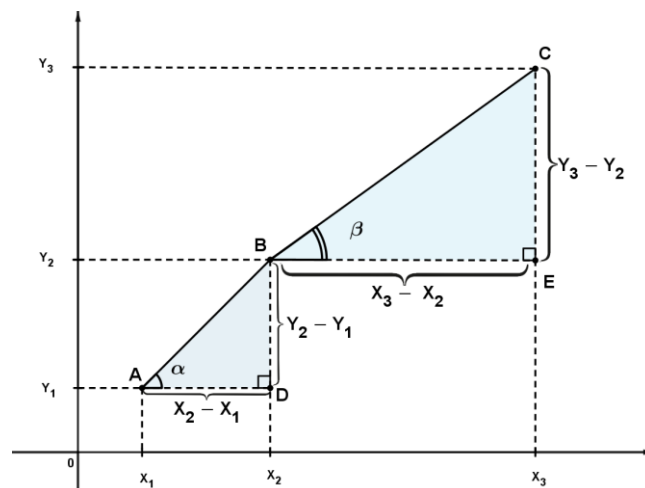
$$y_2 - y_1 = a(x_2 - x_1) \Rightarrow a = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}$$

Daí, temos:

$$\frac{y_3 - y_2}{x_3 - x_2} = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} \Rightarrow \frac{y_3 - y_2}{y_2 - y_1} = \frac{x_3 - x_2}{x_2 - x_1} \text{ (iv)}$$

Vamos supor, por absurdo, que **A**, **B** e **C** não pertencessem a uma mesma reta, conforme figura 3:

Figura 3: Suposição do não alinhamento de A, B e C



Fonte: Acervo do autor.

Note que os triângulos $\triangle ABD$ e $\triangle BCE$, que são retângulos ($\widehat{D} = \widehat{E} = 90^\circ$) e têm lados proporcionais, pois, de acordo com (iv), temos:

$$\frac{EC}{DB} = \frac{BE}{AD}$$

Nesse caso, pelo critério de semelhança lado ângulo lado LAL, os triângulos $\triangle ABD$ e $\triangle BCE$ seriam semelhantes e, portanto, seus ângulos correspondentes seriam congruentes, de onde se concluiria que $\alpha = \beta$, o que não poderia ocorrer.

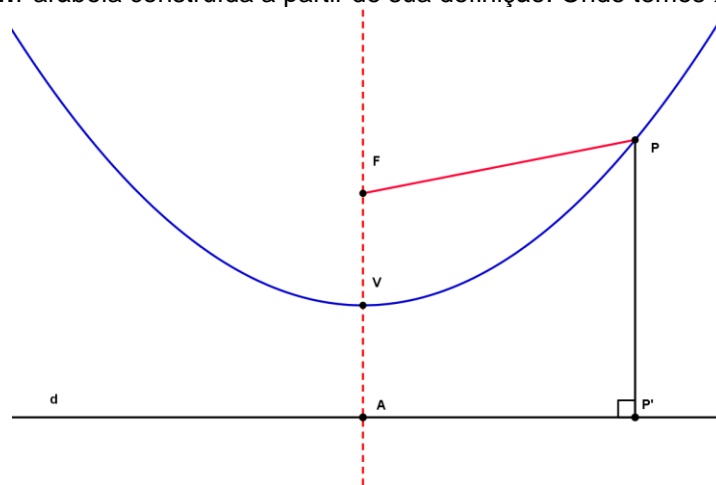
A contradição vem do fato de supormos que **A**, **B** e **C** não pertencem a uma mesma reta. Portanto, **A**, **B** e **C** estão alinhados, isto é, pertencem a uma mesma reta.

Desse modo, está provado que o gráfico de uma função polinomial do 1º grau é uma reta. *c. q. d*

Outra função que é apresentada aos estudantes no primeiro ano do ensino médio é a função polinomial do 2º grau, a qual modela diversas situações do cotidiano, assim podendo ser aplicada em contextos simples e complexos, como: lançamento de um objeto, custos de mercadorias, expansão de área, lançamentos de foguetes, construção de pontes e antenas, entre outras situações. O gráfico que se apresenta ao realizar a representação dos movimentos realizados pelos objetos do problema é denominado parábola.

Agora a partir de algumas construções vamos mostrar que uma parábola é modelada por uma função do 2º grau, mediante sua definição, como apresenta a figura 4. “Consideremos um ponto F e uma reta d que não o contém. Chamamos **parábola de foco F e diretriz d** o conjunto dos pontos do plano que distam igualmente de F e de d ” (DANTE, 2013 p.113).

Figura 4:Parábola construída a partir de sua definição. Onde temos $PF = PP'$.



Fonte: Acervo do autor.

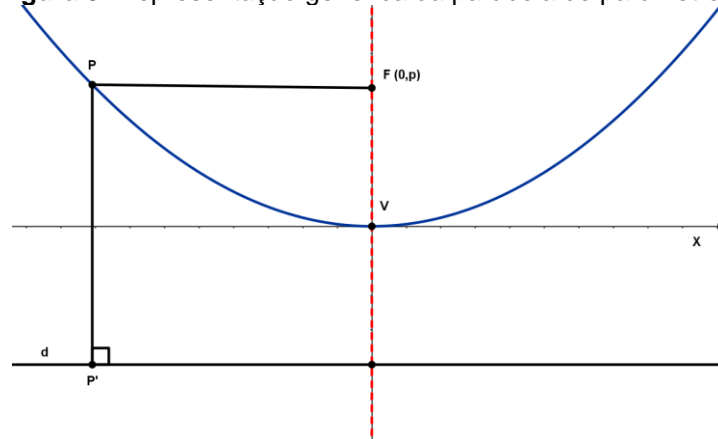
A reta perpendicular à diretriz como mostra a figura 4, contendo o foco é denominada de eixo de simetria da parábola. O ponto da parábola mais próximo da diretriz chama-se **vértice** dessa parábola. O vértice (V) é o ponto médio do segmento cujos extremos são o foco (F) e a intersecção do eixo com a diretriz (d).

Não havendo perda de generalidade, consideremos que a parábola da figura 4 tenha como coordenadas no plano cartesiano $V(0,0)$, dessa forma, representando a origem do plano e que também seja o ponto médio entre o ponto $F(0,p)$ e a reta

diretriz d . Note que a distância de F até d deve ser sempre igual ao módulo de $|2p|$ e consequentemente o eixo das ordenadas do plano contenha o eixo de simetria da parábola. Dessa forma ao tomar um ponto genérico $P(x, y)$ pertencente à parábola, podemos obter os seguintes esboços apresentados na figura 5, tais que:

Para $p > 0$ temos,

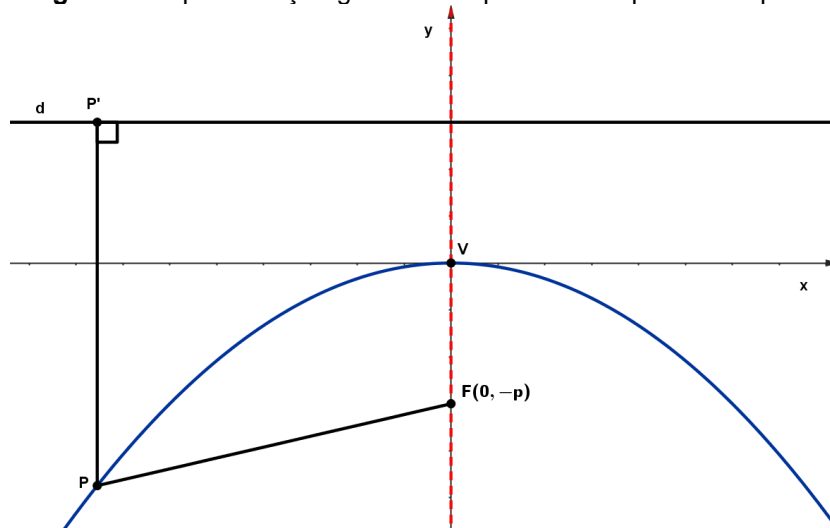
Figura 5: Representação genérica da parábola de parâmetro p



Fonte: Acervo do autor.

Para $p < 0$ temos também na figura 6,

Figura 6: Representação genérica da parábola de parâmetro $p < 0$



Fonte: Acervo do autor.

Daí temos o seguinte,

$$\overline{pp'} = |y + p|$$

$$\overline{pp'} = \sqrt{(x - 0)^2 + (y - p)^2}$$

Como $\overline{PP'} = \overline{PF}$, note que

$$|y + p| = \sqrt{(x - 0)^2 + (y - p)^2}$$

Elevando ambos os membros ao quadrado ficamos com

$$\begin{aligned} (|y + p|)^2 &= \left(\sqrt{(x - 0)^2 + (y - p)^2}\right)^2 \Rightarrow \\ y^2 + 2yp + p^2 &= x^2 + y^2 - 2yp + p^2 \end{aligned}$$

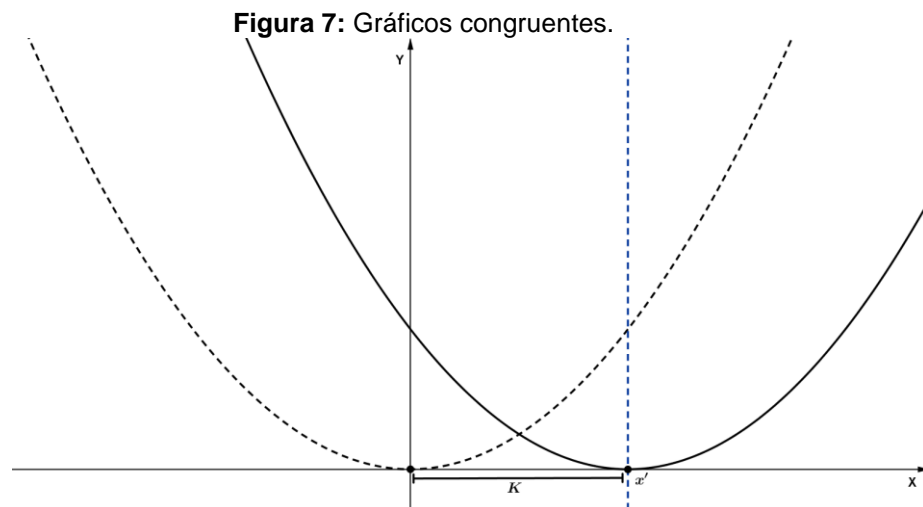
Realizando as devidas somas algébricas ficamos com

$$2yp = x^2 - 2yp \Rightarrow x^2 = 4yp \Rightarrow y = \frac{1}{4p} \cdot x^2$$

Portanto a equação $y = \frac{1}{4p} \cdot x^2$ determina uma parábola de foco F e diretriz d de vértice na origem, em função do parâmetro p .

Para mostrar ainda que a parábola pode ser representada por um polinômio completo, tomemos $a = \frac{1}{4p}$, assim, temos a função $y = ax^2$. Agora tomemos uma função $h = ax'^2$, onde tem, como ponto de intersecção no eixo x , o ponto $(x', 0)$.

De maneira geral, temos na figura 7:



Fonte: Acervo do autor.

O gráfico de $h = ax'^2$ é congruente ao gráfico de $y = ax^2$. Sabendo que $x' = x + k$, logo é possível representar a lei de formação da função h , como $h = a(x + k)^2 \Rightarrow h = ax^2 + 2akx + ak^2$, note que $2ak$ e ak^2 são constantes, logo podemos substituir $2ak$ e ak^2 , respectivamente, por b e c . Assim, teremos $h = ax^2 + bx + c$. Dessa forma, podemos modelar uma parábola por uma função polinomial do 2º grau.

3.3 ENSINO DE FUNÇÕES NO ENSINO MÉDIO: ASPECTOS NORMATIVOS E DIDÁTICOS

As Funções estão contidas nos currículos escolares da educação básica de maneira explícita ou implícita (GOMES, 2020). Ressaltando a relevância do estudo das funções temos a BNCC (BRASIL, 2018), destacando o que deve ser desenvolvido sobre funções com os discentes, tanto no Ensino Fundamental quanto no Ensino Médio:

(EF09MA06) Compreender as funções como relações de dependência unívoca entre duas variáveis e suas representações numérica, algébrica e gráfica e utilizar esse conceito para analisar situações que envolvam relações funcionais entre duas variáveis (BRASIL, 2018, p.317).

(EM13MAT101) Interpretar criticamente situações econômicas, sociais e fatos relativos às Ciências da Natureza que envolvam a variação de grandezas, pela análise dos gráficos das funções representadas e das taxas de variação, com ou sem apoio de tecnologias digitais (BRASIL, 2017, p.533).

Partindo dessas observações, é perceptível que o estudo das funções de forma mais introdutória já é iniciado no 9º ano do Ensino Fundamental. Essa apresentação no último ano pode ser um fator favorável, visto que, as funções são conteúdos inicializados de maneira completa no primeiro ano do Ensino Médio. É notório que essa abordagem sobre o conceito de dependências de variáveis tem como finalidade introduzir de maneira gradual a ideia do conceito de funções.

Reforçando a importância das funções e, sobretudo, das funções polinomiais, tem-se na BNCC (2018), a qual é um documento normativo que norteia os currículos dos sistemas de ensino do país, a definição para todas as aprendizagens essenciais nas quais os alunos devem desenvolver competências e habilidades no decorrer de sua trajetória na Educação Básica. Dessa maneira, a BNCC destaca como objetivo em uma das habilidades na área de Matemática e suas tecnologias,

[...] Analisar funções definidas por uma ou mais sentenças (tabela do Imposto de Renda, contas de luz, água, gás etc.), em suas representações algébrica e gráfica, identificando domínios de validade, imagem, crescimento e decréscimo, e convertendo essas representações de uma para outra, com ou sem apoio de tecnologias digitais (BRASIL, 2018, p. 539).

Logo, percebe-se que, as funções devem ser trabalhadas buscando recursos visuais para uma melhor aprendizagem, porém um dos principais recursos que os professores têm em sala de aula é o livro didático. Para entender a maneira que alguns

livros trazem este conteúdo, realizou-se uma análise em produtos direcionados já para a BNCC (BRASIL, 2018), e também outro anterior da aplicação da BNCC, buscando-se averiguar as diferenças entre eles. O que foi observado: como apresentam as funções e sua conceituação e se indicam a utilização de instrumentos tecnológicos. Os livros escolhidos foram: Prisma Matemática: funções e progressões de Bonjorno, Giovanni Jr. e Paulo Câmara (2020); e Matemática ciências e aplicações de IEZZI *et. al.* (2016), o critério para a escolha dos livros, foi o conhecimento das obras, visto que em outros momentos foram utilizados para aulas ministradas pelo discente, além disso, são livros escolhidos por instituições de ensino que o graduando esteve presente. Destaca-se o que os livros trazem sobre funções e o uso de tecnologias para o ensino deste conteúdo, assim tem-se em:

a) Prisma Matemática: funções e progressões, Bonjorno, Giovanni Jr. e Paulo Câmara (2020)

Esse livro já está adequado à BNCC (BRASIL, 2028). Nele os autores iniciam o conceito de funções introduzindo uma situação bastante presente no cotidiano das pessoas que trabalham e precisam pagar o Imposto sobre a Renda de Pessoas Físicas (IRPF). Abordam como é realizado esse cálculo e trazem a relação existente entre o salário do trabalhador e o valor do imposto que deve ser descontado do salário dele (Figura 8).

Figura 8: Definição de Função em Bonjorno, Giovanni Jr.; Paulo Câmara (2020)

Introdução

O estudo de funções nos permite compreender algumas regularidades presentes em situações do dia a dia, bem como estabelecer modelos matemáticos que possibilitem analisar e prever resultados.

Na abertura deste Capítulo, vimos uma situação que podemos relacionar ao conceito de função definida por mais de uma sentença. Além desse conceito, estudaremos outros tipos de função, representação gráfica e conceitos matemáticos relacionados.

Ver as Orientações para o professor.

PENSE E RESPONDA

O imposto de renda é calculado em **função** da base de cálculo. O que a palavra destacada na frase anterior significa para você?

SAIBA QUE...

Alíquota é o percentual aplicado sobre a base de cálculo para determinar o valor de um tributo.

Função definida por mais de uma sentença

Vimos que o Imposto sobre a Renda das Pessoas Físicas (IRPF) é um imposto que incide sobre a renda adquirida de fontes no Brasil por contribuintes residentes no país ou no exterior. Esse tributo é cobrado de acordo com uma tabela progressiva, indicando a alíquota correspondente a cada base de cálculo, que dependa da renda de cada contribuinte.

Observe a seguir a tabela de incidência mensal do IRPF vigente em 2020.

> Tabela de incidência mensal vigente em 2020

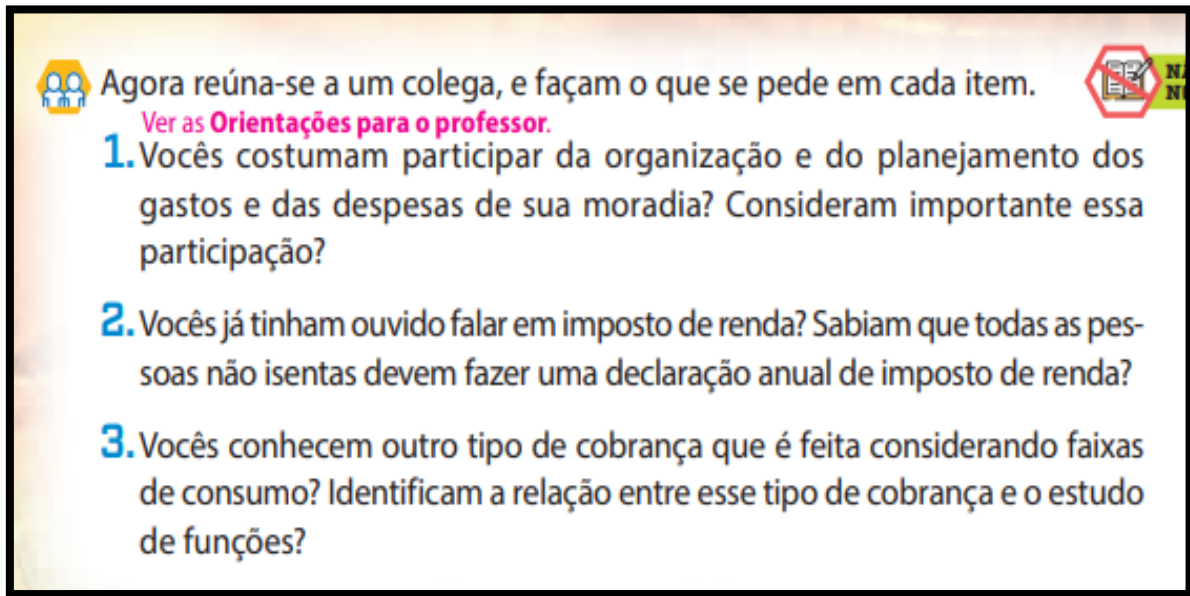
Base de cálculo (R\$)	Alíquota (%)	Parcela a deduzir do IRPF (R\$)
Até 1.903,98	–	–
De 1.903,99 até 2.826,65	7,5	142,80
De 2.826,66 até 3.751,05	15	354,80
De 3.751,06 até 4.664,68	22,5	636,13
Acima de 4.664,68	27,5	869,36

Fonte: BRASIL. Ministério da Economia. Secretaria da Receita Federal do Brasil. **IRPF (Imposto sobre a Renda das Pessoas Físicas)**. Brasília, DF, 2015. Disponível em: <http://receita.economia.gov.br/acesso-rapido/tributos/irpf-imposto-de-renda-pessoa-fisica>. Acesso em: 11 jun. 2020.

Fonte: Bonjorno, Giovanni Jr.; Paulo Câmara (2020, p.12)

O livro também apresenta alguns questionamentos para o aluno, visando influir o estudante a pensar sobre o conceito de função por meio de uma relação presente na vida dele (Figura 9).

Figura 9: Questões sobre função em Bonjorno, Giovanni Jr.; Paulo Câmara (2020)



Agora reúna-se a um colega, e façam o que se pede em cada item.

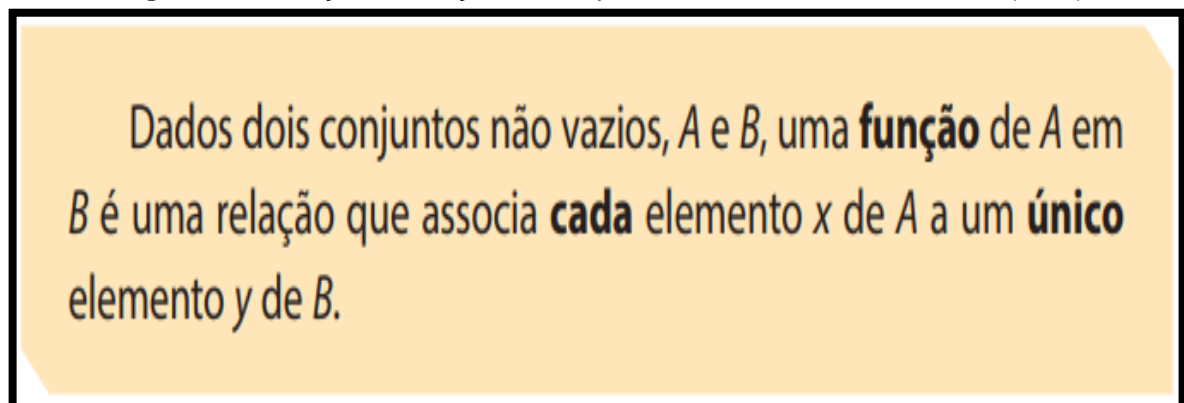
Ver as **Orientações para o professor.**

1. Vocês costumam participar da organização e do planejamento dos gastos e das despesas de sua moradia? Consideram importante essa participação?
2. Vocês já tinham ouvido falar em imposto de renda? Sabiam que todas as pessoas não isentas devem fazer uma declaração anual de imposto de renda?
3. Vocês conhecem outro tipo de cobrança que é feita considerando faixas de consumo? Identificam a relação entre esse tipo de cobrança e o estudo de funções?

Fonte: Bonjorno, Giovanni Jr.; Paulo Câmara (2020, p.11)

Após isso, os autores trazem a definição de função de forma simples, sem muitos termos matemáticos a serem lidos. A Figura 10, mostra a definição de função abordada pelos autores.

Figura 10: Definição de Função em Bonjorno, Giovanni Jr.; Paulo Câmara (2020)



Dados dois conjuntos não vazios, A e B , uma **função** de A em B é uma relação que associa **cada** elemento x de A a um **único** elemento y de B .

Fonte: Bonjorno; Giovanni Jr.; Paulo Câmara (2020, p.13).

É importante destacar que os autores explicam alguns elementos que podem ser encontrados para definir ou representar uma função em outro parágrafo do texto conforme Figura 11

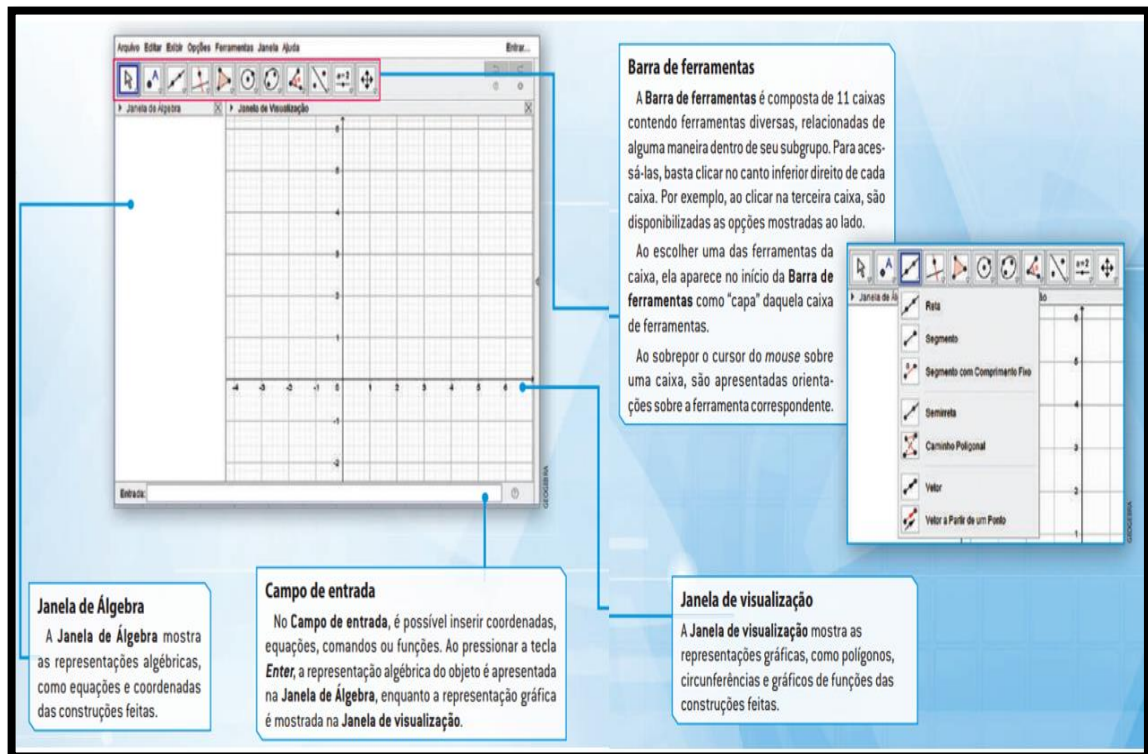
Figura 11: Alguns termos da função.

Para indicar uma função de A em B , podemos escrever $f: A \rightarrow B$ (lê-se: f de A em B). A função f transforma x de A em y de B , o que pode ser escrito como $y = f(x)$ (lê-se: y é igual a f de x).

Fonte: Bonjorno; Giovanni Jr.; Paulo Câmara, (2020, p.13).

Em seguida, os autores trabalham com alguns conceitos importantes para o estudo de funções: domínio, contradomínio e imagem; gráficos; e tipos de funções – sobrejetiva, injetiva, bijetiva, composta, inversa. Além disso, como tecnologia de ensino, o livro traz a indicação do *software* Geogebra (Figura 12). De acordo com eles, o Geogebra é “um *software* de Matemática dinâmica que pode ser utilizado em todos os níveis de ensino. [...] é uma multiplataforma, pois possui portabilidade em todos os sistemas operacionais e pode ser instalado em computadores, *tablets* e *smartphones*” (BONJORNO; GIOVANNI JR.; PAULO CÂMARA, 2020, p. 36).

Figura 12: Esboço da tela do GeoGebra.



Fonte: Bonjorno; Giovanni Jr.; Paulo Câmara, 2020, p.36-37.

Durante a análise do livro observou-se a preocupação dos autores em abordar questões voltadas para o cotidiano, bem como a preocupação do uso de tecnologia para ensinar funções.

b) Matemática ciências e aplicações - lezzi et. al. (2016)

Esse livro didático é anterior à BNCC (BRASIL, 2018). Nele os autores começam com as noções intuitivas, trazem como introdução para o ensino de funções alguns exemplos de relações entre grandezas presentes no cotidiano, conforme Figura 13 na qual as imagens mostram as ideias trazidas pelos autores.

Figura 13: Noção intuitiva em lezzi et. al. (2016)

A noção intuitiva de função


No estudo científico de qualquer fenômeno, sempre procuramos identificar grandezas mensuráveis ligadas a ele e, em seguida, estabelecer as relações existentes entre essas grandezas.
Acompanhe os exemplos a seguir.

EXEMPLO 1

Tempo e espaço
Uma pista de ciclismo tem marcações a cada 600 m. Um ciclista treina para uma prova de resistência, desenvolvendo uma velocidade constante. Enquanto isso, seu técnico anota, de minuto em minuto, a distância já percorrida pelo ciclista.
O resultado pode ser observado na tabela abaixo:

Instante (min)	Distância (m)
0	0
1	600
2	1 200
3	1 800
4	2 400
...	...

A cada instante (x) corresponde uma única distância (y). Dizemos, por isso, que a distância é função do instante. A fórmula (ou a lei) que relaciona y com x é:
 $y = 600 \cdot x$, com y em metros e x em minutos.



Fonte: lezzi et. al. (2016, p.39)

Após isso, eles apresentam alguns exercícios e, então, trazem a noção de função como a relação entre dois conjuntos, abordando alguns exemplos. Em seguida, eles apresentam a definição de função (Figura 14).

Figura 14: Conceito de função em lezzi et. al. (2016)

Dados dois conjuntos não vazios **A** e **B**, uma relação (ou correspondência) que associa a cada elemento $x \in A$ um único elemento $y \in B$ recebe o nome de **função de A em B**.

Fonte: lezzi et. al. (2016, p.43)

O livro também apresenta as notações matemáticas que podem ser encontradas para representar uma função (Figura 15).

Figura 15: Definições adjacentes lezzi et. al. (2016)

Notação

De modo geral, se **f** é um conjunto de pares ordenados (x, y) que define uma função de **A** em **B**, indicamos:

$$f: A \rightarrow B$$

Se, nessa função, $y \in B$ é imagem de $x \in A$, indicamos:

$$y = f(x) \text{ (lê-se: } y \text{ é igual a } f \text{ de } x)$$

Retomando o exemplo anterior, temos:

$$f(a) = 2; f(b) = 3; f(c) = 5; f(d) = 7; f(e) = 1.$$

Fonte: lezzi et. al. (2016, p.43)

Dando continuidade ao assunto de funções, os autores trazem o estudo do domínio, contradomínio e imagem da função; do plano cartesiano; dos gráficos; das fórmulas e de outros elementos importantes no estudo das funções, tais como: conjunto de pares ordenados; A em B ($f: A \rightarrow B$) e y é igual a f de x .

Quanto ao uso de tecnologias, o livro não traz nenhuma sugestão para o ensino de função. O livro delimitasse a uso de exemplos do dia a dia. Vale considerar que o livro traz uma proposta de interdisciplinaridade entre o estudo de funções com os estudos da física (velocidade escalar média e aceleração escalar média) (IEZZI et. al., 2016, p.69).

Em seguida, temos o capítulo do estado do conhecimento que discorrerá dos trabalhos antecedentes relacionados a proposta, além disso, dedica-se a sistematização em diversos aspectos, como: ano, autor, tecnologia utilizada e objetivo etc.

4 ESTADO DO CONHECIMENTO SOBRE O ENSINO DO CONCEITO DE FUNÇÃO NO ENSINO MÉDIO COM USO DE TECNOLOGIAIS DIGITAIS

Na atualidade o livro didático é um dos recursos metodológicos mais utilizados pelos docentes, porém salienta-se que existem diversas outras maneiras de promover a aprendizagem significativa dos alunos. Dessas metodologias destaca-se a utilização das tecnologias digitais, as quais tem papel fundamental no ensino de matemática (SILVA, 2017).

Neste sentido, o ensino de função abre ricas oportunidades para a utilização de *softwares*, visto que, suas representações gráficas podem ser apresentadas em programas e suas construções podem ser realizadas pelo próprio discente, uma vez que na aprendizagem significativa⁴, o aluno não é um agente passivo, e sim, um construtor e produtor do próprio conhecimento à medida que reconstrói e assimila as semelhanças e diferenças no seu espaço cognitivo (VALADARES *et. al*, 2000, p. 50).

Ainda para reforçar o uso das tecnologias, é trazido a BNCC (BRASIL, 2018), a qual evidencia habilidades a serem trabalhadas em tais conteúdos com os estudantes do Ensino Médio através de recursos digitais, são elas, por exemplo:

(EM13MAT503) Investigar pontos de máximo ou de mínimo de funções quadráticas em contextos envolvendo superfícies, Matemática Financeira ou Cinemática, entre outros, com apoio de tecnologias digitais (BRASIL, 2018, p.541).

(EM13MAT302) Construir modelos empregando as funções polinomiais de 1º ou 2º graus, para resolver problemas em contextos diversos, com ou sem apoio de tecnologias digitais (BRASIL, 2018, p.543).

Entende-se, dessa maneira, a necessidade de estudar as principais contribuições que buscam iniciativas na área deste estudo para compreender aspectos das produções acadêmicas em relação à utilização de tecnologias digitais como ferramenta didática em sala de aula, no processo de ensino e aprendizagem do conceito de função, voltado para o ensino médio. Diante de tal necessidade, utiliza-se nessa investigação de um estudo do tipo estado do conhecimento, que de acordo com Morosini e Fernandes (2015) é a “identificação, registro, categorização que levem à reflexão e síntese sobre a produção científica de uma determinada área, em um determinado espaço de tempo, congregando periódicos, teses, dissertações e livros sobre uma temática específica” (MOROSINI e FERNANDES, 2015, p. 102) para

⁴ David Paul Ausubel foi um psicólogo da educação estadunidense, desenvolvedor da Teoria da Aprendizagem Significativa.

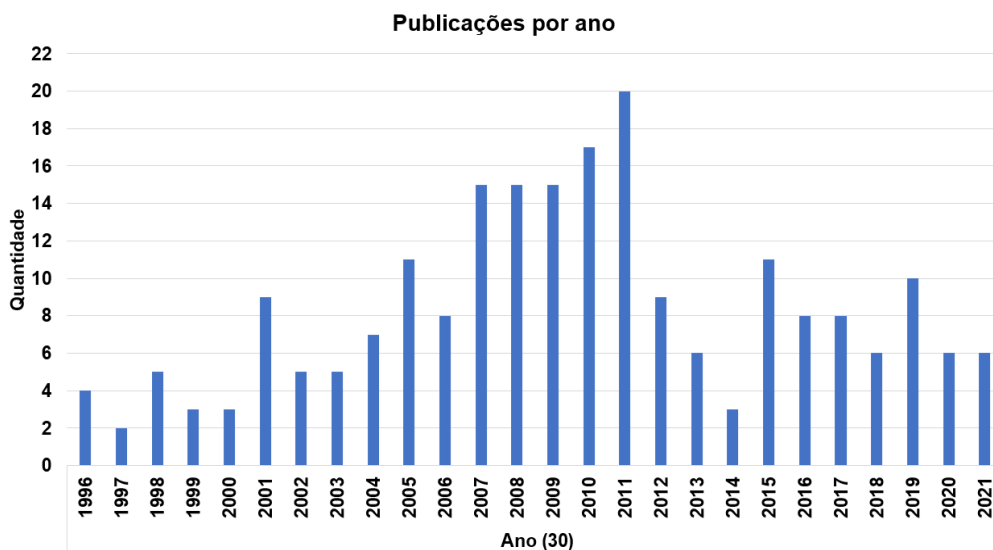
buscar as contribuições dos estudos antecedentes para a elaboração da proposta didática.

4.1 CONCEITO DE FUNÇÃO NA PRODUÇÃO ACADÊMICA DO BRASIL 1996 A 2021

Este subcapítulo é resultado de uma pesquisa qualitativa e quantitativa em trabalhos científicos disponíveis no Catálogo de teses e dissertações da Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior (CAPES) através da Plataforma Sucupira, que é uma ferramenta de compartilhamento e atualização de informações acadêmicas, disponível em: <<http://catalogodeteses.capes.gov.br/catalogo-teses/#/>>. A pesquisa foi realizada no dia 28 de julho de 2022, às 17 horas e 7 minutos, com o descritor: “Conceito de Funções”, entre aspas duplas. Dessa busca retornaram 225 (duzentos e vinte cinco) trabalhos catalogados na plataforma supracitada.

No primeiro momento foram identificados e catalogados os trabalhos em geral, buscando analisar aspectos quantitativos, como: publicação por ano, grau acadêmico e área do conhecimento, dessa maneira, foi-se observando o cenário da produção em relação à quantidade de obras que já trabalharam com o eixo temático do presente trabalho, nos últimos 25 (vinte e cinco) anos. Assim, como apresentado no Gráfico da Figura 16, que representa as publicações por ano, o qual foi elaborado a partir da análise dos resultados do descritor informado.

Figura 16: Publicações por ano de produção – 1996 - 2021

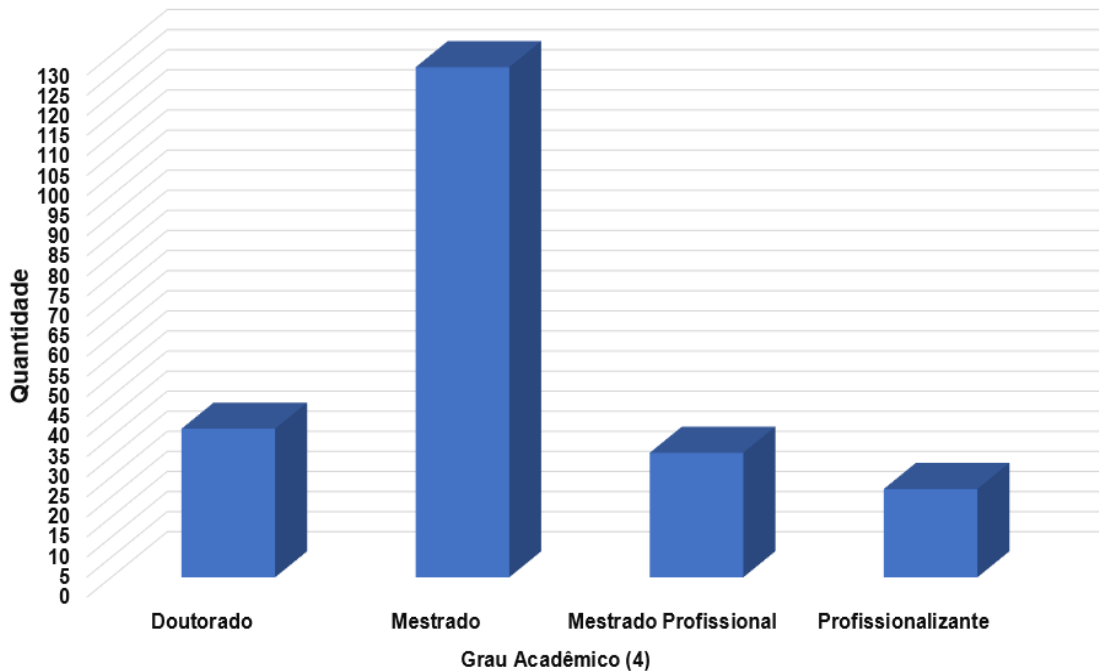


Fonte: Catálogo de Teses e Dissertações, 2022.

Através de uma simples análise de gráfica, fica claro que no intervalo de tempo entre 2007 até 2011 foram produzidos muitos trabalhos que se dedicaram ao estudo do conceito de função nas mais diversas áreas do conhecimento, porém, de 2012 até 2021 observa-se a diminuição de trabalhos produzidos sobre o tema.

Em outro momento, foram investigados os tipos de trabalhos, para compreender a situação dos graus acadêmicos e tipos das produções, assim foi aplicado o filtro “tipo”, onde havia as opções de Doutorado, Mestrado, Mestrado Profissional, Profissionalizante. No Gráfico da Figura 17, encontra-se a representação do quantitativo em cada grau acadêmico, e nele percebe-se que a maioria dos trabalhos são dissertações de mestrado, em torno de 130 dos 225.

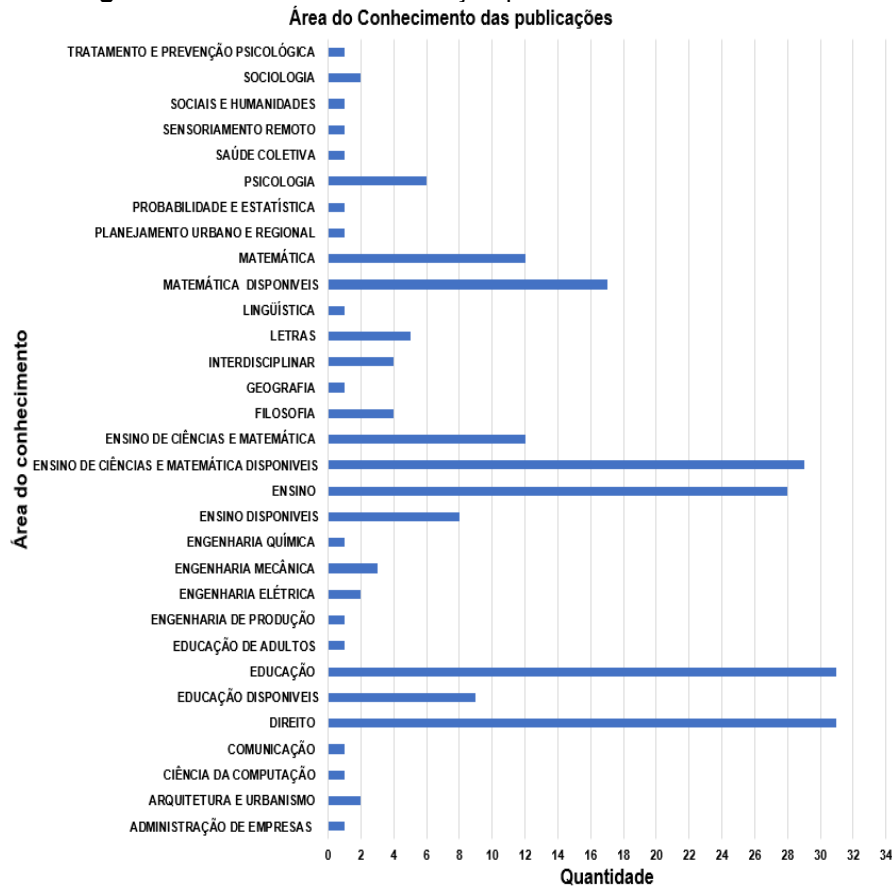
Figura 17: Quantitativo do Grau Acadêmico.
Grau Acadêmico das publicações



Fonte: Catálogo de Teses e Dissertações, 2022.

Outro filtro aplicado foi de “Área do Conhecimento”, com 31 (trinta e uma) subdivisões do conhecimento, no entanto, observa-se que há algumas repetições em Ensino, Ensino de Ciência e Matemática e Educação, isso ocorre devido haver alguns trabalhos serem anteriores a plataforma.

No Gráfico da Figura 18 são apresentadas as produções por área do conhecimento.

Figura 18: Trabalhos sobre Função por Área do conhecimento.

Fonte: Catálogo de Teses e Dissertações, 2022.

Dessa forma, mediante o apresentado na Figura 18, percebe-se que há um volume considerável de trabalhos que discutem a temática, e que a área da educação e do direito são as mais representativas. Porém, ao aplicar o filtro para Área do Conhecimento em Ensino, Ensino de Ciência e Matemática, esse total é de 77 (setenta e sete) trabalhos, mas, buscar o registro desses trabalhos nas áreas aparecem apenas 37 (trinta e sete) publicações disponíveis voltadas para o ensino, e dentro dos disponíveis há 9 (nove) trabalhos que não tem divulgação autorizada. Logo, restam apenas 28 (vinte e oito). Dessa maneira, do total de 77 trabalhos encontrados para a área de ensino, 40 (quarenta) são anteriores à plataforma Sucupira.

Sendo assim, foi necessário buscar um recorte mais próximo da temática, esses 28 (vinte e oito) trabalhos foram subdivididos em categorias como: metodologia e uso de tecnologia, visto que o presente trabalho é voltado para uso das TDICs no Ensino Médio, resultando em 10 (dez) publicações registradas de 2013 a 2019. Sendo assim, a análise dos estudos antecedentes tem intuito realizar uma análise com trabalhos que investigaram o Ensino Médio, buscando expor o conceito de função

trabalhados pelos autores, e como as TDICs facilitaram ou não, o ensino e a aprendizagem do conceito de função. No Quadro 1 expõe-se a organização dos trabalhos selecionados para análise.

Quadro 1: Trabalhos selecionados

ANO	TÍTULO	AUTOR	MODALIDADE	DISPONÍVEL	ETAPA DE ENSINO
2021	Aprendizagem do conceito de função por meio de situações didáticas com microcontroladores digitais	Ivan Hipolito Fonseca Cabral	Mestrado	Sim	Ensino Fundamental
2019	Objetos Dinâmicos de Aprendizagem para Exploração do Conceito de Função na Perspectiva da Covariação	Jeferson Moizes Lima	Mestrado	Sim	Ensino Médio
2019	(Re)Construção do Conceito de Função por meio de Noções Essenciais Exploradas com Tecnologias Digitais	Vinicius da Cunha Luz	Mestrado	Sim	Ensino Médio
2019	Práticas culturais (re)constituídas quando aulas de Matemática são mediadas pela Internet em um ambiente híbrido	Ana Paula Rodrigues Magalhães de Barros	Doutorado	Sim	Ensino Médio
2017	Objeto de Aprendizagem para o Estudo do Conceito de Função e seu Comportamento com Modelos Matemáticos no Ensino Médio e na Educação Profissional Técnica	Aloísio Moisés Dauanny Júnior	Mestrado	Sim	Ensino Médio
2016	Introdução ao Conceito de Função: uma Proposta com o <i>Software</i> Simcalc no Ensino Fundamental	Robson dos Santos Ferreira	Doutorado	Sim	Ensino Fundamental
2015	A Resolução de Problemas e o Estudo de Gráficos: uma Proposta para a Construção do Conceito de Função Com Auxílio das Tic	Mariana Lopes Dal Ri	Mestrado	Sim	Ensino Médio
2014	Construção do Conceito de Função Matemática: Um Estudo Colaborativo sobre Concepção e uso do Aplicativo Móvel Funcionalidade	Hugo Jose Nascimento	Mestrado	Não	Ensino Médio
2013	A Metodologia da Resolução de Problemas e o Aplicativo Winplot Para a Construção do Conceito de Função por Alunos do Ensino Médio	Noelli Ferreira dos Santos	Mestrado	Sim	Ensino Médio
2013	O Conceito de Função: A Utilização do <i>Software</i> Simcalc e as Narrativas Apresentadas por Alunos de Licenciatura em Matemática	Júlio César Pereira	Mestrado	Sim	Ensino superior-graduação

Fonte: Elaborado pelo autor, 2022.

A análise das produções de 2013 a 2019 será realizada nos trabalhos direcionados ao Ensino Médio e que estejam disponíveis para análise na plataforma onde ocorreu a pesquisa do estado do conhecimento. Logo, as produções dos autores: Pereira (2013); Ferreira (2016) e Cabral (2021) não serão incluídas dentro do conjunto dos trabalhos que passarão por reflexão e síntese por não se dirigirem ao Ensino Médio, e o de Nascimento (2014) por não estar disponível na plataforma. Assim, restam apenas 6 (seis) trabalhos que estão para análise, sendo 5 (cinco) dissertações de mestrado: Lima (2019); Luz (2019); Júnior (2017); Dal Ri (2015) e Santos (2013) e uma tese de doutorado: Barros (2019).

4.2 CONCEITO DE FUNÇÃO NO ENSINO MÉDIO COM USO DE TECNOLOGIAS DIGITAIS NA PRODUÇÃO ACADÊMICA DO BRASIL 2013 A 2019

Inicialmente, foi analisado o trabalho: **Objetos Dinâmicos de Aprendizagem para Exploração do Conceito de Função na Perspectiva da Covariação**, Lima (2019). É um trabalho de dissertação de mestrado apresentado ao Curso de Pós-Graduação em Ensino de Ciências, Matemática e Tecnologias, da Universidade do Estado de Santa Catarina, Centro de Ciências Tecnológicas – CCT.

Lima (2019) em seu resumo expõe que, a “[...] pesquisa se propõe a responder à seguinte questão: de que forma objetos de aprendizagem, no *GeoGebra*, possibilitam explorar o conceito de função na perspectiva da covariação?”. Assim, é perceptível que o intuito do autor é explorar como o *GeoGebra* pode contribuir para o ensino do conceito de função, visto que ele em sua obra trata o conceito de função a partir do que afirma Sierpinska (1992) que informa: “pelo menos desde o início do século XX, o conceito de função foi considerado como um dos fundamentais conceitos de matemática. Os diferentes modos de pensar sobre os significados de função continuam a evoluir” (LIMA, 2019), traz, dessa maneira, argumentos teóricos que justificam a realização de seu trabalho. Ele exhibe diversos conceitos dados por autores para função, como, por exemplo:

Dante (2011) propõe a definição de função através da relação entre conjuntos e por fórmulas algébricas, levando o leitor a entender que cada número real x se associa a um único valor de y . Dante (2011, p.75) apresenta o seguinte conceito: “Dados dois conjuntos não vazios A e B , uma função de A em B é uma regra que indica como associar cada elemento $x \in A$ a um único elemento $y \in B$ ” (LIMA, 2019, p.23).

A definição que Souza (2013, p.54) propõe é a seguinte: Sejam os conjuntos A e B não vazios, uma relação f de A em B é uma função quando associa a cada elemento x, pertencente ao conjunto A, um único elemento y, pertencente a B. Essa função pode ser indicada por: $f: A \rightarrow B$ (lê-se f de A em B). O conjunto A é denominado domínio (D(f)) e o conjunto B, contradomínio (CD(f)) da função f. Cada elemento de y de B que possui correspondente x em A é chamado imagem de x pela função f. O conjunto formado por todas as imagens é denominado imagem da função (Im(f)) (LIMA, 2019, p.24).

Essas são algumas definições apresentadas por Lima (2019) que contribuem para esclarecimentos sobre o conceito de função em seu trabalho. Observa-se que, os conceitos apresentados por ele integram uma linguagem matemática rigorosa, pois trazem à relação de conjuntos e variáveis, que durante a formação no Ensino Médio já são apresentadas para os estudantes. Neste sentido, o autor discute uma proposta de ensino para o estudo do conceito de função através de tecnologias.

Para fundamentar a importância do uso de *software* no ensino do conceito de função nos capítulos 1, 2 e 3 de sua dissertação Lima (2019) afirma que,

A tecnologia do GeoGebra, software de matemática dinâmica que pode ser utilizado para ensinar matemática, em particular no ensino do conceito de função, oportuniza, além de uma fácil visualização em seus objetos de aprendizagem, o acesso ao GeoGebra, em um dispositivo eletrônico que permite ao aluno estar conectado, on-line ou off-line, na palma da mão. Além disso, é um recurso móvel que oferece ao estudante, como afirmam Almeida e Araújo Jr. (2013, p. 26), “funcionalidades que antes somente eram possíveis a computadores de mesa” (LIMA, 2019, p.18, cap. 1).

A tecnologia do GeoGebra poderá ser utilizada no processo de ensino aprendizagem do conceito de função. Esse processo, no ambiente lápis e papel, seria limitado. No entanto, com a utilização desse software, o qual permite, em um ambiente dinâmico e interativo, novas maneiras para os alunos se expressarem, visualizarem, calcularem e interagirem com objetos matemáticos, poderá ser facilitado (LIMA, 2019, p.26, cap. 2).

Entre as pesquisas referidas, destacam-se os trabalhos de Rocha (2010), Siple (2016), Lemke (2017) e Silveira (2017), que sugerem o uso do GeoGebra como software de geometria dinâmica, no ensino de matemática, em especial no ensino Funções e Cálculo, confirmando que tal ferramenta é um meio para visualização e simulação de objetos matemáticos (LIMA, 2019, p.43, cap. 3).

Dessa forma, fica claro que para Lima (2019) o *software* tem papel fundamental na construção do conceito, além disso, expõe de forma objetiva o uso da tecnologia em sua proposta de ensino, sobre a qual informa a capacidade do programa oferecer gráficos dinâmicos, além de uma visualização adequada das representações gráficas de funções.

O segundo o trabalho analisado tem é intitulado de: **(Re)construção do conceito de função por meio de noções essenciais exploradas com tecnologias digitais**, Luz (2019), como dissertação de mestrado defendida na Universidade Federal do Rio de Janeiro (UFRJ). Esta dissertação traz como objetivo “identificar a construção do conceito de função em uma prática docente que valoriza o diálogo, a argumentação e a escrita, em uma reflexão investigativa com atividades criadas com o *software* GeoGebra”. A partir dessa proposta o autor define alguns objetivos específicos para sua pesquisa, dentre os quais estão:

Identificar possíveis contribuições e desafios atrelados ao uso das noções essenciais para (re)construção do conceito de função; Analisar contribuições e obstáculos proporcionados pelo uso do GeoGebra – como plataforma das atividades – no reconhecimento das noções essenciais por parte dos licenciando (LUZ, 2019, p.71).

Diante disso, o autor trata do conceito de funções utilizando-se de três visões distintas: a histórica, a epistemológica e a didática. A partir daí, Luz (2019) apresenta a definição/conceito de função trazida por diversos autores desde as primeiras definições, como por exemplo, a definição de Euler citada por Kline (1990) que define função como sendo “uma quantidade variável é uma expressão analítica composta de um modo qualquer a partir da quantidade variável e de números ou de quantidades constantes” (KLINE,1990, p. 73 *apud* LUZ, 2019, p. 22).

Apesar dos diversos conceitos mencionados por Luz (2019), entra como destaque o trabalho realizado por Tinoco e colaboradores (2002) que fala sobre quatro noções essenciais para o ensino do conceito de função (variável, dependência, regularidade e generalização). De acordo com Luz (2019), essas quatro dimensões trazem ideias fundamentais para toda construção do trabalho desenvolvido por ele, “inclusive na escolha das atividades que foram utilizadas” (LUZ, 2019, p.56).

Baseando-se nisso, Luz (2019) desenvolve sua aplicação para o trabalho de (re)construção do conceito de função, fazendo uso das TDIC, adaptando a proposta de Tinoco e Colaboradores (2002) de “estática” para “dinâmica”, como afirma Luz (2019). Para fundamentar o uso da tecnologia em seu trabalho, o autor cita muitos estudiosos dessa área, dentre eles, Santos (2009):

[...] as tecnologias devem proporcionar uma transformação no ambiente escolar, favorecendo a aprendizagem do aluno, uma vez que ele terá possibilidade de ser o construtor do seu próprio conhecimento, tornando-se o centro do processo educacional. Assim, o professor desempenhará o papel

de mediador dessa aprendizagem, possibilitando aos alunos essa construção do conhecimento (SANTOS, 2009, p. 45 apud LUZ, p. 52, 2019).

Dessa forma, Luz (2019) faz o uso do *software GeoGebra*, destacando com suas palavras que a utilização de *softwares* como esse “possibilita ao aluno, dentre tantas coisas, uma visualização e manipulação dinâmica do objeto matemático em tempo real” (LUZ, 2019, p. 13).

Em seguida, foi analisado o trabalho nomeado de: **Práticas culturais (re)constituídas quando aulas de Matemática são mediadas pela Internet em um ambiente híbrido** de Barros (2019), o qual é um trabalho de tese de doutorado, apresentado ao Programa de Pós-Graduação em Educação Matemática do Instituto de Geociências e Ciências Exatas da Universidade Estadual Paulista “Júlio de Mesquita Filho”, campus de Rio Claro.

Barros (2019) ao trabalhar o conceito de função em seu texto não traz apenas uma definição de função, mas sim uma evolução do conceito no tempo com apoio em diversos autores, no capítulo 1, lê-se,

[...] Em 1673 o conceito de Função foi introduzido por Leibniz para designar variáveis geométricas associadas a uma dada curva, posteriormente, no século XVIII, ficou menos dependente da curva e passou a significar a dependência de uma variável em termos de outras, expressa por uma fórmula (ÁVILA, 2001 *apud* BARROS, 2019, p.38). Segundo Ponte (1990), no século XX, a partir do desenvolvimento da teoria de conjuntos iniciada por Cantor, a noção de função foi ampliada, passando então a incluir tudo o que se tratasse de correspondências arbitrárias entre conjuntos numéricos e outros conjuntos (PONTE, 1990 *apud* BARROS, 2019, p.38).

Assim, Barros (2019) mostra como o conceito de função foi sendo sistematizado e utilizado pelos autores em seus trabalhos, desde Leibniz com as variáveis geométricas até Cantor, na Teoria dos conjuntos.

Para o ensino do conceito de função através das tecnologias, a aplicação pela autora, utilizou dois *softwares*: o *GeoGebra* e *Wolfram Alpha*, neste sentido Barros (2019) informa que,

[...] O exercício foi adaptado do caderno do professor de Matemática e os alunos poderiam utilizar o *software Wolfram Alpha* para a construção e análise do gráfico. Devido a tantas emergências, sentimos a necessidade de avançar com atividades que propiciassem o estudo de Funções. Dessa forma, com essa atividade os alunos poderiam refletir sobre o domínio da função e nas aulas seguintes poderíamos avançar sobre o conceito de Função (BARROS, 2019, p.38).

Dessa maneira, nesta situação didática na qual foi utilizado o *Wolfram Alpha*, Barros (2019) indica que a utilização foi para a construção e análise das representações gráficas, além disso, para que os alunos reflitam sobre o domínio de uma função.

Quanto ao trabalho realizado por Dauanny Júnior (2017), como dissertação de mestrado para o Programa de Pós-Graduação em Ensino de Ciências e Matemática da Pontifícia Universidade Católica de Minas Gerais, denominado: **Objeto de Aprendizagem para o Estudo do Conceito de Função e seu Comportamento com Modelos Matemáticos no Ensino Médio e na Educação Profissional Técnica**, destaca-se o objetivo geral, qual seja:

[...] Construir um Objeto de Aprendizagem virtual para o estudo do conceito de função e seu comportamento com modelos matemáticos, no ensino médio e na educação profissional técnica, que auxilie na atuação didática do professor de Matemática e na construção de conceitos matemáticos pelo aluno de forma mais significativa (DAUANNY JÚNIOR, 2017, não paginado).

Sendo assim, para o cumprimento desse objetivo Dauanny Júnior (2017) traça objetivos específicos, dentre os quais:

I. Identificar abordagens metodológicas que podem ser utilizadas no estudo do comportamento das funções; II. Identificar o tratamento dado ao conteúdo de funções em três livros didáticos; III. Construir uma sequência didática na construção das atividades do Objeto de Aprendizagem; IV. Criar atividades de função, seus gráficos e aplicações na área profissional técnica, que serão utilizadas no Objeto de Aprendizagem; V. Identificar softwares que podem ser utilizados na elaboração do Objeto de Aprendizagem (DAUANNY JÚNIOR, 2017, não paginado).

Diante disso, Dauanny Júnior (2017, não paginado) trabalha com a definição do conceito de função trazendo vários autores como exemplo: pode-se mencionar a definição de Stewart (2014, p.10), “[...] uma função é uma lei que associa a cada elemento x em um conjunto D , exatamente um elemento, chamado $f(x)$, em um conjunto E ”.

Para fundamentar o uso da tecnologia, Dauanny Júnior (2017), menciona alguns estudiosos, dentre eles, o escritor José Manoel Moram e citando mostra: “[...] existem ambientes virtuais fáceis de serem utilizados” nos quais “os alunos podem ser protagonistas de seus processos de aprendizagem, e que facilitam a aprendizagem horizontal, isto é, dos alunos entre si, das pessoas em redes de interesse, etc.” (MORAM, 2013 *apud* DAUANNY JÚNIOR, 2017). Além disso, para Dauanny Júnior (2017)

[...] Utilizando as tecnologias atuais e de maneira adequada, a escola pode se superar, transformando-se em vários espaços ricos de aprendizagens, tanto presencial como digital, de maneira a motivar os alunos a aprenderem ativamente, a pesquisarem, a serem proativos, a saberem tomar iniciativas e decisões e também a interagirem (DAUANNY JÚNIOR, 2017, não paginado).

Mediante a isso, ele desenvolve seu produto utilizando os *softwares* *GeoGebra* – “utilizado para criar telas dinâmicas, que proporcionaram condições de o aluno interpretar e assimilar melhor os conceitos, pois permitiu a ele a experimentação, a simulação e a investigação” (DAUANNY JÚNIOR, 2017, não paginado), e *Exelearning* – “utilizado para agregar às telas a dinâmica do GeoGebra, alguns simuladores do site: <https://phet.colorado.edu>, calculadora virtual e a parte textual das atividades elaboradas” (DAUANNY JÚNIOR, 2017). Dessa maneira, ele forma “o Objeto de Aprendizagem com um acabamento mais adequado para a utilização dos alunos” (DAUANNY JÚNIOR, 2017).

Outro trabalho analisado é o intitulado de: **A Resolução de Problemas e o Estudo de Gráficos: uma proposta para a construção do conceito de função com auxílio das TIC**, de Dal Ri (2015), sendo este uma dissertação apresentada ao Curso de Mestrado Profissionalizante em Ensino de Física e de Matemática do Centro Universitário Franciscano de Santa Maria. Logo em seu primeiro capítulo, Dal Ri (2015) afirma que seu propósito é “[...]investigar quais as contribuições da metodologia de EAA de matemática através da RP, o estudo de Gráficos e uso das TIC, para a introdução do conceito de função”. Desse modo, seu estudo objetiva a aplicações de TDIC para o ensino do conceito de função a partir da resolução de problemas.

Para iniciar a apresentação do conceito de função, a autora traz um apanhado histórico sobre o desenvolvimento do conceito de função. De acordo com Dal Ri (2015), em seu capítulo 2,

A origem do conceito de função se fez presente a partir do momento em que filósofos e cientistas tentavam compreender a realidade e encontrar métodos que permitissem estudar e descrever os fenômenos naturais. O conceito de função aparece de forma explícita a partir do século XVIII, mas ele surge muito antes disso, de forma implícita, através de interpretações e representações da realidade (DAL RI, 2015, p.22).

Em sua revisão bibliográfica para conceituação de função a autora apresenta diversas definições, desde as mais antigas já propostas até as atuais que estão

presentes nos livros didáticos. Uma das que são apresentadas por Dal Ri (2015) em seu capítulo 2 é a de Lejeune Dirichlet (1805-1859), a qual expõe o conceito como:

[...] Uma *variável* é um símbolo que representa um qualquer dos elementos de um conjunto de números; se duas variáveis x e y estão relacionadas de maneira que, sempre que se atribui um valor a x , corresponde automaticamente, por alguma lei ou regra, um valor a y , então se diz que y é uma *função* (unívoca) de x . A variável x , à qual se atribuem valores à vontade, é chamada *variável independente* e a variável y , cujos valores dependem dos valores de x , é chamada *variável dependente*. Os valores possíveis que x pode assumir constituem o *campo de definição* da função e os valores assumidos por y constituem o *campo de valores* da função (EVES, 2004, p.661 apud DAL RI, 2015, p.25).

Essa definição para o conceito de função é uma das primeiras já formuladas, logo, sua linguagem é bem mais complexa, porém, Dal Ri (2015) trouxe uma conceituação utilizada na atualidade nas escolas de ensino básico com foco no Ensino Médio, a qual se reporta a Paiva (2005) trata-se de uma “[...] Relação entre duas grandezas de modo que a **cada valor** de uma se associa **um único valor** da outra”. Percebe-se que, a autora apresenta diversas maneiras de definir uma função, além disso, mostra o desenvolvimento histórico do conceito apoiando-se em vários teóricos.

Para fundamentar a utilização das planilhas eletrônicas (*Excel*) no ensino do conceito de função, em sua proposta Dal Ri (2015) afirma que,

[...] Na álgebra, também, deve-se conceber a habilidade algébrica básica como algo que ultrapassa a pura manipulação de símbolos. Assim, são de importância primordial: a compreensão de conceitos como o de variável e o de função; a representação de fenômenos na forma algébrica e na forma gráfica; a destreza na apresentação e interpretação de dados, avaliação e aproximação, predição e na formulação e resolução de problemas. É de esperar que o novo básico de álgebra inclua também a manipulação e interpretação de planilhas eletrônicas [...] (HOUSE, 1995, p. 5 apud DAL RI, 2015, p.55).

Com o uso de planilhas eletrônicas, o trabalho acerca dessa questão foi mais dinâmico, porque alguns grupos conheciam bem o software e partiram da construção de uma tabela com os valores correspondentes, os quais já haviam encontrado anteriormente, com uso de lápis e papel. A partir daí, os alunos escolheram um gráfico que melhor representasse a situação (DAL RI, 2015, p.108).

Com essa dinâmica de trabalho, os estudantes envolvidos puderam observar a aplicação da matemática em fenômenos físicos e relacionar variáveis como tempo, espaço, velocidade e consumo através da construção de gráficos, com ajuda do Excel. Essa construção favoreceu a compreensão do conceito de função a partir da percepção da relação existente entre essas variáveis (DAL RI, 2015, p.126).

Entende-se, portanto, que para Dal Ri (2015) o *Excel* é um programa bastante popular no meio tecnológico e é bastante utilizado, seja em ambientes de trabalho ou no meio educacional, pois, quando bem empregado no contexto escolar contribui de forma significativa para a melhoria da qualidade do ensino-aprendizagem, proporcionando um ensino criativo e dinâmico, no qual o aluno possa ser um agente de sua própria aprendizagem, conforme já discutiram Macedo e Silva (2016).

O trabalho: **A metodologia da resolução de problemas e o aplicativo winplot para a construção do conceito de função por alunos do ensino médio**, Santos (2013), como dissertação de mestrado para o Curso de Mestrado Profissionalizante em Ensino de Física e de Matemática do Centro Universitário Franciscano de Santa Maria, evidencia como objetivo geral “Investigar a contribuição da metodologia a partir de resolução de problemas aliada ao uso do aplicativo Winplot para a construção do conceito de função por alunos do ensino médio” (SANTOS, 2013, p.48,). A vista disso, define como objetivos específicos:

[...] Verificar por meio da metodologia de resolução de problemas e do aplicativo Winplot de que forma mais efetiva as atividades contribuem para a construção do conceito de função. Analisar, a partir dos resultados obtidos, quais foram as principais dificuldades apresentadas pelos alunos na construção do conceito de função (SANTOS, 2013, p.48).

Dessa maneira, Santos (2013) em seu trabalho, destaca para construção do conceito de função a definição dada por Lima (1996, p. 43):

Dados dois conjuntos X, Y , uma função $f: X \rightarrow Y$ (lê-se “uma função de X em Y ”) é uma regra (ou conjuntos de instruções) que diz como associar a cada elemento x em X em um único elemento $y = f(x)$ em Y . O conjunto X chama-se o domínio e Y o contradomínio da função f . Para cada $x \in X$, o elemento $f(x)$ em Y chama-se a imagem de x pela função f , ou o valor assumido pela função f no ponto $x \in X$. Escreve-se $x \rightarrow f(x)$ para indicar que f transforma (ou leva) x em $f(x)$. Exemplos particulares simples de funções são a função identidade $f: X \rightarrow X$, definida por $f(x) = x$ para todo $x \in X$ e as funções constantes $f: X \rightarrow Y$, onde se toma um elemento $c \in Y$ e se põe $f(x) = c$ para todo $x \in X$.” (SANTOS, 2013, p.16).

A partir dessa definição e do que se refere “as Orientações Curriculares do Ensino Médio (BRASIL, 2006)” citadas pela autora, é pretendido no trabalho escrito por ela desenvolvido, ser uma análise da “contribuição da metodologia resolução de problemas aliada ao uso do aplicativo matemático chamado *Winplot*” (SANTOS, 2013,p.16), pois ela acredita que “segundo os passos da metodologia de Resolução

de Problemas, o aluno poderá ter uma maior compreensão de conceitos matemáticos envolvidos” (SANTOS, 2013, p.16,). Ainda em consonância com a autora, lê-se que,

[...] Esta metodologia aliada ao uso do aplicativo Winplot proporcionará ou não aos alunos a possibilidade de analisar os dados numéricos, e compreender as variações das grandezas envolvidas, entre outras informações e propriedades, possibilitando a apropriação do conceito de função e podendo servir de base para a compreensão das demais funções matemáticas (SANTOS, 2013, p.16).

Em virtude do que foi exposto Santos (2013), entende-se que, o uso de ferramentas tecnológicas e a Resolução de Problemas são importantíssimas para formação do conceito de função, bem como para estimular o desenvolvimento do aluno quanto a compreensão dos conceitos estudados.

4.3 CONSIDERAÇÕES ADICIONAIS

O estudo realizado nesse capítulo teve como finalidade tornar mais evidente o estado do conhecimento sobre a utilização de recursos didáticos tecnológicos para o ensino do conceito de função nos ambientes de ensino, principalmente, na sala de aula de Ensino Médio. Para desenvolver esse estudo, foi feita uma pesquisa na plataforma Sucupira, da CAPES, permitindo a identificação dos trabalhos produzidos no Brasil, com um recorte de análise para o período compreendido de 2013 a 2019. A partir dessa observação, ficou evidenciada a importância de trabalhar com as TDIC para promover a construção do conhecimento usando novas ferramentas metodológicas.

Entretanto, um ponto a se discutir a partir do recorte realizado é a quantidade que se mostrou a partir da aplicação dos filtros e separação por metodologias, visto que para o Ensino Médio foram apenas 6 (seis) trabalhos. Isso torna evidente a necessidade de ampliar e fomentar propostas voltadas para esse público, visto que, como já foi apresentado é uma temática na qual os estudantes apresentam diversas dificuldades, assim, a elaboração de propostas que conduzam ao uso TDIC pode ser um dos caminhos melhorar o ensino de funções.

Entende-se, portanto, que os trabalhos disponíveis na plataforma da CAPES, que foram produzidos pelos programas de mestrados e doutorados cumprem um papel fundamental para o desenvolvimento da educação no Brasil, assim fortalecendo as inovações para a melhoria do ensino, visto que possibilitam a análise e reflexão

por meio de trabalhos já produzidos e que contribuem sobremaneira para novas pesquisas como no caso desse trabalho.

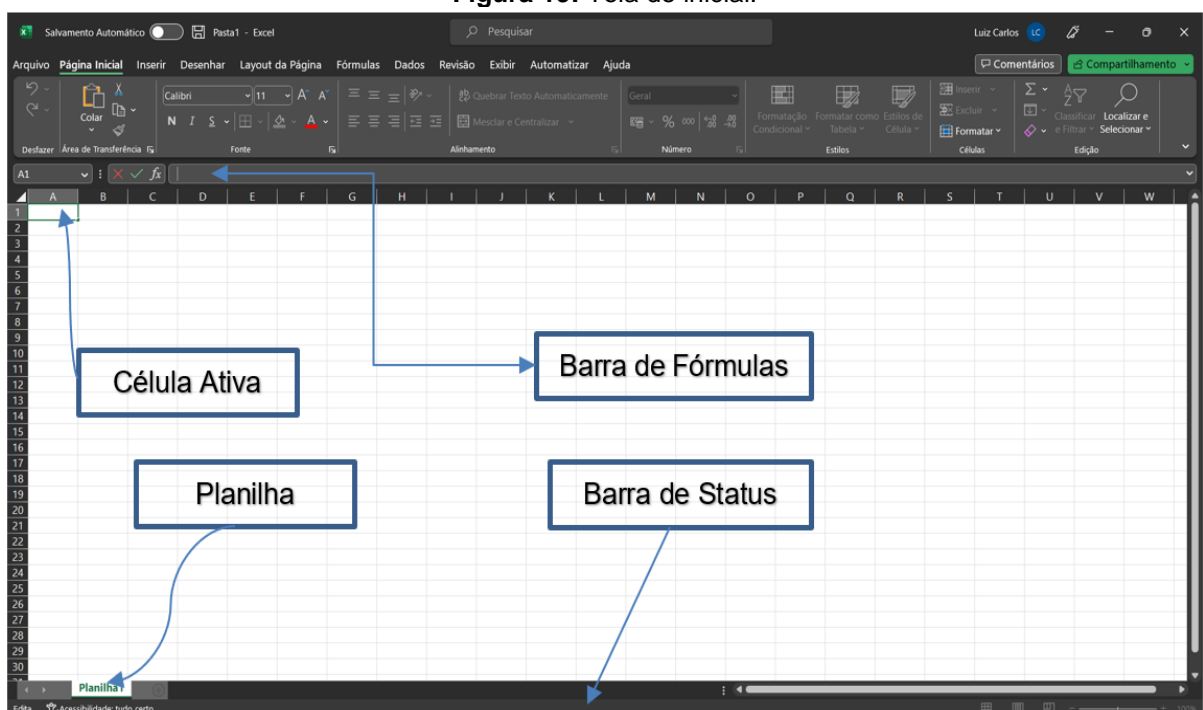
A seguir temos a proposta em forma de uma sequência didática, ela será voltada para o ensino de funções através da tecnologia do *Excel*, que consiste em síntese na construção e análise dos gráficos de funções polinomiais do 1º grau e do 2º grau.

5 PROPOSTA DIDÁTICA PARA O ENSINO DO CONCEITO DE FUNÇÃO COM USO DE TECNOLOGIAS DIGITAIS PARA O ENSINO MÉDIO

A proposta é apresentada em forma de uma sequência didática segmentada em 4 momentos interligados usando a tecnologia de planilhas *Excel*, com o intuito de realizar construções de representações gráfico-geométricas das funções polinomiais do 1º e 2º grau, buscando por intermédio de análises gráficas o aperfeiçoamento do conceito de função, além disso, visa-se a compreensão das definições adjacentes dessa noção. A sequência didática deverá ser desenvolvida durante 6 (seis) aulas.

Em vista disso, buscando alcançar os fins propostos, o *Excel* foi a ferramenta tecnológica que atendeu às necessidades da proposta. O *Excel* é um programa computacional de planilha eletrônica ou de cálculos. O *Excel* possibilita a realização de cálculos básicos e lógicos, construção de gráficos estatísticos e cálculos financeiros etc. Sabendo que “Excel é um programa de *software* que permite criar tabelas, calcular e analisar dados. Este tipo de *software* é denominado *software* de folha de cálculo” (APRENDER EXCEL, 2018), desse modo, *Excel (versão 2301)* pode possibilitar aplicações para o ensino de matemática, podendo ser uma ferramenta de ensino e aprendizagem de diversos assuntos. O material exposto em seguida apresenta opções básicas e a tela inicial do programa conforme Figura 19.

Figura 19: Tela de inicial.



Fonte: Acervo do autor, 2022.

5.2 EXCEL PARA O ENSINO DO CONCEITO DE FUNÇÃO

O programa *Excel* tem uma vasta diversificação em sua funcionalidade, assim possibilita sua usabilidade em diversas áreas do conhecimento matemático, além de apresentar uma interface inicial de fácil compreensão, logo, permite que o estudante possa explorá-lo, pois,

[...] A planilha possui uma gama extensa de funções e fórmulas pré-programadas. E as mesmas abrangem áreas como estatística financeira, processamento de texto, matemática, processamento de informações, lógicas, entre outras, o que certamente facilita a utilização desse *software* no ensino fundamental e médio, sem a necessidade de programação ou de utilização de uma sintaxe complexa. Nesse aspecto, reside outra virtude desse aplicativo, que consiste em possuir uma sintaxe simples e de fácil compreensão (BRAGA; VIALI, 2008, p.5-6).

Portanto, o *Excel* é um produto muito plausível para o uso no ensino e aprendizado matemático, visto que fornece uma sintaxe simples. Isso favorece a dinâmica da aula e a interatividade entre estudantes, tendo em vista que ao inserir valores no ambiente de suas planilhas, ele se modifica e traz nova visualização. Além disso, os objetos matemáticos que podem ser representados na tela do computador (fórmulas, tabelas, gráficos, etc.) constituem-se na materialização de ações mentais dos alunos, ao utilizarem os comandos disponíveis no aplicativo. Assim, os alunos poderão se tornar mais autônomos na construção de seus conhecimentos (MORGADO, 2003, p. 23).

Braga *et al* citam Ferreira e Gomes (2007, p.10), ao afirmarem que,

[...] O Excel é uma planilha eletrônica em que a utilização correta pressupõe a compreensão de conceitos matemáticos. O programa é capaz de racionalizar e simplificar as ferramentas fundamentais da planilha, tornando-as mais acessíveis a estudantes e professores (BRAGA; VIALI, 2008, p.6 apud FERREIRA; GOMES 2007, p.10).

Assim, torna-se claro que o *Excel* é um *software* com aplicações pedagógicas, e traz funções que abrem possibilidade de assimilação de conceitos matemáticos que em grande parte deixam os estudantes com dúvidas. Com isso, sabendo que uns dos principais conceitos que ocasionam dificuldades na compreensão dos estudantes é o conceito de função, percebe-se que, de acordo com Braga (2008, p.6) “[...] O *software*

permite a construção gráfica, viabilizando a coordenação das múltiplas representações de uma função e, conseqüentemente, possibilitando a compreensão desse conceito”.

Para Silvano e Oliveira (2018, p.45) o programa *Excel* é um ótimo potencializador para o estudo das funções de primeiro e de segundo grau e seus conceitos. Sendo assim, poderão ser implementadas práticas nesta TDIC para oportunizar aos estudantes a junção de teoria e prática, conseqüentemente um alunado protagonista do processo de assimilação da aprendizagem. Além disso,

[...] Fazer uso do Excel é fazer uso de uma nova estratégia, ferramenta de ensino capaz de tornar os alunos protagonistas do *fazer matemático*, uma vez que os mesmos podem interagir diretamente com o software e se deparar com suas utilidades dentro de tal assunto, e, no caso de funções é possível que percebam o quanto cada detalhe é importante. Afinal, não é apenas um sinal ou um número qualquer é algo que mudará toda a trajetória, e através da construção do gráfico da função isto fica ainda mais evidente (SILVANO; OLIVEIRA, 2018, p.30).

A seguir serão apresentadas a proposta didática e sugeridas atividades para o desenvolvimento dessa.

5.3 A PROPOSTA E SUAS ATIVIDADES SUGERIDAS

a) Tema: O Ensino do Conceito de Função com uso do *Excel* em uma proposta didática para o Ensino Médio.

b) Público-alvo: Alunos do 1º ano do ensino médio.

c) Objetivo Geral:

Realizar construções de representações gráfico-geométricas das funções polinomiais do 1º e 2º grau, buscando por intermédio de análises gráficas o aperfeiçoamento do conceito de função.

d) Objetivos específicos:

1. Alcançar o entendimento de domínio, contradomínio e imagem;
2. Interpretar de maneira crítica os gráficos construídos no *Excel*;
3. Diferenciar variável de incógnita, logo, diferenciar o papel da letra;

4. Distinguir função polinomial de equação;
5. Analisar novos domínios e imagens de uma função;
6. Relacionar os conceitos pré-definidos com a formação do gráfico;
7. Identificar o que constitui uma parábola;
8. Reconhecer os máximos e mínimos;
9. Assimilar o papel da lei de formação de um polinômio.

e) Recursos utilizados para o desenvolvimento da sequência didática:

1. Sala de aula;
2. Apagador;
3. Lápis de quadro branco;
4. Projetor;
5. Laboratório de informática;
6. Computadores;
7. Programa de planilha eletrônica.

f) Duração: Aconselha-se que a sequência tenha sua implantação no decorrer de 6 (seis) aulas de 50 minutos cada.

g) Sequência didática:

1º MOMENTO: (1 aula: 50 minutos)

• **Assunto: Funções e variável**

Inicialmente será realizado uma atividade diagnóstica, buscando compreender as aprendizagens dos estudantes, em relação a noções, como: domínio, contradomínio, imagem e representações gráficas, além disso, para um maior aprofundamento, discutir a relação de dependência de variáveis. Segue uma atividade diagnóstica para avaliar os estudantes previamente.

Atividade diagnóstica

Exercício 1: Dada uma função $f: A \rightarrow B$, com a lei de formação $f(x) = 2x + 3$. Determine o domínio, contradomínio, imagem e sua representação gráfica, quando:

- a) $A = \{0, 1, 2, 3, 4, 5\}$ e $B = \{0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11, 12, 13, 14, 15\}$
- b) $A = [0, 5]$ e $B = [0, 15]$
- c) $A = \mathbb{R}$ e $B = \mathbb{R}$

Exercício 2: Dada uma função $f: A \rightarrow B$, com a lei de formação $f(x) = x^2$. Determine o domínio, contradomínio, imagem e sua representação gráfica, quando:

- a) $A = \{-2, -1, 0, 1, 2\}$ e $B = \{-4, -3, -2, -1, 0, 1, 2, 3, 4\}$

b) $A = [-2, 2]$ e $B = [-4, 4]$

c) $A = \mathbb{R}$ e $B = \mathbb{R}$

2º MOMENTO: (1 aula: 50 minutos)

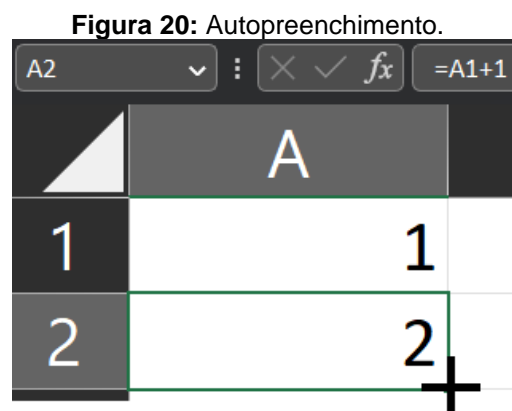
- **Assunto: Funções Básicas do Excel**

Nesta etapa, vamos apresentar o *Excel* para os estudantes, mostrando as diversas aplicações no campo da matemática e suas funções básicas, como: soma, multiplicação, criação de gráficos e fórmula, também é necessário explicar que todas as funções devem ser iniciadas com o sinal de igual (=), seguidos de uma abreviação que mostra a função que virá a ser utilizada. Em seguida temos uma atividade introdutória, para auxiliar nas atividades da proposta.

Atividade de introdução às funções básicas do Excel

Copiar uma fórmula arrastando uma alça de preenchimento

- **Orientação:** Para inserir na primeira coluna valores inteiros de 1 a n, podemos realizar de duas maneiras: digitando cada valor manualmente em cada linha da coluna (digitar na linha A1 o valor 1, A2; 2, A3; 3, ..., An; n) ou utilizando uma fórmula, para isto, devemos inserir na célula **A1** o valor 1; na célula **A2** a expressão “= **A2** + 1”. Agora, para preencher as outras células com a fórmula, devemos utilizar o autopreenchimento. Para isto, temos que ao selecionar a célula **A2**, posicionar o cursor no canto inferior direito para que ela se transforme em um sinal de adição (+), conforme a figura 20 e arrastar a alça do preenchimento até **A11**.





Fonte: Acervo do autor, 2022.

1) Construção de gráfico de dispersão e gráfico de dispersão com Linhas Retas e Marcadores.

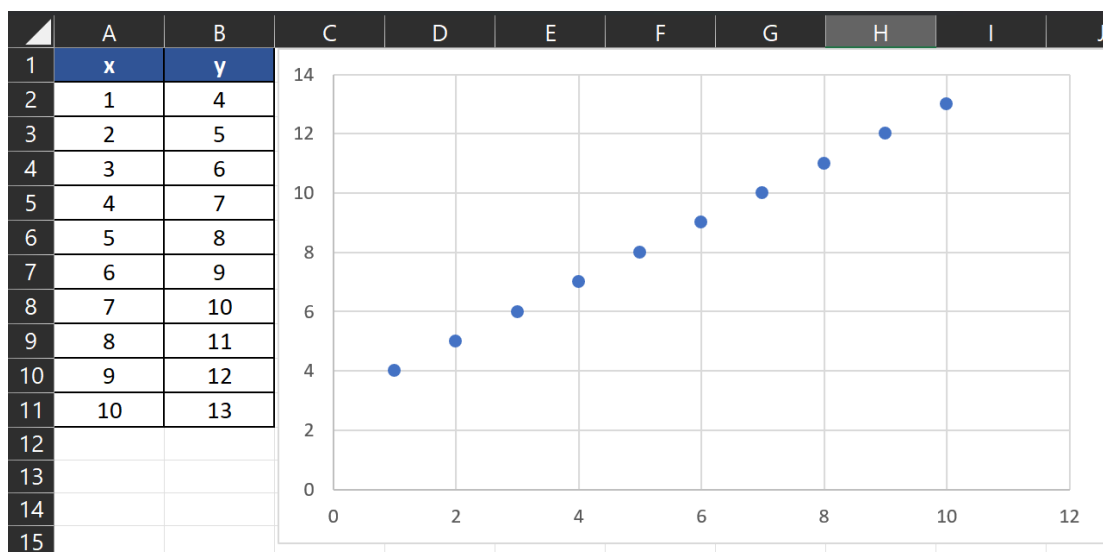
- **Orientação:** Para a elaboração, por exemplo, do gráfico da função expressa por $y = x + 3$, é necessárias duas colunas com valores para x e y , assim, tomaremos a primeira coluna, valores inteiros de 1 a 10 para x . Podemos realizar de duas maneiras: digitando cada valor manualmente em cada linhas da coluna (explicar) ou utilizando uma fórmula, para isto, devemos inserir na célula **A1** o valor x ; na célula **A2** o número 1, e na célula **A3** a expressão “= **A2** + 1”. Realizando o comando autopreenchimento, conforme a instrução anterior, até a célula **A11**.

Tomaremos a segunda coluna os valores da variável y . Para isto, basta inserir na célula **B1** o valor y ; na célula **B2** a expressão “= **A2** + 3”. Agora, para preencher as outras células com a fórmula, devemos utilizar o autopreenchimento, conforme a instrução anterior, até a célula **B11**.

Selecione as colunas **A** e **B** simultaneamente e vá na guia inserir e na faixa de opções selecionar gráfico (Gráfico de Dispersão (X, Y) ou de Bolha) , e, em seguida, selecionar gráfico de dispersão .



Logo em seguida temos a figura 21 que apresenta a construção das orientações anteriores.

Figura 21: Resultados das orientações anteriores.



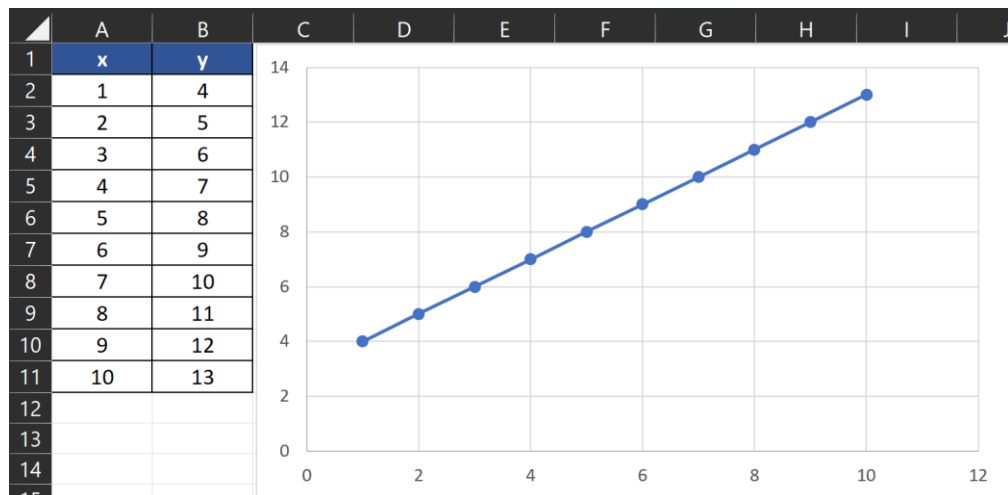
Fonte: Acervo do autor, 2022.

Para realizar a ligação dos pontos, selecione as colunas **A** e **B** simultaneamente e vá na guia inserir e na faixa de opções selecionar gráfico

(Gráfico de Dispersão (X, Y) ou de Bolha)  e, em seguida, selecione inserir gráfico de dispersão com Linhas Retas e Marcadores .

Logo em seguida temos a figura 22 que apresenta a construção das orientações anteriores.

Figura 22: Representação gráfica das orientações anteriores.



Fonte: Acervo do autor, 2022.

3º MOMENTO (2 aulas: 100 minutos)

- **Assunto: Função polinomial do 1º grau**

No terceiro momento, o docente deve utilizar o laboratório de informática com, preferencialmente, cada aluno em um único computador. Se não for possível, pode-se organizar em duplas, mas que possibilite a participação ativa no momento de aprendizagem. Além disso, deve solicitar aos alunos que acessem o programa *Excel*. Em seguida, os estudantes devem realizar a primeira atividade que se encontra em apêndice, referente a Função Polinomial do 1º Grau, com acompanhamento (orientações e comentários) do professor em cada situação proposta.

Situação - Problema: Dada os conjuntos $A = \{0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8\}$ e $B = \mathbb{Z}$, em uma função:

$$f: A \rightarrow B$$

$$x \mapsto f(x) = 10 - 2x$$

I) Utilizando a planilha eletrônica, determine:

a) A representação gráfica dos pontos $(x, f(x))$ e verifique o padrão de disposição dos pontos.

- **Orientação:** Na célula **A1** colocar x , célula **B1** colocar $f(x)$. Numere a coluna **A** de 0 a 5, com o incremento de 1 em 1.

Escreva na célula **B2**, $= 10 - 2 * A2$ e arraste esta célula para baixo ao longo da coluna, até o fim dos valores inseridos na coluna **A**.



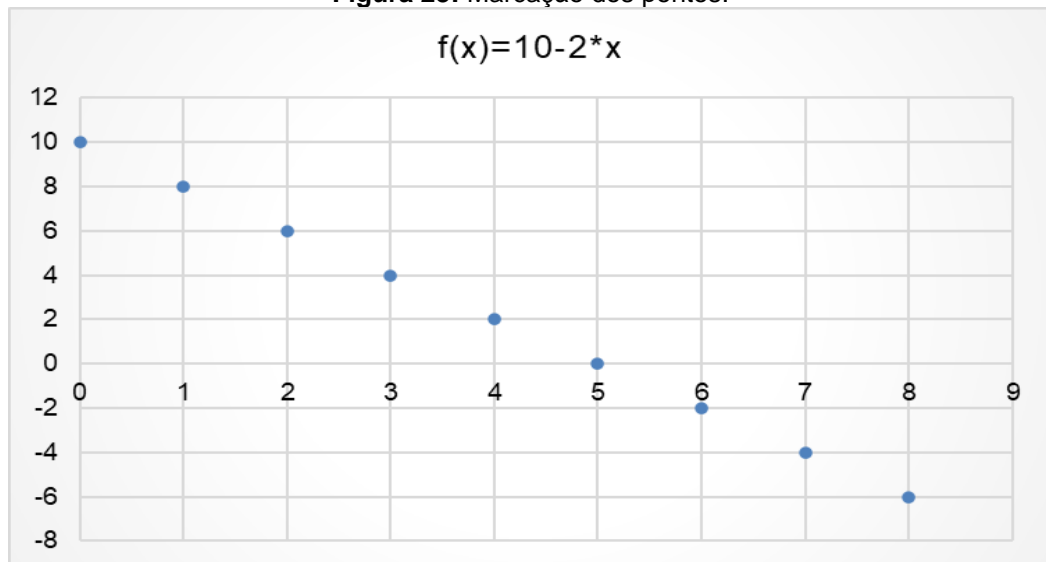
Selecione as colunas **A** e **B** simultaneamente e vá na guia inserir e na faixa de opções selecionar gráfico (Gráfico de Dispersão (X, Y) ou de Bolha) , e, em seguida, selecionar gráfico de dispersão . Conforme o orientado anteriormente temos a figura 20 em seguida.

Figura 23: Marcação dos pontos.



Fonte: Acervo do autor, 2022.

b) O ponto máximo e mínimo da função e seu domínio e imagem?

Instrução ao professor: Inicialmente, o professor deve solicitar aos estudantes que insiram os números do conjunto **A (domínio)** no programa em forma de coluna e que a partir da lei de formação dada montem as imagens que pertencem ao conjunto **B**. Além disso, é necessário a representação gráfica da função para uma melhor análise da situação, com apenas os pontos marcados como é exposto na figura 20, requisite que verifiquem se os pontos estão ou não alinhados. Por fim, deve-se realizar a pergunta anterior (item b), esse questionamento tem por objetivo saber se os discentes sabem dizer máximo e mínimo da função, pois isso indicará se estão compreendendo e interpretando de forma correta o gráfico, outrossim, que informem

o domínio e imagem da função, isso apontará se estão distinguindo de maneira correta cada elemento (domínio e imagem) da função.

II) Se quisermos unir os pontos do gráfico por meio de uma reta precisamos mudar o seu domínio e o contradomínio da função. Utilizando a planilha eletrônica, determine:
a) *A representação gráfica dos pontos $(x, f(x))$ para que os pontos representados estejam interligados por meio de uma reta.*



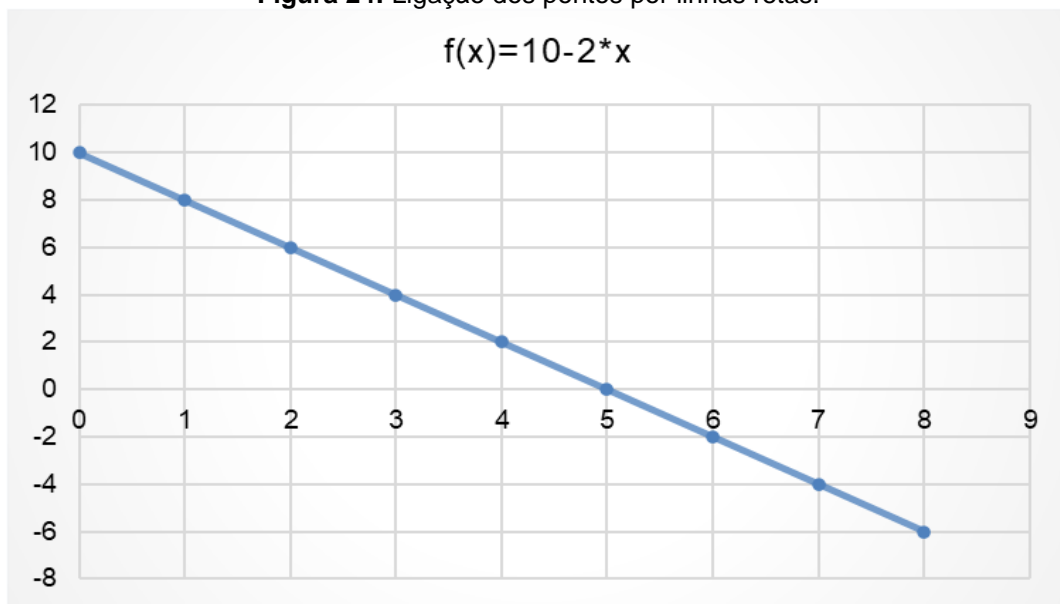
Orientação: Selecione as colunas **A** e **B** simultaneamente e vá na guia inserir e na faixa de opções selecionar gráfico (Gráfico de Dispersão (X, Y) ou de Bolha)  e, em seguida, selecione inserir gráfico de dispersão com Linhas Retas e Marcadores . Mediante as orientações temos a figura 21 abaixo.

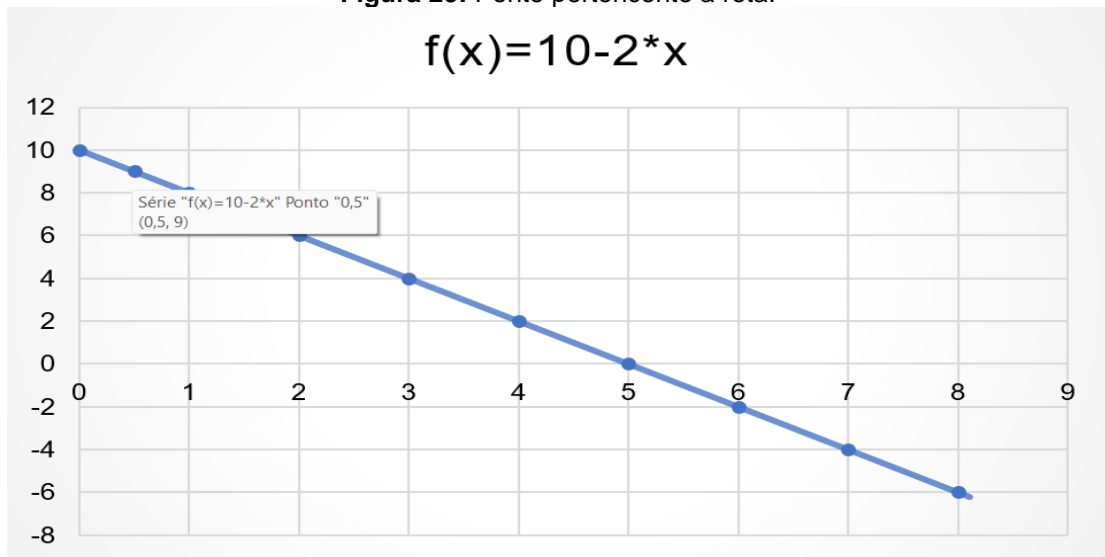
Figura 24: Ligação dos pontos por linhas retas.



Fonte: Acervo do autor.

- b)** Qual o domínio e a imagem dessa nova função?
- c)** Se dado um valor x do domínio, o ponto $(x, f(x))$ pertencerá à reta construída, isto é, se ao atribuirmos um valor de x do domínio (por exemplo 0,5), o ponto formado por x e sua imagem $f(x)$ – ponto $(0,5, f(0,5))$, representará um ponto pertencente a reta determinada pela planilha?

Figura 25: Ponto pertencente a reta.



Fonte: Acervo do autor.

Instrução ao professor: Agora busca-se que o estudante reflita que a partir da ligação dos pontos por segmentos de reta como é apresentado na figura 22, não estamos mais com domínio e contradomínio no conjunto dos números apresentados no início do problema, mas agora que eles podem tomar qualquer número que pertence ao conjunto dos números reais (\mathbb{R}) (a linha produzida do programa é uma representação de uma reta real), visto que os reais têm como subconjuntos os naturais (\mathbb{N}), inteiros (\mathbb{Z}), racionais (\mathbb{Q}) e irracionais (I). Essa construção de correspondência entre conjuntos e entender que após traçarmos a reta o domínio e contradomínio mudam é fundamental para o entendimento do que são funções e quais a suas características.

III) Quais as potencialidades do *Excel* são possíveis perceber na construção do gráfico de uma função polinomial do 1º grau? E quais as limitações?

Instrução ao professor: É importante que o aluno entenda o porquê está utilizando o *software* e suas limitações diante do conteúdo, no caso do *Excel* temos uma limitação que podemos aproveitar como aprendizagem, visto que o programa não consegue representar o infinito e sempre estará limitada por os valores mínimos e máximo dado pelo conjunto. Logo, se o aluno consegue enxergar que essa situação não pode ser representada e que sempre será um gráfico finito, isso pode mostrar que

o discente consegue entender o que é uma reta e a relação de correspondência dado uma lei de formação de uma função polinomial do 1º grau.

4º MOMENTO (2 aulas: 100 minutos)

- **Assunto: Função polinomial do 2º grau**

No quarto momento será trabalho a função polinomial do 2º grau, onde haverá questionamento, solicitações e perguntas semelhantes à situação anterior.

Situação - Problema: Dada os conjuntos $A = \{-2, -1, 0, 1, 2\}$ e $B = \mathbb{Z}$, e uma função

$$f: A \rightarrow B$$

$$x \mapsto f(x) = x^2 + 2$$

I) Utilizando a planilha eletrônica, determine:

a) A representação gráfica dos pontos $(x, f(x))$.

- **Orientação:** Na célula **A1** colocar x , célula **B1** colocar $f(x)$. Numere a coluna **A** de -2 a 2 , com o incremento de 1 em 1.

Escreva na célula **B2**, = **A2*****A2**+2 e arraste esta célula para baixo ao longo da coluna, até o fim dos valores inseridos na coluna **A**.



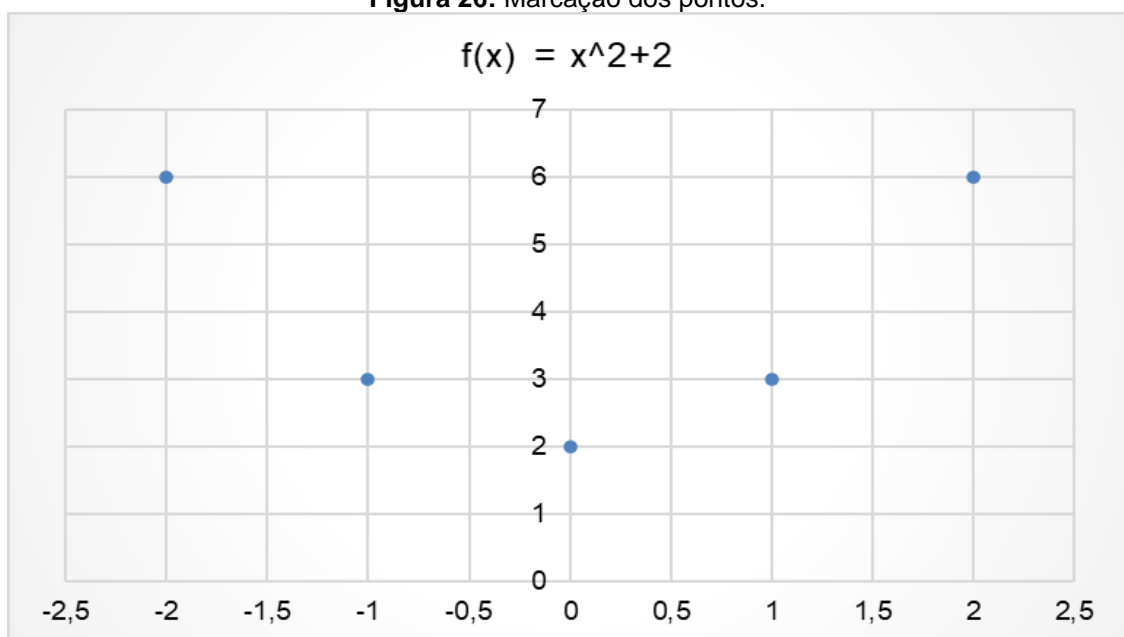
Selecione as colunas **A** e **B** simultaneamente e vá em inserir na aba de gráficos (Gráfico de Dispersão (X, Y) ou de Bolha) , vá em inserir gráfico de dispersão . Observe o gráfico traçado. Em seguida temos a figura corresponde a estas orientações (figura 23).

Figura 26: Marcação dos pontos.



Fonte: Acervo do autor.

b) O ponto máximo ou mínimo da função e seu domínio e imagem?

Instrução ao professor: Referente a construção da figura 23, na função polinomial do 2º grau, devemos nesta situação solicitar aos estudantes que insiram os números do conjunto **A (domínio)** no programa em forma de coluna e que a partir da lei de formação dada montem as imagens que pertencem ao conjunto **B**. Além disso, é necessário a representação gráfica da função para uma melhor análise da situação. Por fim, deve-se realizar a pergunta anterior (item b), esse questionamento tem por objetivo saber se os discentes sabem informar máximo e mínimo da função, pois isso apontará se estão compreendendo e interpretando de forma correta o gráfico, além disso tudo, devem informem o domínio e imagem da função, isso indicará se estão distinguindo de maneira correta cada elemento que compõem uma função.

II) Se quisermos unir os pontos do gráfico por meio de uma reta precisamos mudar o seu domínio e o contradomínio da função. Utilizando a planilha eletrônica, determine:


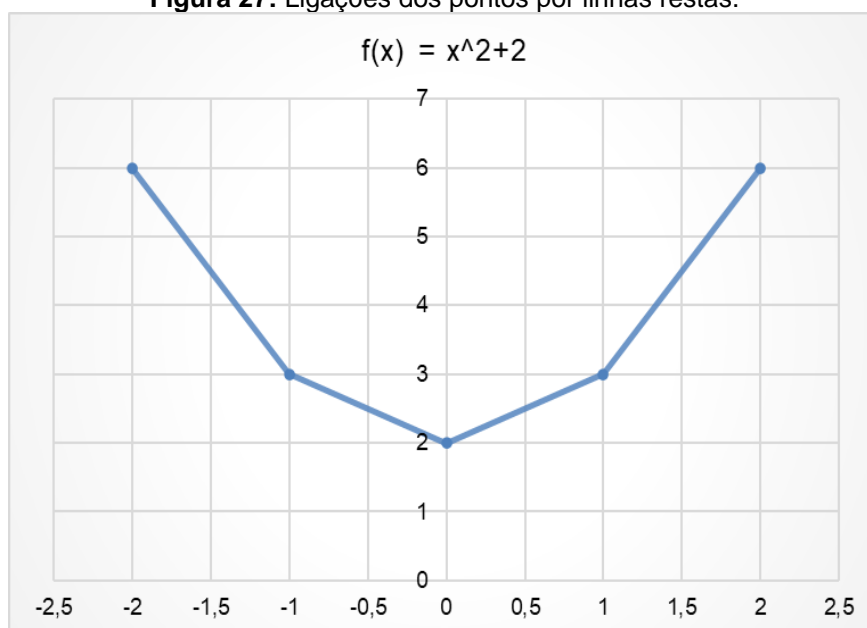
Orientação: A instrução é a mesma da construção do gráfico da função polinomial do 1º grau (inserir gráfico de dispersão com Linhas Retas e Marcadores ) . Abaixo apresenta-se a figura 24 que é referente as orientações anteriores.

Figura 27: Ligações dos pontos por linhas retas.

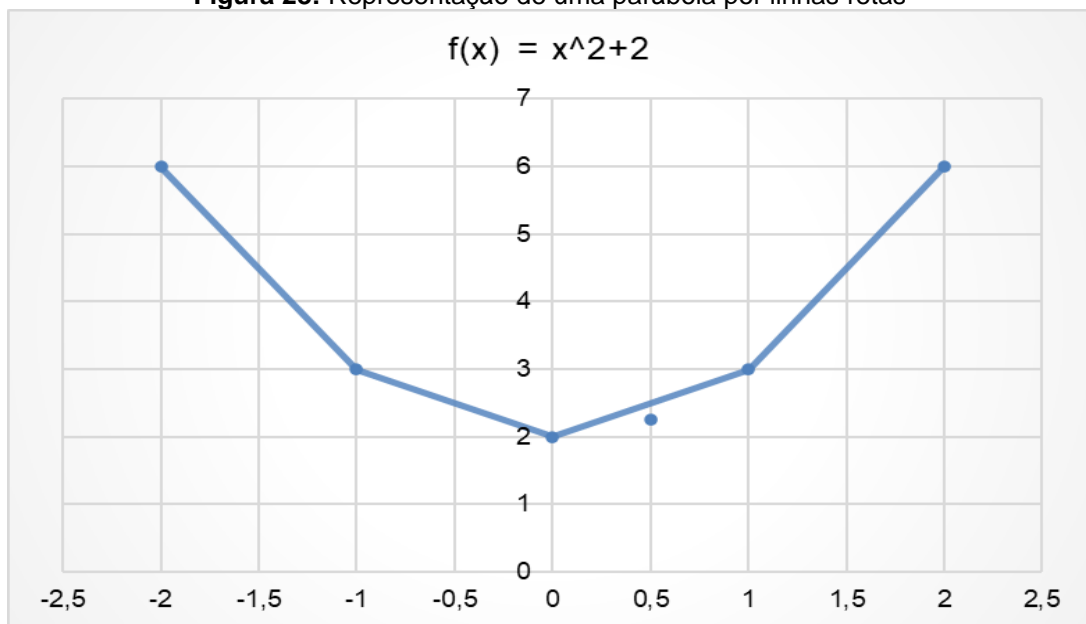


Fonte: Acervo do autor.

a) A representação gráfica dos pontos $(x, f(x))$ para que os pontos representados estejam interligados por meio de um segmento de reta e, também, se esta forma de interligar os pontos por meio de segmentos de retas, seria a forma correta de representar o gráfico da função quando o domínio e o contradomínio forem um subconjunto dos números reais?

b) Se dado um valor x do domínio, o ponto $(x, f(x))$ pertencerá ao gráfico construído com os segmentos de retas interligadas, isto é, se ao atribuirmos um valor de x do domínio (por exemplo 0,5), o ponto formado por x e sua imagem $f(x)$ – ponto $(0,5, f(0,5))$, representará um ponto pertencente ao gráfico com os segmentos de retas interligadas determinada pela planilha?

Figura 28: Representação de uma parábola por linhas retas



Fonte: Acervo do autor.

Instrução ao professor: Agora busca-se que o estudante reflita que a partir da ligação dos pontos por segmentos de reta e inserindo um valor que pertence ao domínio da função, sua representação no gráfico estará equivocada (como mostra a figura 25), pois dado esse valor, sua imagem deve pertencer a representação gráfica, dessa forma, o discente vai começar a compreender que por meio de retas não seria a melhor maneira de representar graficamente a função polinomial do 2º grau.

III) Se quisermos melhorar a representação gráfica da função polinomial do 2º grau precisamos ter mais pontos representados no gráfico. Para isto, considere o conjunto $A = [-2, 2]$ e $B = \mathbb{R}$ e a função f de A em B , dada por $f(x) = x^2 + 2$.

a) Como ficaria a representação gráfica por meio da interligação de pontos se considerarmos os valores de x com incremento de 0,5 em 0,5, isto é, se tomarmos os valores para x igual a $-2; -1,5; -1; -0,5; 0; 0,5; 1; 1,5; 2$.


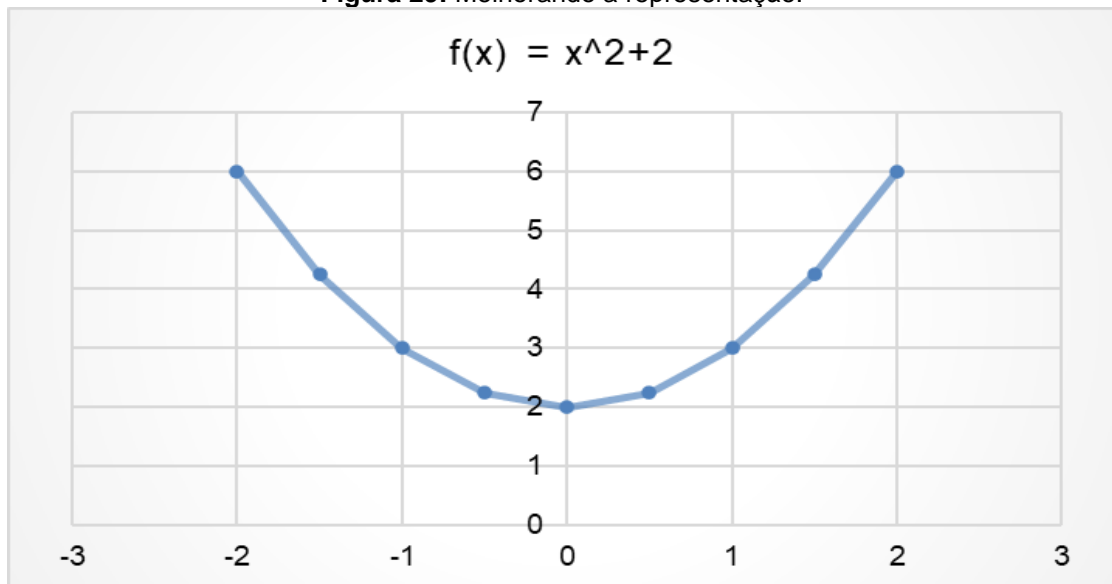
- **Orientação:** A instrução é a mesma utilizando a inserção de gráfico de dispersão com Linhas Retas e Marcadores . Referente a esta orientação temos em seguida a figura 26.

Figura 29: Melhorando a representação.



Fonte: Acervo do autor.

b) Como ficaria a representação gráfica por meio da interligação de pontos se considerarmos os valores de x com incremento de 0,1 em 0,1, isto é, se tomarmos os valores para x igual a $-2; -1,9; -1,8; -1,7; \dots; 1,9; 2$.


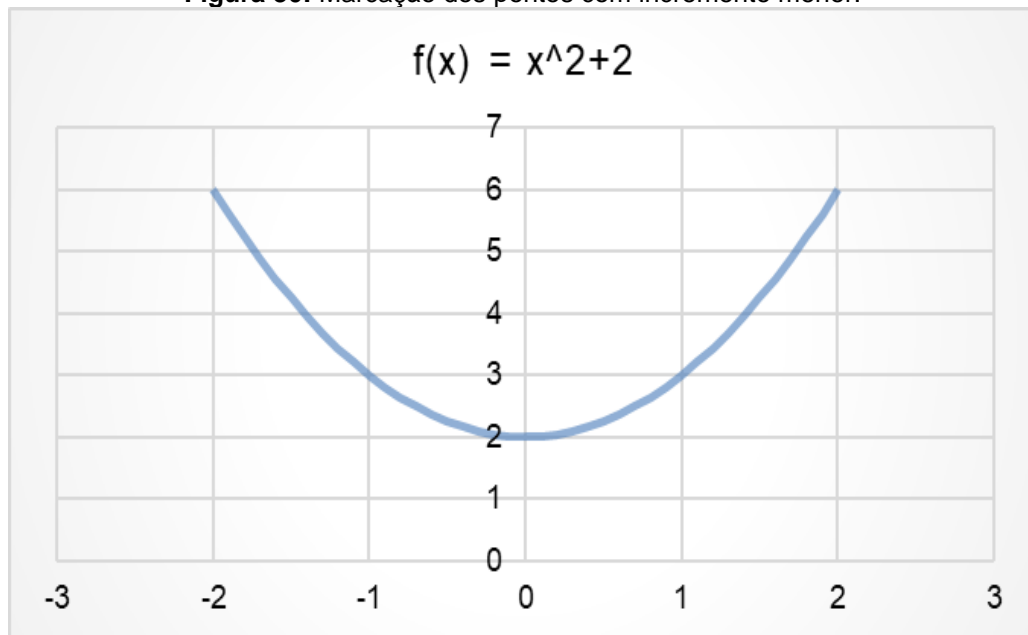
- **Orientação:** A instrução é a mesma utilizando a inserção de gráfico de dispersão com Linhas Retas . Na célula **P1** colocar x , célula **Q1** colocar $f(x)$. Em seguida segue a figura 27 que é referente as orientações anteriores.

Figura 30: Marcação dos pontos com incremento menor.



Fonte: Acervo do autor.

Instrução ao professor: Dando continuidade na atividade, vamos ainda, como mostra a figura 27, insistir em gráficos ligados com segmentos, porém com um incremento de 0,1; isso melhorará o aspecto do gráfico. Além disso, vamos construindo aos poucos o entendimento de como funciona a relação de domínio, contradomínio e imagem, pois cada vez que melhoramos o gráfico, tomando mais pontos, a relação de correspondência entre o valor tomado no domínio e a imagem fornecida pela lei de formação, torna evidente essa relação de dependência, assim compreendendo melhor o que uma função e sua visualização por meio de gráficos.

IV. A representação por meio de interligações de segmentos de retas não seria a melhor forma.

a) Por que a representação gráfica do 2º grau não poderia ser formada por interligações de pontos usando segmentos de retas?


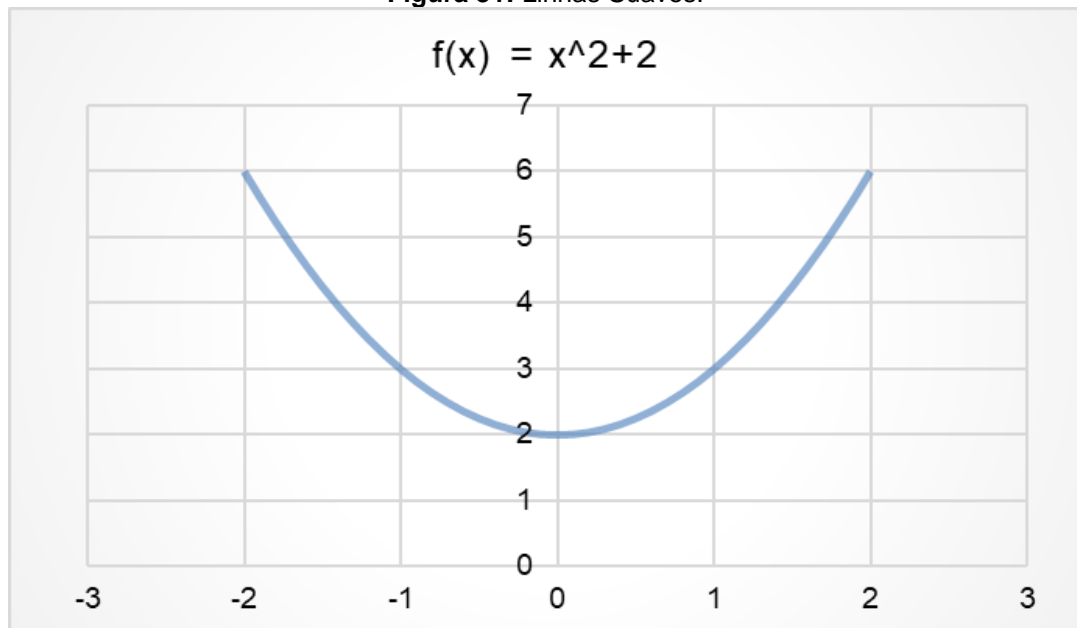
- **Orientação:** Para deixar o gráfico com linhas mais suaves (semelhante a parábola) precisamos utilizar um novo comando, a inserção dispersão com Linhas Suaves . Construa o gráfico da função utilizando este comando.). Abaixo apresenta-se a figura 28 que é referente as orientações anteriores.

Figura 31: Linhas Suaves.



Fonte: Acervo do autor.

Instrução ao professor: Agora na figura 28, introduzimos a melhor maneira de representar uma função polinomial do 2º grau mediante a utilização de curvas, assim deixando claro que para a elaboração de um gráfico desse tipo de função não pode ser utilizado segmentos de retas e sim tomar infinitos pontos formando-se uma curva parabólica. Essa construção passo a passo, com o aluno sendo questionado e envolvido diretamente em todos os caminhos, torna a aprendizagem um processo em que o alunado é o protagonista durante as constatações e laboração dos gráficos.

V. Quais as potencialidades do *Excel* são possíveis perceber na construção do gráfico de uma função polinomial do 2º grau? E quais as limitações?

Instrução ao professor: É importante que o aluno entenda o porquê está utilizando o *software* e suas limitações diante do conteúdo, no caso do *Excel* temos uma limitação que podemos aproveitar como aprendizagem, visto que o programa não consegue representar o infinito e sempre estará limitada por os valores mínimos e máximo dado pelo conjunto. Logo se o aluno consegue enxergar que essa situação não pode ser representada e que sempre será um gráfico finito, isso pode mostrar que o discente consegue entender o que é uma parábola e a relação de correspondência dado uma lei de formação de uma função polinomial do 2º grau.

h) Revisão e Avaliação

No momento final é onde o docente poderá fazer uma revisão geral retomando pontos que ele observou não terem ficado claro para os alunos, para em seguida, tirar conclusões sobre a aprendizagem deles.

Observa-se que, nesse momento são necessários questionamentos para que os alunos apresentem seus pontos de vista, pois a avaliação deverá considerar a participação e integração dos estudantes com as atividades aplicadas e as respostas dadas aos questionamentos. Além disso, deve ser lembrado aos alunos que eles devem enviar para ele todos os gráficos gerados na planilha *Excel* para que ele possa fazer um aprofundamento da avaliação da turma em relação à aplicação da proposta, visando melhorá-la para outras turmas.

6 CONSIDERAÇÕES FINAIS

Tendo em vista os avanços tecnológicos na sociedade, bem como suas aplicações na área educacional, o presente trabalho apresentou o *Excel* como *software* de aplicação para aperfeiçoar o ensino do conceito de funções em uma proposta didática. Diante disso, entende-se que o projeto aqui desenvolvido poderá trazer diversas contribuições para o desenvolvimento da percepção do aluno quanto ao conceito de função, visto que, na maioria das vezes, essa definição passa despercebida pelo alunado no Ensino Médio.

Demonstrar tais contribuições do uso da tecnologia no ensino de matemática só foi possível mediante a realização da pesquisa bibliográfica e documental, do estado do conhecimento, da revisão de literatura e outros procedimentos que embasaram a elaboração da proposta.

O estado do conhecimento adicionou à fundamentação do TCC, tanto conhecimentos sobre funções quanto sobre o uso de outras tecnologias para o ensino de matemática, visto que possibilitou encontrar trabalhos já direcionados com tal perspectiva. Destaca-se o uso das seguintes TDIC encontradas nos trabalhos analisados: *GeoGebra*, *Wolfram Alpha*, *Excel* e *Winplot*. Esse procedimento além de contribuir para a justificativa do uso de tecnologias no ensino de matemática por serem trabalhos de graus acadêmicos superiores à monografia, como dissertações de mestrado e teses de doutorado, colaboram para melhor compreensão do ensino do conceito de função com o emprego de TDIC.

Uma sistematização desses trabalhos foi realizada, buscando compreender seus objetivos, justificativas e a forma como abordavam as funções. Essa investigação abriu diversas possibilidades e maneiras de fundamentar a proposta baseada em informações científicas, uma vez que, as conclusões da produção sistematizada mostraram a existência de um encaminhamento voltado para pesquisas com o uso de tecnologias digitais no ensino de funções. No entanto, observou-se também que nos últimos 10 anos há uma redução de trabalhos voltados para esse assunto.

A pesquisa bibliográfica foi primordial para o embasamento teórico da proposta de aperfeiçoar o conhecimento do ensino de funções utilizando o *software Excel*, pois foi investigado o processo de construção histórica das noções de funções, bem como suas definições pelos autores contemporâneos em suas obras.

Já a pesquisa documental na BNCC (2018) e em livros didáticos foi indispensável para desenvolver a sequência didática proposta, visto que a pretensão seria alcançar as competências e habilidades previstas no documento normativo da educação brasileira.

No decorrer dessas investigações, notou-se a importância da utilização do Excel como ferramenta de ensino, haja vista o amplo leque de funcionalidades que o *software* apresenta para trabalhar conteúdos matemáticos. Mas, o mais significativo, é que a utilização desse novo recurso didático pode proporcionar o desenvolvimento do alunado, permitindo que ele se torne o condutor de seus conhecimentos, expandindo seus horizontes e indo além, pensando e discutindo ideias e aprendendo de maneira real e abrangente.

Entende-se, dessa forma, que o *Excel* possibilita uma aprendizagem significativa para os estudantes, no que se diz respeito à construção do conceito de função. Temos que o *Excel* é um programa que seu foco não é a elaboração de gráficos de funções, visto que apresenta limitações nas representações gráficas, porém, estas limitações, na proposta didática, foram transformadas em potencialidades de ensino e aprendizagem.

A sequência didática apresentada neste trabalho se dirige para professores do 1º ano do Ensino Médio e possibilita uma forma de ensinar diferente do modo tradicional – lousa e marcadores – abrindo espaço para o avanço tecnológico na área da educação matemática, de modo a tornar o ambiente de ensino mais diversificado para o processo de ensino e aprendizagem dos conteúdos matemáticos.

Ao final, considera-se que esse trabalho poderá ser continuado por aqueles que aceitarem o desafio de utilizar a proposta com a perspectiva de aplicá-la efetivamente, fazendo observações e avaliando os resultados para, assim, adicionar novas atividades, outrossim é buscar por *software* similares ao utilizados na proposta, uma opção é o *Calc* que pertence ao pacote do LibreOffice, o qual tem sua licença livre e gratuita.

REFERÊNCIAS

ALVARENGA, Karly; BARBOSA, Celso Viana; FERREIRA, Gislaine Maria. O conceito de função: o desenvolvimento baseado em alguns modelos desde o ano de 2000 a. C até o século XX. **REVEMAT**, Florianópolis, v. 9, n. 1, p. 159-178, 2014. Disponível em: <https://periodicos.ufsc.br/index.php/revemat/article/view/1981-1322.2014v9n1p159>. Acesso em: 04, jun. 2022.

BARROS, Ana Paula Rodrigues Magalhaes de. **Práticas culturais (re)constituídas quando aulas de Matemática são mediadas pela internet em um ambiente híbrido**. Orientador: Marcus Vinicius Maltempi. 2019. 218 f. Tese (doutorado) - Programa de Pós-Graduação em Educação Matemática, Instituto de Geociências e Ciências Exatas, Universidade Estadual Paulista (Unesp), Rio Claro, 2019. Disponível em: https://sucupira.capes.gov.br/sucupira/public/consultas/coleta/trabalhoConclusao/viewTrabalhoConclusao.jsf?popup=true&id_trabalho=7821559. Acesso em: 03 de agosto

BONJORNO, José Roberto; GIOVANNI JÚNIOR, José Ruy; SOUSA, Paulo Roberto Câmara de. **Prisma matemática: funções e progressões: ensino médio**. 1. ed. São Paulo: Editora FTD, 2020.

BOYER, Carl. **História da matemática**. Tradução Elza F. Gomide. São Paulo: Edgard Blücher; EDUSP, 1974.

BRAGA, Elisabete Rambo; VIALI, Lori. A Compreensão do Conceito de Função Linear Mediante a Utilização da Planilha. **Encontro Brasileiro de Estudantes de Pós-graduação em Educação Matemática, XII EBRAPEM.**, 2008, UNESP – Rio Claro/SP. Disponível em: https://www.researchgate.net/publication/280446553_A_Compreensao_do_Conceito_de_Funcao_Mediante_a_Utilizacao_da_Planilha. Acesso em: 19, jan. 2023.

BRASIL. **Lei nº 9.394 de 20 de dezembro de 1996**. Estabelece as diretrizes e bases da educação nacional. Diário Oficial da República Federativa do Brasil. Brasília, 23 dez. 1996. Disponível em: http://www.planalto.gov.br/ccivil_03/leis/l9394.htm. Acesso em: 8 jun. 2022.

BRASIL. Ministério da Educação. **Base Nacional Comum Curricular**. Brasília, 2018. Disponível em: http://basenacionalcomum.mec.gov.br/images/BNCC_EI_EF_110518_versaofinal_sit e.pdf. Acesso em: 10 jun. 2022.

DANTE, Luiz Roberto. **Matemática: contexto e aplicações**. 2. Ed. São Paulo: Ática, 2013.

DAL RI, Mariana Lopes. **A Resolução de problemas e o estudo de gráficos: uma proposta para a construção do conceito de função com auxílio das TIC**. Orientadora: Profª Drª. Ana Marli Bulegon. 2015. 150 f. Dissertação (mestrado) - Curso de Mestrado Profissionalizante em Ensino de Física e de Matemática, Centro Universitário Franciscano de Santa Maria, Rio Grande do Sul, 2015. Disponível em: <https://sucupira.capes.gov.br/sucupira/public/consultas/coleta/trabalhoConclusao/vi>

[ewTrabalhoConclusao.jsf?popup=true&id_trabalho=3548641](#)> Acesso em: 03 de agosto.

DULLIUS, Maria Madalena; QUARTIERI, Marli Teresinha. Explorando a matemática com aplicativos computacionais: anos iniciais do ensino fundamental. 1. ed. Editora UNIVATES: Lajeado, 2015. Disponível em: https://www.univates.br/editora-univates/media/publicacoes/144/pdf_144.pdf. Acesso em: 19, jan. 2023.

GOMES, Leonardo Soares. **Funções polinomiais no ensino básico: onde vou usar isso na vida professor?.** Orientador: Wanderley Moura Rezende. 2020. 93 p. Dissertação (Mestrado Profissional em Matemática) - Universidade Federal Fluminense, Niterói (RJ), 2020. Disponível em: https://sucupira.capes.gov.br/sucupira/public/consultas/coleta/trabalhoConclusao/viewTrabalhoConclusao.jsf?popup=true&id_trabalho=8750731> Acesso em: 17 jun. 2022.

GONÇALVES, Alexsandra Cândida. **Aspectos da história do conceito de funções e suas representações por diagramas, linguagem algébrica e gráficos cartesianos.** Orientador: Esther Pacheco de Almeida Prado. 2015. 106 p. Dissertação (Mestrado Profissional em Matemática) - Instituto de Ciências Matemáticas e de Computação, São Paulo, 2015. Disponível em: <https://www.teses.usp.br/teses/disponiveis/55/55136/tde-01072015-113421/pt-br.php>> Acesso em: 10 jun. 2022.

IEZZI, Gelson; DOLCE Osvaldo; DEGENSZAJN, David; PÉRIGO, Roberto; ALMEIDA, Nilze de. **Matemática: ciência e aplicações: ensino médio.** 9. ed. São Paulo: Saraiva, 2016.

IEZZI, Gelson; DOLCE, Osvaldo; DAVID, Degenszajn; PÉRIGO, Roberto; ALMEIDA, Nilze. **Matemática: Ciência e Aplicação.** 2. ed. atual. São Paulo: Atual, 2004. (v. 1).

DAUANNY JÚNIOR, Aloisio Moises. **Objeto de Aprendizagem para o Estudo do Conceito de Função e seu Comportamento com Modelos Matemáticos no Ensino Médio e na Educação Profissional Técnica.** Orientador: João Bosco Laudares. 2017. 199 f. Dissertação (Mestrado) - Programa de Pós-Graduação em Ensino de Ciências e Matemática, Pontifícia Universidade Católica de Minas Gerais, Belo Horizonte, 2017. Disponível em: https://sucupira.capes.gov.br/sucupira/public/consultas/coleta/trabalhoConclusao/viewTrabalhoConclusao.jsf?popup=true&id_trabalho=5375500. Acesso em: 03 de agosto

LEITE, Luciano Roque. **Considerações sobre o processo ensino-aprendizagem de funções.** Orientador: Fabiane de Oliveira. 2016. 78 p. Dissertação (Mestrado Profissional em Matemática) - Universidade Estadual de Ponta Grossa, Ponta Grossa, 2016. Disponível em: <https://tede2.uepg.br/jspui/handle/prefix/1508> . Acesso em: 20 jun. 2022.

LIMA, Elon Lages. Conceituação, manipulação e aplicações: as três componentes do ensino da Matemática. **Revista do Professor de Matemática 41**, 1999. 1. Elon Lages Lima. IMPA-RJ. Disponível em: https://www.ufrgs.br/espmat/disciplinas/midias_digitais_II/modulo_II/pdf/rpm41.pdf. Acesso em: 16 jun. 2022.

LIMA, Elon Lages. **Números e Funções Reais**. 1. ed. Atual. Rio de Janeiro: Sociedade Brasileira de Matemática, 2013. 297 p. v. 1. ISBN 9788585818814.

LIMA, Jeferson Moizes. **Objeto dinâmico de aprendizagem para exploração do conceito de função na perspectiva da covariação**. Orientador: Dr. Rogério de Aguiar. 2019. 101f. Dissertação (mestrado) – Programa de Pós-Graduação Profissional em Matemática em Rede Nacional, Centro de Ciências Tecnológicas, Universidade do Estado de Santa Catarina, Joinville, 2019. Disponível em: https://sucupira.capes.gov.br/sucupira/public/consultas/coleta/trabalhoConclusao/viewTrabalhoConclusao.jsf?popup=true&id_trabalho=7652815. Acesso em: 03 de agosto

LIMA, Luciana; RIBEIRO, Júlio Wilson; COSTA, Mario Jorge Nunes. Avaliação e aprendizagem significativa na formação inicial do professor de matemática. **Repositório Institucional UFC**, Fortaleza, v. 1, n. 1, p. 688-704, 2010. Disponível em: https://repositorio.ufc.br/bitstream/riufc/37940/1/2010_eve_llimajwribeiro.pdf Acesso em: 12 jun. 2022.

LUZ, Vinicius da Cunha. **(Re)construção do conceito de função por meio de noções essenciais exploradas com tecnologias digitais**. Orientador: Prof. Dr. Agnaldo da Conceição Esquinca. 2019. 144 f. Dissertação (Mestrado) - Programa de Pós-Graduação em Ensino de Matemática, Instituto de Matemática, Universidade Federal do Rio de Janeiro – UFRJ, Rio de Janeiro, 2019. Disponível em: https://sucupira.capes.gov.br/sucupira/public/consultas/coleta/trabalhoConclusao/viewTrabalhoConclusao.jsf?popup=true&id_trabalho=8702544 Acesso em: 03 de agosto

MACEDO, Josimar dos Santos; SILVA, Josiel Pereira. **A utilização do software excel no ensino da matemática**. Congresso Nacional De Pesquisa E Ensino Em Ciências. Anais I CONAPESC. Campina Grande: Realize Editora, 2016. Disponível em: <https://www.editorarealize.com.br/artigo/visualizar/17766>. Acesso em: 10 jul. 2022.

MACULAN, Benildes Coura Moreira dos Santos; LIMA, Gercina Angela Borém de Oliveira. Buscando uma definição para o conceito de “conceito”. **Perspectivas em Ciência da Informação**, v.22, n.2, p.54-87, 2017. Disponível em: <https://www.scielo.br/j/pci/a/5F7BjgVMJnBFsNHnsMTCMzM/?format=pdf&lang=pt> Acesso em: 09, jun. 2022.

MAGARINUS, Renata. **Uma proposta para o ensino de funções através da utilização de objetos de aprendizagem**. Orientador: Lidiane Buligon. 2013. 99 p. Dissertação (Mestrado Profissional em Matemática) - Universidade Federal de Santa Maria, Santa Maria (RS), 2013. Disponível em: <https://repositorio.ufsm.br/bitstream/handle/1/10933/MAGARINUS%2C%20RENATA.pdf?sequence=1&isAllowed=y> . Acesso em: 7 jun. 2022.

MATOS, Fernando Cardoso. *et. al.* Funções afins elucidadas no software geogebra. **Brazilian Journal of Development**, Curitiba, v. 6, n. 7, p. 49039-49049, 2020. Disponível em:

<<https://www.brazilianjournals.com/index.php/BRJD/article/view/13600>>. Acesso em: 25 jun. 2022.

MATTOS, Tuane Gomes de Oliveira Fuly. **O estudo das funções polinomiais no ensino médio**. Orientador: Liliana Angelina León Mescua. 2017. 112 p. Dissertação (Mestrado Profissional em Matemática) - Universidade Estadual do Norte Fluminense Darcy Ribeiro, Campos dos Goytacazes (RJ), 2017. Disponível em: <<https://uenf.br/posgraduacao/matematica/wp-content/uploads/sites/14/2018/05/06112017Tuane-Gomes-de-Oliveira-Fuly-de-Mattos.pdf>>. Acesso em: 4 jun. 2022.

MEYER, Maximiliano. **O que é excel?. Aprender Excel, 2018**. Disponível em: <<https://www.aprenderexcel.com.br/2013/tutoriais/o-que-e-excel>> Acesso em: 20, jan. 2023.

MORGADO, Maria José Lenharo. Formação de professores de matemática para o uso pedagógico de planilhas eletrônicas de cálculo de análise de um curso a distância via internet. 2003. 284 f. Tese (Doutorado em Educação) - UFSC, Florianópolis, 2003. Disponível em: <<https://repositorio.ufscar.br/handle/ufscar/2381>> Acesso em: 20, jan. 2023.

MOREIRA, Marcos Antonio. **Teorias de Aprendizagem**. São Paulo: LTC, 1999.

MOROSINI, Marília Costa; FERNANDES, Cleoni Maria Barboza. Estado do Conhecimento: conceitos, finalidades e interlocuções. **Educação Por Escrito**, Rio Grande do Sul, v. 5, ed. 2, p. 154 - 164, 2014. Disponível em: <https://revistaseletronicas.pucrs.br/ojs/index.php/poescrito/article/view/18875>. Acesso em: 17 ago. 2022.

NASCIMENTO, João Leno. A utilização do Excel para o ensino de estatística no ensino médio: um estudo de caso no município de Mamanguape. Orientadora: Prof^a. Msc. Jussara Patrícia Andrade Alves Paiva. 2016. 75 p. Monografia (Graduação – Curso de Licenciatura em Matemática) - Universidade Federal da Paraíba, Centro de Ciências Aplicadas e Educação Departamento de Ciências Exatas. Rio Tinto (PB), 2016. Disponível em: <<https://repositorio.ufpb.br/jspui/bitstream/123456789/3625/1/JLN13072016.pdf>> Acesso em: 10, jun. 2022.

NASSER, Lilian. O papel da abstração no pensamento matemático avançado. **Funes**, Bogotá, n. 1, ed. 1, p. 891-897, 2014. Disponível em: <<http://funes.uniandes.edu.co/4175/>>. Acesso em: 20 jun. 2022.

OLIVEIRA, Nanci. **Conceito de função: uma abordagem do processo ensino-aprendizagem**. Orientador: Saddo Ag Almouloud. 1997. 135 p. Dissertação (Mestrado em Ensino da Matemática) - Pontifícia Universidade Católica, São Paulo, 1997. Disponível em: <<https://sapientia.pucsp.br/handle/handle/11176>> Acesso em: 9 jun. 2022.

SANTOS, Noelli Ferreira Dos. **A metodologia de resolução de problemas e o aplicativo Winplot para a construção do conceito de função por alunos do ensino médio**. Orientador: Sílvia Maria de Aguiar Isaia. 114f. 2013. Dissertação

(Mestrado) – Curso de Mestrado Profissionalizante em Ensino de Física e de Matemática, Centro Universitário Franciscano de Santa Maria, Rio Grande do Sul, 2013. Disponível em: <https://sucupira.capes.gov.br/sucupira/public/consultas/coleta/trabalhoConclusao/vieWTrabalhoConclusao.jsf?popup=true&id_trabalho=95823> Acesso em: 03 de agosto

SEVERINO, Antônio Joaquim. **Metodologia do trabalho científica**. 23. ed. São Paulo: Cortez, 2013.

SILVA, Diego Souza. **Funções: construindo conceitos a partir da análise gráfica**. Orientador: João Roberto Lazzarin. 2017. 164 p. Dissertação (Mestrado Profissional em Matemática) - Universidade Federal de Santa Maria, Santa Maria (RS), 2017. Disponível em: <<https://repositorio.ufsm.br/handle/1/21589>> . Acesso em: 22 jun. 2022.

SILVA, Maria Helena Moraes; REZENDE, Wanderley Moura. **Análise Histórica do Conceito de Função. Caderno de Licenciatura em Matemática**, n.2, ano 2, p. 28-33, 1999. Disponível em: <https://dalicenca.uff.br/wp-content/uploads/sites/204/2020/05/Anlise_Histrica_do_Conceito_de_Funo.pdf> Acesso em: 19, jul. 2022.

SILVANO, Maira Fernandes Gabriel; OLIVEIRA, Milena Fidelis de. **A utilização do excel como ferramenta didática: funções de primeiro e segundo grau no primeiro ano do ensino médio**. Orientadora: Prof. Me. Vanessa Soares Sandrini Garcia. 2018. p. 1-49. Trabalho de Conclusão de Curso (Licenciatura) - Curso de Graduação em Matemática, Universidade do Sul, Santa Catarina, 2018. Disponível em: <<https://repositorio.animaeducacao.com.br/bitstream/ANIMA/9189/1/Riuni%20TCC%20%281%29.pdf>> Acesso em: 19, jan. 2023.

SOUZA, Rebeca Pereira. **A construção do conceito de função através de atividades baseadas em situações do dia a dia**. Orientadora: Liliana Angelina Leon Mescua. 2016. 100 p. Dissertação (Mestrado I em Matemática) - Universidade Estadual do Norte Fluminense Darcy Ribeiro, Campos dos Goytacazes (RJ), 2016. Disponível em: <<https://uenf.br/posgraduacao/matematica/wpcontent/uploads/sites/14/2017/09/23112016Rebeca-Pereira-de-Souza.pdf>> Acesso em: 11 jun. 2022.

VALADARES, Jorge Antônio. *et. al.* **Teoria da aprendizagem significativa: contributos do III Encontro Internacional sobre aprendizagem significativa**. Peniche, 2000, p. 1-146. Disponível em: <<https://repositorioaberto.uab.pt/bitstream/10400.2/1320/1/Livro%20Peniche.pdf>> Acesso em: 06, jul. 2022.

VIGOSTKI, Lev Semionovitch. **A construção do pensamento e da linguagem**. Tradução Paulo Bezerra. 2. Ed. São Paulo: Editora W.M.F, Martins Fontes, 2009.

ZUFFI, Edna Maura. Alguns aspectos do desenvolvimento histórico do conceito de função. **Revista Brasileira de História, Educação e Matemática**, Campos do Jordão (SP), v. 1, n. 1, p. 1-10, 2016. Disponível em: <<https://ojs.ifsp.edu.br/index.php/hipatia/article/view/436#:~:text=Em%20particular%2>>

C%20a%20ideia%20de,forma%C3%A7%C3%A3o%20de%20professores%20de%20Matem%C3%A1tica> Acesso em: 5 jun. 2022.

SILVA, Andrea Fernandes da; SILVA, Maria Larissa Lopes Pereira da; SILVA, Wanessa Mayara da. **Definições de polinômios: uma análise em sites de buscas. Congresso Nacional de Educação.** V CONEDU, 2018, Recife/PE. Anais, Campina Grande: Realize, 2018. p. 1-8. Disponível em: https://editorarealize.com.br/editora/anais/conedu/2018/TRABALHO_EV117_MD1_SA19_ID7979_27082018102306.pdf Acesso em: 27, jan. 2023.

Souza, Ivson Praxedes de. **Polinômios e aplicações.** Trabalho de Conclusão de Curso (Graduação em Matemática) - Universidade Estadual da Paraíba, Centro de Ciências e Tecnologia, 2016, p. 1 – 45. Disponível em: <http://dspace.bc.uepb.edu.br/jspui/handle/123456789/11198?mode=full> Acesso em: 27, jan. 2023.

APÊNDICES

APÊNDICE A: ATIVIDADE DO MOMENTO 1

Atividade diagnóstica

Exercício 1: Dada uma função $f: A \rightarrow B$, com a lei de formação $f(x) = 2x + 3$. Determine o domínio, contradomínio, imagem e sua representação gráfica, quando:

d) $A = \{0, 1, 2, 3, 4, 5\}$ e $B = \{0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11, 12, 13, 14, 15\}$

e) $A = [0, 5]$ e $B = [0, 15]$

f) $A = \mathbb{R}$ e $B = \mathbb{R}$

Exercício 2: Dada uma função $f: A \rightarrow B$, com a lei de formação $f(x) = x^2$. Determine o domínio, contradomínio, imagem e sua representação gráfica, quando:

d) $A = \{-2, -1, 0, 1, 2\}$ e $B = \{-4, -3, -2, -1, 0, 1, 2, 3, 4\}$

e) $A = [-2, 2]$ e $B = [-4, 4]$

f) $A = \mathbb{R}$ e $B = \mathbb{R}$

APÊNDICE B: ATIVIDADE DO MOMENTO 2

Atividade de introdução às funções básicas do Excel



Copiar uma fórmula arrastando uma alça de preenchimento



Orientação: Para inserir na primeira coluna valores inteiros de 1 a n, podemos realizar de duas maneiras: digitando cada valor manualmente em cada linha da coluna (digitar na linha A1 o valor 1, A2; 2, A3; 3, ..., An; n) ou utilizando uma fórmula, para isto, devemos inserir na célula **A1** o valor 1; na célula **A2** a expressão “= **A2** + 1”. Agora, para preencher as outras células com a fórmula, devemos utilizar o autopreenchimento. Para isto, temos que ao selecionar a célula **A2**, posicionar o cursor no canto inferior direito para que ela se transforma em um sinal de adição (+), conforme a figura 19 e arrastar a alça do preenchimento até **A11**.

Construção de gráfico de dispersão e gráfico de dispersão com Linhas Retas e Marcadores.

Orientação: Para a elaboração, por exemplo, do gráfico da função expressa por $y = x + 3$, é necessárias duas colunas com valores para x e y , assim, tomaremos a primeira coluna, valores inteiros de 1 a 10 para x . Podemos realizar de duas maneiras: digitando cada valor manualmente em cada linhas da coluna (explicar) ou utilizando uma fórmula, para isto, devemos inserir na célula **A1** o valor x ; na célula **A2** o número 1, e na célula **A3** a expressão “= **A2** + 1”. Realizando o comando autopreenchimento, conforme a instrução anterior, até a célula **A11**.

Tomaremos a segunda coluna os valores da variável y . Para isto, basta inserir na célula **B1** o valor y ; na célula **B2** a expressão “= **A2** + 3”. Agora, para preencher as outras células com a fórmula, devemos utilizar o autopreenchimento, conforme a instrução anterior, até a célula **B11**.

Selecione as colunas **A** e **B** simultaneamente e vá na guia inserir e na faixa de opções selecionar gráfico (Gráfico de Dispersão (X, Y) ou de Bolha) , e, em seguida, selecionar gráfico de dispersão .

Para realizar a ligação dos pontos, selecione as colunas **A** e **B** simultaneamente e vá na guia inserir e na faixa de opções selecionar gráfico (Gráfico de Dispersão (X, Y) ou de Bolha)  e, em seguida, selecione inserir gráfico de dispersão com Linhas Retas e Marcadores .

APÊNDICE C: ATIVIDADE DO MOMENTO 3

Função polinomial do 1º grau

Situação - Problema: Dada os conjuntos $A = \{0, 1, 2, 3, 4, 5\}$ e $B = \mathbb{Z}$, e uma função

$$f: A \rightarrow B$$



$$x \mapsto f(x) = 10 - 2x$$

l) Utilizando a planilha eletrônica, determine:

a) *A representação gráfica dos pontos $(x, f(x))$ e verifique se os pontos marcados estão alinhados ou não.*

Orientação: Na célula **A1** colocar x , célula **B1** colocar $f(x)$. Numere a coluna **A** de 0 a 5, com o incremento de 1 em 1.



Escreva na célula **B2**, $= 10 - 2 * A2$ e arraste esta célula para baixo ao longo da coluna, até o fim dos valores inseridos na coluna **A**.

Selecione as colunas **A** e **B** simultaneamente e vá na guia inserir e na faixa de opções selecionar gráfico (Gráfico de Dispersão (X, Y) ou de Bolha) , e, em seguida, selecionar gráfico de dispersão .

b) *O ponto máximo e mínimo da função e seu domínio e imagem?*

II) Se quisermos unir os pontos do gráfico por meio de uma reta precisamos mudar o seu domínio e o contradomínio da função. Utilizando a planilha eletrônica, determine:

c) *A representação gráfica dos pontos $(x, f(x))$ para que os pontos representados estejam interligados por meio de uma reta.*

Orientação: Selecione as colunas **A** e **B** simultaneamente e vá na guia inserir e na faixa de opções selecionar gráfico (Gráfico de Dispersão (X, Y) ou de Bolha) , e, em seguida, selecione inserir gráfico de dispersão com Linhas Retas e Marcadores .

d) *O domínio e a imagem dessa nova função.*

Se dado um valor x do domínio, o ponto $(x, f(x))$ pertencerá à reta construída, isto é, se ao atribuirmos um valor de x do domínio (por exemplo 0,5), o ponto formado por x e sua imagem $f(x)$ – ponto $(0,5, f(0,5))$, representará um ponto pertencente a reta determinada pela planilha.

III) Quais as potencialidades do Excel são possíveis perceber na construção do gráfico de uma função polinomial do 1º grau? E quais as limitações?

APÊNDICE C: ATIVIDADE DO MOMENTO 4

Função polinomial do 2º grau

Situação - Problema: Dada os conjuntos $A = \{-2, -1, 0, 1, 2\}$ e $B = \mathbb{Z}$, e uma função

$$f: A \rightarrow B$$



$$x \mapsto f(x) = x^2 + 2$$

I) Utilizando a planilha eletrônica, determine:

a) *A representação gráfica dos pontos $(x, f(x))$.*

Orientação: Na célula **A1** colocar x , célula **B1** colocar $f(x)$. Numere a coluna **A** de -2 a 2 , com o incremento de 1 em 1 .


Escreva na célula **B2**, $= \mathbf{A2}*\mathbf{A2}+2$ e arraste esta célula para baixo ao longo da coluna, até o fim dos valores inseridos na coluna **A**.

Selecione as colunas **A** e **B** simultaneamente e vá em inserir na aba de gráficos (Gráfico de Dispersão (X, Y) ou de Bolha) , vá em inserir gráfico de dispersão . Observe o gráfico traçado.

b) *O ponto máximo ou mínimo da função e seu domínio e imagem?*

II) Se quisermos unir os pontos do gráfico por meio de uma reta precisamos mudar o seu domínio e o contradomínio da função. Utilizando a planilha eletrônica, determine:

a) *A representação gráfica dos pontos $(x, f(x))$ para que os pontos representados estejam interligados por meio de um segmento de reta e, também, se esta forma de interligar os pontos por meio de segmentos de retas, seria a forma correta de representar o gráfico da função quando o domínio e o contradomínio forem um subconjunto dos números reais.*


Orientação: A instrução é a mesma da construção do gráfico da função polinomial do 1º grau (inserir gráfico de dispersão com Linhas Retas e Marcadores )

b) *Se dado um valor x do domínio, o ponto $(x, f(x))$ pertencerá ao gráfico construído com os segmentos de retas interligadas, isto é, se ao atribuirmos um valor de x do*


domínio (por exemplo 0,5), o ponto formado por x e sua imagem $f(x)$ – ponto $(0,5, f(0,5))$, representará um ponto pertencente ao gráfico com os segmentos de retas interligadas determinada pela planilha.

III) Se quisermos melhorar a representação gráfica da função polinomial do 2º grau precisamos ter mais pontos representados no gráfico. Para isto, considere o conjunto $A = [-2, 2]$ e $B = \mathbb{R}$ e a função f de A em B , dada por $f(x) = x^2 + 2$.

a) Como ficaria a representação gráfica por meio da interligação de pontos se considerarmos os valores de x com incremento de 0,5 em 0,5, isto é, se tomarmos os valores para x igual a $-2; -1,5; -1; -0,5; 0; 0,5; 1; 1,5; 2$.


Orientação: A instrução é a mesma utilizando a inserção de gráfico de dispersão com Linhas Retas e Marcadores .

b) Como ficaria a representação gráfica por meio da interligação de pontos se considerarmos os valores de x com incremento de 0,1 em 0,1, isto é, se tomarmos os valores para x igual a $-2; -1,9; -1,8; -1,7; \dots; 1,9; 2$.

Orientação: A instrução é a mesma utilizando a inserção de gráfico de dispersão com Linhas Retas e Marcadores . Na célula **P1** colocar x , célula **Q1** colocar $f(x)$.

III. A representação por meio de interligações de segmentos de retas não seria a melhor forma.

a) Por que a representação gráfica do 2º grau não poderia ser formada por interligações de pontos usando segmentos de retas?

b) Para deixar o gráfico com linhas mais suaves (semelhante a parábola) precisamos utilizar um novo comando, a inserção dispersão com Linhas Suaves e Marcadores . Construa o gráfico da função utilizando este comando.

IV) Quais as potencialidades do Excel são possíveis perceber na construção do gráfico de uma função polinomial do 2º grau? E quais as limitações?