

INSTITUTO FEDERAL DE EDUCAÇÃO, CIÊNCIA E TECNOLOGIA DO RIO
GRANDE DO NORTE

TALYTA NAYARA COSTA SOARES

**O PAPEL DA COMPREENSÃO RELACIONAL NA RESOLUÇÃO DE
PROBLEMAS MATEMÁTICOS**

SANTA CRUZ – RN
2017

TALYTA NAYARA COSTA SOARES

**O PAPEL DA COMPREENSÃO RELACIONAL NA RESOLUÇÃO DE
PROBLEMAS MATEMÁTICOS**

Trabalho de conclusão de curso apresentado ao Curso Superior de Licenciatura em Matemática do Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia do Rio Grande do Norte, em cumprimento às exigências legais como requisito parcial à obtenção do título de Licenciado em Matemática.

Orientador (a): D.ra. Enne Karol Venancio de Sousa

Co-orientador (a): Ma. Mylenna Vieira Cacho

SANTA CRUZ – RN
2017

FICHA CATALOGRÁFICA

TALYTA NAYARA COSTA SOARES

**O PAPEL DA COMPREENSÃO RELACIONAL NA RESOLUÇÃO DE
PROBLEMAS MATEMÁTICOS**

Trabalho de conclusão de curso apresentado ao Curso Superior de Licenciatura em Matemática do Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia do Rio Grande do Norte, em cumprimento às exigências legais como requisito parcial à obtenção do título de Licenciado em Matemática.

Orientador (a): Dra. Enne Karol Venancio de Sousa

Co-orientador (a): Ma. Mylenna Vieira Cacho

Trabalho de Conclusão de Curso apresentado e aprovado em ___/___/___, pela a seguinte Banca Examinadora:

BANCA EXAMINADORA

Enne Karol Venancio de Sousa – Presidente
Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia do Rio Grande do Norte

Francisco Aldrin Armstrong Rufino, Mestre – Examinador (A)
Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia do Rio Grande do Norte

Laysi Araújo da Silva, Especialista – Examinador (A)
Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia do Rio Grande do Norte

SANTA CRUZ – RN
2017

Dedico este trabalho, bem como todas as minhas conquistas, aos meus pais, Assunção de Maria e José Costa (*in memoriam*), e a minha irmã Waleska Nayane pelo apoio incondicional. Esta vitória é muito mais de vocês do que minha.

AGRADECIMENTOS

~~A~~ Deus, por ter me dado saúde e força para superar os obstáculos.

~~Ao~~ Instituto Federal do Rio Grande do Norte (IFRN) e aos meus professores, por fazerem nascer este amor pela Matemática e me impulsionarem a alcançar este objetivo.

~~As~~ minhas orientadora e co-orientadora, Enne Karol Venâncio de Sousa e Mylenna Vieira Cacho, pelo suporte e incentivo.

~~A~~ minha mãe, pelo amor, esforço e apoio incondicional.

~~A~~ minha irmã Waleska, por sua ajuda em todos os momentos difíceis.

~~A~~ minha tia Gorete, a meu sobrinho Iarly, a Maurinete, a José Matias e meu amigo Jonas Daniel.

~~A~~ professora Joseilda e a coordenação da Escola Estadual Professora Maria Lídia, por ter dado o suporte aplicação deste projeto.

~~A~~ minha amiga Danielle, por todo apoio e ajuda, pois sem ela esse trabalho não se realizaria. E a todos que direta ou indiretamente fizeram parte da minha formação.

~~A~~ todos vocês, o meu muito obrigada!

A resolução de problemas foi e é a coluna vertebral da instrução Matemática desde o papiro de “Rhind”.

George Polya

RESUMO

A Matemática é uma disciplina da rede básica de ensino, que semelhante às demais, apresenta várias aplicações no nosso cotidiano. Ao considerarmos a importância desta afirmação, acreditamos ser necessário aproximarmos as teorias apresentadas da referida ciência aos acontecimentos diários. Legalmente, essa perspectiva é amparada pelos Parâmetros Curriculares Nacionais (PCNs), que oferecem diversas metodologias para o auxílio do professor em sala de aula. Nesse direcionamento, a metodologia abordada neste trabalho será a resolução de problemas através do uso das etapas formuladas por George Polya. O enfoque maior será pela primeira etapa – a compreensão – por entendermos que a partir dela é possível executarmos as outras fases propostas pelo supracitado autor, bem como alcançarmos resoluções satisfatórias das questões apresentadas. Destarte, percebemos que, por ser a compreensão dos enunciados matemáticos a etapa primordial para a resolução de problemas, é imprescindível o estudo da leitura e da linguagem, aproximando a Matemática da Língua Portuguesa; assim, ratificamos a significação do ato de ler e de interpretar como um compromisso de todas as áreas de ensino, considerando as suas especificidades. Para uma melhor discussão de nosso objeto de estudo, este trabalho também se propõe a refletir sobre os conceitos de compreensão instrumental e relacional de Richard Skemp, com foco na resolução de problemas.

Palavras-chave: Polya. Resolução de problemas. Skemp.

ABSTRACT

Mathematics is a discipline of the basic network of teaching, Which similar to the others, presents several applications in our daily life. In considering the importance of this statement, we believe it is necessary to bring the presented theories of science to the daily events. Legally, this perspective is supported by the National Curricular Parameters (PCNs), Which offer several methodologies for the help of the teacher in the classroom. In this direction, the methodology addressed in this work will be the resolution of problems through the use of the steps formulated by George Polya. The major focus will be on the first step - understanding - because we understand that from it it is possible to execute the other phases proposed by the aforementioned author, And to reach a satisfactory resolution of the issues raised. To you, we realize that because the comprehension of mathematical statements is the primordial stage for solving problems. It is essential to study reading and language, bringing Mathematics closer to the Portuguese Language; Thus, we affirm the significance of the act of reading and interpreting as a commitment of all areas of teaching, considering their specificities. For a better discussion of our object of study, this work also aims to reflect on the concepts of instrumental and relational understanding of Richard Skemp, Focusing on problem solving.

Keywords: Polya. How to solve it. Skemp.

LISTA DE ILUSTRAÇÕES

Figura 1 –	Indicação inicial sobre resolução de problemas	35
Figura 2 –	Indicação inicial sobre alguma técnica para resolução de problemas	35
Figura 3 –	Indicação sobre a importância da compreensão para a resolução de problemas	35
Figura 4 –	Representação gráfica em porcentagem da avaliação 1	36
Figura 5 –	Representação gráfica em porcentagem da avaliação 2	38
Figura 6 –	Representação gráfica da comparação em porcentagem da questão 2 das avaliações	40
Figura 7 –	Representação gráfica da comparação em porcentagem da questão 3 das avaliações	40
Figura 8 –	Representação gráfica da comparação em porcentagem da questão 4 das avaliações	41
Figura 9 –	Representação gráfica da comparação em porcentagem da questão 5 das avaliações	41
Figura 10 –	Representação gráfica da comparação em porcentagem da questão 6 das avaliações	42
Figura 11 –	Questão 3, avaliação 1, aluna 1	42
Figura 12 –	Resolução da questão 3, avaliação 2, aluna 1	43
Figura 13 –	Uso das etapas de Polya pelo o aluno na resolução de problemas	43

LISTA DE TABELAS

Tabela 1 –	Indicação inicial sobre resolução de problemas	34
Tabela 2 –	Indicação sobre a resolução das questões de avaliação inicial	36
Tabela 3 –	Indicação sobre a resolução das questões da avaliação 2	37
Tabela 4 –	Indicação sobre a comparação entre os resultados das avaliações 1 e 2	39

LISTA DE ABREVIATURAS E SIGLAS

PCNs Parâmetros Curriculares Nacionais

RN Rio Grande do Norte

SUMÁRIO

1 INTRODUÇÃO	15
2 O ENSINO A PARTIR DA RESOLUÇÃO DE PROBLEMAS	17
2.1 LEITURA E INTERPRETAÇÃO: RESPONSABILIDADE DE TODAS AS ÁREAS	18
2.2 O QUE É UM PROBLEMA MATEMÁTICO?	20
2.3 TENDÊNCIAS DA EDUCAÇÃO MATEMÁTICA.....	211
2.4 A RESOLUÇÃO DE PROBLEMAS COMO UMA METODOLOGIA DE ENSINO.....	222
3. POLYA E A ARTE DE RESOLVER PROBLEMAS X OS NÍVEIS DE COMPREENSÃO DE RICHARD SKEMP	244
3.1 POLYA E SUA FORMAÇÃO	244
3.2 POLYA E SUA OBRA: A RESOLUÇÃO DE PROBLEMAS.....	255
3.3 COMPREENSÃO DO ENUNCIADO E PRIMEIRA ETAPA DE POLYA ...	288
3.4 SKEMP E OS NÍVEIS DE COMPREENSÃO INSTRUMENTAL E RELACIONAL.....	3030
4. O PERCURSO METODOLÓGICO	322
4.1 PESQUISA-AÇÃO.....	322
4.2 SUJEITOS DA PESQUISA.....	333
4.3 APLICAÇÃO NA ESCOLA	333
5. RESULTADOS E DISCUSSÃO	355
5.1 QUESTIONÁRIO	355
5.2 AVALIAÇÃO INICIAL.....	366
5.3 AVALIAÇÃO FINAL.....	388
5.4 RESULTADOS	40
6. CONSIDERAÇÕES FINAIS	455
REFERENCIAS	477
APÊNDICES	499
APÊNDICE A	49
APÊNDICE B	50
APÊNDICE C	52

1 INTRODUÇÃO

A educação é um dos principais pilares da sociedade, senão o principal. O desenvolvimento de um país está intimamente relacionado com o nível educacional da população. Através de uma educação de qualidade é que se pode obter um nível tecnológico avançado, como também qualidade de vida, desenvolvimento sustentável entre outros.

Com isso, a rede de ensino básica, responsável pelas instruções escolares nos primeiros anos de vida de um indivíduo, é de extrema importância, no que se refere à formação do indivíduo. No Brasil, os componentes curriculares mais importantes e formadores da base para o estudos de outros componentes concentram-se nas disciplinas de Língua Portuguesa e Matemática.

A Matemática é uma disciplina muito importante e, por outro lado, considerada difícil tanto pelo o alunado como pelo o corpo docente. Ao pensarmos em alguns questionamentos sobre esse assunto, é nítida a procura por respostas junto aos princípios norteadores dos currículos brasileiros, os Parâmetros Curriculares Nacionais (PCN's); neste documento, encontramos algumas reflexões de aproximar a Matemática do nosso cotidiano e o que seria nessa disciplina a resolução de problemas, uma metodologia muito utilizada em sala de aula. Mas será que tal ação está sendo empregada de forma correta nas escolas? Por isso, contemplamos neste estudo reflexões acerca do fato.

Para alicerçar o conhecimento sobre resolução de problemas, este trabalho é baseado no autor do livro "A arte de resolver problemas". Polya (2006) mostra que todo problema pode ser resolvido utilizando as quatro etapas, a saber: a compreensão do problema, a elaboração de um plano de execução, a execução deste plano e a retrospectiva, que seria uma avaliação do problema.

O supracitado autor ainda apresenta a importância de cada fase e como conseguir identificá-la em um problema, enfatizando que tais etapas não precisam ser identificadas, no entanto precisam estarem explícitas para o aluno que está solucionando o problema.

Com a problemática descrita, trataremos, em especial, da parte inicial dessas etapas, que diz respeito à compreensão do problema, uma vez que,

sem entender o que de fato o que problema trata não é possível conseguir executar as demais etapas. No entanto, por outro lado, se conseguimos compreender um problema, podemos facilitar os caminhos que serão tomados nas próximas etapas ou até mesmo pular fases como o plano e execução do plano e ir diretamente para a solução do mesmo.

Para complementação do trabalho de Polya, outro autor, em alguns momentos, deve ser apresentado para melhor compreensão da proposta desse trabalho, sendo ele, Skemp (1980) que traz conceitos importantes relacionados ao conhecimento instrumental e o conhecimento relacional; o primeiro trata do conhecimento adquirido em que o aluno reproduz igualmente a maneira que o professor resolve os problemas matemáticos, já o segundo faz com que o aluno crie novas estratégias para a resolução do problema, além de aprender a ter senso crítico sobre os problemas apresentados.

2 O ENSINO A PARTIR DA RESOLUÇÃO DE PROBLEMAS

No início do século XX, o currículo da Matemática por não ser bem definido, proporcionava ao ensino desta disciplina o seu condicionamento em técnicas de memorização, no uso de regras e algoritmos e na repetição de exercícios. Basicamente, segundo Poffo (2011, p.1), “o professor apresentava o conteúdo e o aluno prestava atenção para memorizar, escrever e repetir por meio de exercícios rotineiros a técnica ou o processo apresentado”.

Ainda segundo esse autor, ao longo do tempo, surge uma nova orientação que tira do ensino essa matemática baseada na repetição. Essa nova abordagem era baseada no treino de técnicas e habilidades para a resolução de problemas formais ou para aprender um novo conteúdo. No entanto, na maioria do corpo discente não se tinha resultados satisfatório, logo essas práticas foram entrando em desuso.

Na década de 60, foi o momento em que a preocupação com a aprendizagem, no que tange a Matemática e as discussões sobre resolução de problemas de fato surgiu, originando a Matemática moderna. Contudo esta ainda apresentava algumas dificuldades como o excesso de formalização e a distância entre questões sociais e culturais relevantes o que fizeram com o que o modelo fracassasse (POFFO, 2011).

Nos anos posteriores, surgiram movimentos oriundos dos Estados Unidos que apresentavam recomendações para o ensino da Matemática, colocando enfoque na resolução de problemas, tornando-a o principal alvo do ensino da referida área.

Segundo Poffo (2011, p.2),

O ensino de Matemática por meio da resolução de problemas é uma concepção relevante dentre os vários tipos de concepções já existentes, pois o aluno tanto aprende matemática resolvendo problemas, como aprende matemática para resolvê-los. Essa orientação para o ensino de matemática considera que o ensino-aprendizagem de um conteúdo matemático ocorra a partir de um problema gerador, podendo este ser advindo de uma situação contextualizada ou ser um problema puramente matemático.

Portanto, ensinar Matemática através da resolução de problemas é atualmente a melhor abordagem, aceita inclusive pelos Parâmetros

Curriculares Nacionais (PCN's), apesar de ainda apresentar muitas dificuldades a serem trabalhadas.

Segundo os PCN's de Matemática (BRASIL, 1998), a resolução de problemas possibilita aos alunos mobilizar conhecimentos e desenvolver a capacidade para gerenciar as informações que estão ao seu alcance.

Existem pesquisas sobre a Metodologia de Resolução de Problemas no ensino da Matemática, contudo os docentes sempre apresentam muitas dúvidas a respeito desse assunto (RODRIGUES; MAGALHÕES, 2011).

2.1 LEITURA E INTERPRETAÇÃO: RESPONSABILIDADE DE TODAS AS ÁREAS

Ler e escrever são tarefas que devem ser executadas em todas as salas de aulas. Segundo Neves et al. (2011, p.16), "ler e escrever não é questão exclusiva da aula de Português, mas compromisso da escola como um todo." Assim, o desenvolvimento da leitura e da escrita deve ser responsabilidade de todos os professores, não importando qual disciplina ensinam.

Professores e alunos devem assumir sua tarefa como mediadores deste processo, através dessa prática surgirão debates e discussões acerca do que foi lido. Segundo Matta (2009, p. 69), "ler não é exclusividade das aulas de Língua Portuguesa. Nem precisa explicar essa questão, pois os textos circulam em todos os ambientes, dentro e fora da escola".

A leitura tem sido uma tarefa extremamente complexa no que tange o ambiente escolar, várias vezes as críticas feitas aos professores de Língua Portuguesa, sobre os obstáculos encontrados pelos alunos ao deparar-se com textos, é injusta, pois não é e nem se origina deles, tais dificuldades.

A prática da leitura e da interpretação é uma questão de todas as áreas, já que são de extrema importância para o desenvolvimento das habilidades fundamentais e para a formação de um bom aluno; é um compromisso da escola. Ensinar parte da premissa de dar possibilidades para que o discente se aproprie do conhecimento e se torne produtor e construtor do mesmo.

No que se refere à Matemática, leitura e escrita são essenciais, pois a interpretação dos textos e enunciados são indispensáveis para o desenvolvimento dos alunos. O professor deve estimular o hábito da leitura em sala de aula, apresentando textos matemáticos que instiguem sua curiosidade e interesse durante as aulas.

A leitura e a interpretação são de suma importância para resolução dos problemas, pois sem ambas, a compreensão necessária para solucioná-los não será atingida. Com isso, evidencia-se a relevância da disciplina da Matemática e o compromisso da mesma para a melhoria da qualidade da leitura e da escrita.

Existem várias concepções sobre os conceitos de leitura e interpretação, portanto faz-se necessário para o bom entendimento desses princípios, uma breve apresentação sobre tais definições.

A Leitura tem inúmeras definições sobre seu sentido, dentre elas citaremos primeiramente duas: a leitura com foco no autor e a leitura com foco no texto. A primeira é caracterizada pelo entendimento das ideias do autor, sem levar em conta as experiências vividas pelo leitor, tem seu foco de atenção nas ideias e intenções daquele que escreve, sendo necessário aquele que lê apenas captá-las. Na segunda concepção cabe ao leitor entender o sentido das palavras e de suas estruturas no texto. Porém nas duas, o leitor é tido como aquele que realiza uma atividade de reconhecimento e de reprodução. Assim sendo segundo tais concepções não há uma compreensão daquilo que foi escrito. O PCN de Língua Portuguesa nos trás um conceito sobre o que é leitura

A leitura é o processo no qual o leitor realiza um trabalho ativo de compreensão e interpretação do texto, a partir de seus objetivos, de seu conhecimento sobre o assunto, sobre o autor, de tudo o que sabe sobre linguagem etc. Não se trata de extrair informação, decodificando letra por letra, palavra por palavra. Trata-se de uma atividade que implica estratégias de seleção, antecipação, inferência e verificação, sem as quais não é possível proficiência. É o uso desses procedimentos que possibilita controlar o que vai sendo lido, permitindo tomar decisões diante de dificuldades de compreensão, avançar na busca de esclarecimentos, validar no texto suposições feitas.(BRASIL, p.69, 1998)

Tomando como referência a citação acima, nota-se que leitura é algo mais abrangente que apenas repetir e decodificar letras ou palavras. O leitor deve ter o papel de construtor de ideias e sentidos, criando estratégias para

solucionar possíveis dificuldades na compreensão. Essa vem a ser uma terceira concepção mais aprofundada, porém, no cotidiano de sala de aula difícil de ser encontrada, pois os alunos, em sua maioria, apenas decodificam as letras e palavras. Nota-se que leem os enunciados ou textos, mas não conseguem aplicar sentido a eles, não encontrando um sentido global daquilo que lhe foi apresentado.

Para se entender o que vem a ser interpretação deve-se levar em conta várias influências, como por exemplo, os aspectos referentes ao autor e ao leitor. Com relação ao autor, o leitor deve assimilar suas ideias, seus propósitos, o que pretendeu repassar e de que maneira o fez. Somente através da leitura do que está escrito pode-se interpretar o texto. Dessa forma, pode-se dizer que a interpretação só ocorre através da leitura, mas nem todas as vezes a leitura provoca a interpretação.

A interpretação perpassa por uma construção de novos sentidos e entendimentos e não apenas um simples reconhecimento de informações ou dados. Deste modo a interpretação deve ser vista e entendida como um processo mais amplo do que simplesmente externalizar linguisticamente determinado conteúdo.

A interpretação não equivale apenas a ler palavras e frases, mas sim entende-las num contexto maior e mais abrangente, é produzir sentido e não simplesmente extrair informações de conteúdos prontos, é inferir ao que está sendo lido uma relação de vários conhecimentos.

2.2 O QUE É UM PROBLEMA MATEMÁTICO?

Segundo Rodrigues e Magalhães (2011), a atividade de resolver problemas está presente na vida das pessoas, exigindo soluções que muitas vezes requerem estratégias de enfrentamento. O aprendizado de estratégias auxilia o aluno a enfrentar novas situações em outras áreas do conhecimento.

Autores, como Dante (1998), afirmam que embora tão valorizada, a resolução de problemas é um dos tópicos mais difíceis de serem trabalhados na sala de aula. É muito comum os alunos saberem efetuar os algoritmos e não conseguirem resolver um problema que envolva um ou mais desses algoritmos.

Isso se deve à maneira com que os problemas matemáticos são trabalhados na sala de aula e apresentados nos livros didáticos, muitas vezes apenas como exercícios de fixação dos conteúdos trabalhados (RODRIGUES; MAGALHÕES, 2011).

Para Dante (1998), um problema é qualquer situação que exija a maneira matemática de pensar e conhecimentos específicos para solucioná-la. Enquanto que Ramos et al. (2001) mostram outras definições através de autores como: Newell & Simon (1972), “um problema é uma situação na qual um indivíduo deseja fazer algo, porém desconhece o caminho das ações necessárias para concretizar a sua ação”; Chi e Glaser (1983) “o problema é uma situação na qual um indivíduo atua com o propósito de alcançar uma meta utilizando para tal alguma estratégia em particular”.

Ainda sobre Ramos et al. (2001), os problemas matemáticos apresentam algumas características, tais como: sem algoritmização, eles são complexos, exigentes, necessitam de lucidez e paciência, são nebulosos e não há uma resposta única.

Entretanto, a resolução de problemas é sobre as metodologias e regras que conduzem à descoberta, inovação, investigação e resolução de problemas. Com isso podemos perceber a diferença entre a resolução de problemas e o problema matemático. Aquele envolve a resolução de problemas, envolve as etapas de compreensão do problema, a construção de uma estratégia de resolução, executando a estratégia e revisando a solução.

Para Van de Walle (2001) *apud* Fernandes e Oliveira (2015), a resolução de problemas deve ser o foco do currículo de Matemática e, sobretudo, vista como uma excelente estratégia de ensino. Além do mais, ele chama a atenção para que o ato de ensinar deve sempre começar onde estão os alunos, ao contrário da forma usual em que o ensino começa onde estão os professores, desconsiderando os conhecimentos prévios que os alunos trazem consigo para a sala de aula.

2.3 TENDÊNCIAS DA EDUCAÇÃO MATEMÁTICA

Para Zorzan (2007), a revisão de algumas tendências relacionadas à Educação Matemática, com mais precisão relacionadas ao ensinar-aprender,

faz-se necessário para que seja possível identificar concepções que fundamentam e perpassam o processo do ensino-aprendizagem dos sujeitos para consigo mesmos, para com os outros e para com o conhecimento.

E ainda,

A análise descritiva sistematizada nesta elaboração tem o intuito de contribuir para o estudo reflexivo dos profissionais da área, bem como aos que estão em processo de formação, possibilitando a ambos elementos para que, além de conhecerem a sua própria prática, contribua para a construção de proposta metodológica para o ensino da matemática. (Zorzan, 2007, p. 78).

Com isso, as tendências matemáticas precisam estar inseridas em um contexto na sociedade, uma vez que toda proposta que visa mudar a metodologia de ensino utilizada atualmente surge de situações, de exigências e necessidades que envolvem a sociedade num determinado momento histórico. Logo, os princípios epistemológicos e as ideologias precisam estar adequados ao método de ensino, ou seja, ambas sofrem influências das dimensões políticas.

No contexto histórico é possível observar que a Matemática moderna deu lugar ao ensino da aprendizagem. Este é baseado na resolução de problemas, sobretudo, os vividos no cotidiano, capacitando o indivíduo, tornando-o mais consciente da sua posição de cidadão e aumentando o seu conhecimento.

2.4 A RESOLUÇÃO DE PROBLEMAS COMO UMA METODOLOGIA DE ENSINO

A resolução de problemas envolve uma heurística própria, e, para tanto, é preciso entendê-la como uma metodologia de ensino, a qual irá ser apresentada neste tópico.

Será mostrada também, resumidamente, segundo Polya (2006), a perspectiva de cada etapa dessa metodologia:

A compreensão do problema: antes de tudo, o primeiro passo é entendermos o problema e todos os seus desafios. Para isso, alguns questionamentos como: Qual é a incógnita? Quais são os dados? Quais são as

condições? É possível satisfazer as condições? Elas são suficientes ou não para determinar a incógnita? Existem condições redundantes ou contraditórias?

Logo depois, construiremos figuras para esquematizar a situação proposta no exercício; fato comum na resolução de problemas de Física.

Na construção de uma estratégia de resolução: é essencial encontrarmos conexões entre os dados e a incógnita. Em alguns casos, é proposto avaliar problemas auxiliares ou particulares caso uma conexão não seja encontrada em tempo razoável. As perguntas nesse caso são do tipo: Você já encontrou este problema ou um parecido? Você conhece um problema semelhante? Você conhece teoremas ou fórmulas que possam ajudar?

Na terceira, e penúltima etapa, é a hora de executarmos a estratégia. É comum, aqui, os alunos comentarem ser a parte mais fácil do processo de resolução de um problema. Contudo, a maioria dos principiantes tende a pular esta etapa prematuramente e acabam não obtendo os resultados esperados. Outros elaboram estratégias inadequadas e acabam atrapalhados na execução, sendo obrigados a voltar a etapa anterior.

E, por último, a etapa de revisão da solução: nela, devemos observar a solução obtida, verificando os resultados e os argumentos utilizados. É uma das etapas mais importantes, é quem mostra o seu desenvolvimento de acordo com esse processo, logo algumas perguntas devem ser respondidas com nitidez, tais como: Você pode obter a solução de algum outro modo? Qual a essência do problema e do método de resolução aplicado? Em particular, você consegue usar o resultado – ou o método – em algum outro problema? Qual a utilidade deste resultado?

Portanto, essa metodologia envolve tanto o docente quanto o discente de modo que os dois estejam comprometidos com a execução e o aprendizado. É preciso também que ela seja desenvolvida com o intuito de tornar o conhecimento fácil de ser adquirido e concretizado em sala de aula.

3. POLYA E A ARTE DE RESOLVER PROBLEMAS X OS NÍVEIS DE COMPREENSÃO DE RICHARD SKEMP

George Polya (2006) e Richard Skemp (1980) dedicaram-se ao estudo da Matemática e a encontrar novas maneiras e métodos para facilitar a aprendizagem. Polya criou quatro etapas para resolução de problemas matemáticos, enfatizando que o aluno deve passar por esses estágios para que possa tornar-se um bom “resolvedor” de problemas.

A primeira dessas etapas era a compreensão do problema, no qual cada aluno deveria ler o enunciado e tentar interpretá-lo, facilitando a solução do mesmo.

Skemp (1980), através de seus estudos, dividiu a compreensão em dois níveis: o instrumental e o relacional. Na compreensão instrumental, o aluno é um mero repetidor das ações vistas em sala de aula; já na compreensão relacional, ele visualiza o que lhe foi exposto e cria novos métodos de solução de maneira criativa e inovadora.

Nos tópicos seguintes explicitaremos de maneira mais aprofundada os conceitos dos autores supracitados, relacionando-os diretamente com a pesquisa, tomando como base a resolução de problemas e enfatizando a importância da linguagem na compreensão dos mesmos.

3.1 POLYA E SUA FORMAÇÃO

George Polya nasceu em Budapeste, na Hungria, no dia 13 de dezembro de 1887. Seus pais eram Anna Deutsch e Jakab Pollák, ambos judeus. Viveu na referida cidade, onde concluiu seu doutorado em Probabilidade. Trabalhou durante 26 anos no Instituto Federal de Tecnologia da Suíça, em Zurique e morou na cidade por igual período, adquirindo nacionalidade suíça e casando-se com Stella Weber em 1918.

Para escapar da ameaça Nazista, Polya e sua esposa fugiram em 1940 para os Estados Unidos da América, e em Stanford, a convite de seu amigo Gábor Szegő, assumiu uma colocação no Departamento de Matemática e estabeleceu-se definitivamente em 1942. Dentre os vários ramos da

Matemática que pesquisou destaca-se a Probabilidade e as Equações Diferenciais Parciais.

Polya tornou-se um dos matemáticos mais importantes do Século XX. Sua maior contribuição se relacionou a Heurística da Resolução de Problemas, dentre suas publicações sobre o assunto, pode-se destacar o livro *How to solve it*¹ que vendeu mais de um milhão de exemplares, em 1957.

Para Polya, a Matemática era “uma ciência observacional” onde a observação e a analogia desempenham um papel primordial, acreditava que existia a semelhança no processo criativo da Matemática e das Ciências Naturais.

George Polya é referência no que tange a resolução de problemas, por ser o primeiro a apresentar uma heurística sobre esse assunto. Suas ideias ainda servem de alicerce para trabalhos de outros pesquisadores contemporâneos da área como Schoenfeld e Thompson.

O processo de resolução de problemas matemáticos foi dividido em quatro etapas por Polya, são elas: entendimento do problema, invenção de estratégia de resolução, execução e revisão. Sendo a revisão do problema dividida em dois momentos; depuração e abstração.

3.2 POLYA E SUA OBRA: A RESOLUÇÃO DE PROBLEMAS

Como comentado anteriormente, Polya apresenta sua heurística sob as quatro fases ou etapas que a compõem para resolver um problema: compreensão do problema, estabelecimento de plano, execução do plano e o retrospecto. Discutiremos essas etapas adiante.

Falando um pouco mais sobre este autor e a divisão por ele criada para resolver problemas, devemos entender que cada uma das fases apresenta um grau de significância. Entretanto, algumas vezes, não é preciso executar todas, tendo em vista que se pode saltar da compreensão para o retrospecto, porém pular essas etapas, sem um total entendimento, pode acarretar em uma desastrosa e inconveniente solução.

A compreensão deve ser o primeiro passo para resolução de qualquer problema matemático. Ela consiste em entender o enunciado do problema e,

¹ Tradução: “A arte de resolver problemas”.

desse ponto, fazer indagações sobre os dados, as incógnitas e seus pontos de vista, traçando um plano e criando representações como figura que auxiliam na construção de uma maneira para solucioná-lo.

Sem a compreensão e o conhecimento prévio do que está sendo exposto será difícil obter uma resolução de qualquer problema matemático.

Segundo o autor, para resolver um problema não é necessário que ele seja nem fácil e nem difícil, mas natural e interessante, o que despertaria a curiosidade do aluno, instigando o seu conhecimento.

O Estabelecimento de um plano só poderá ser criado após o entendimento global do problema, a partir desse passo teremos como saber quais cálculos, operações e desenhos serão necessários para encontrar a incógnita.

Para Polya (2006, p. 7), o caminho entre a compreensão do problema e o plano, que será utilizado para sua resolução, pode ser longo e tortuoso. Algumas hipóteses podem surgir gradativamente após várias tentativas ou simplesmente a partir de uma “ideia brilhante”. Na sua concepção, após indagações, sugestões e também discussões, pode surgir a construção de um plano.

Para resolução do problema, serão necessários conhecimentos anteriores, adquiridos através de problemas já resolvidos e teoremas demonstrados. Assim, para começarmos a resolução devemos indagar se há conhecimento de algum problema correlatado. Os problemas correlatados são os que se assemelham ao que está prestes a ser solucionado e que, de alguma forma, possam ser úteis ao estabelecimento do plano.

A execução é uma das etapas mais fáceis e tranquilas para o professor, pois se o aluno, de fato, compreendeu e construiu um plano, a resolução do problema será atingida com sucesso e rapidez, será também o sinal que o entendimento foi completamente satisfatório e é nessa etapa que se pode perceber o raciocínio lógico ou formal.

Nesta fase, percebemos, com clareza e nitidez, o caminho trilhado até a esperada resolução, se foi correto e se o aluno o compreendeu; e, assim, aplicá-lo novamente em problemas semelhantes e se o conhecimento adquirido pode fazê-lo estabelecer novos planos e solucionar outros problemas com a mesma eficácia.

A Retrospectiva ou revisão é a última das etapas na qual se divide a resolução de problemas matemáticos. Com frequência os alunos solucionam um problema e passam para outro, ou, simplesmente, adiantam de assunto e acabam esquecendo ou deixando de executar esta fase, que é tão importante quanto às outras.

Com o estudo e o aprofundamento, se é capaz de melhorar qualquer resolução, e sempre será possível aperfeiçoar a compreensão do problema. Após cumprirmos todo o plano, devemos verificar cada passo para constatarmos que a solução está correta. Nessa etapa é possível visualizar os erros, especialmente em problemas que exigem uma resolução longa e trabalhosa.

O questionamento é fundamental nessa fase. Será que é possível chegar ao resultado por um caminho diferente? Essa indagação permite-nos a visualização de novas possibilidades, e o argumento curto e intuitivo, percebendo-os em um relance.

O aluno tende a não relacionar que a solução de um problema pode ser aplicada em outros semelhantes. Essa é uma excelente oportunidade para o professor apresentar novos problemas com o mesmo caminho para sua resolução e encorajar os alunos, pois os mesmos estão ansiosos para poder ver o que mais conseguirão alcançar com o esforço aplicado. Também é uma ótima oportunidade para as etapas de depuração e abstração.

Na depuração, tem-se como objetivo a verificação da argumentação utilizada, simplificando-a, podendo chegar ao extremo de buscar outros meios de resolver o problema, possivelmente mais simples, mas muito menos intuitivo e só acessível a quem o resolve. Enquanto que na abstração observamos a reflexão sobre o processo de resolução, buscando descobrir a essência do problema e assim, encontrar um método para resolver outros problemas mais gerais ou de aparência diversa.

3.3 COMPREENSÃO DO ENUNCIADO E PRIMEIRA ETAPA DE POLYA

Um problema pode ser diferente para cada aluno, pois depende do seu nível de conhecimento, mas, para Polya (1995) a resolução de um problema pode ser dividida em quatro fases ou etapas que são, compreensão do problema, estabelecimento de um plano, execução do plano e retrospecto. Neste trabalho, a ênfase será dada a primeira etapa, já que para resolver um problema primeiro precisa-se entendê-lo.

Segundo Polya (1995, p.4),

O enunciado verbal do problema precisa ficar bem entendido. O aluno deve também estar em condição de identificar as partes principais do problema, a incógnita, os dados, a condicionante. Daí porque, raramente, pode o professor dispensar as indagações: qual é a incógnita? Quais são os dados?

Um dos maiores obstáculos para a resolução de um problema matemático está na dificuldade durante a leitura do enunciado. A compreensão de um problema matemático pode ser uma tarefa difícil, já que leitura e escrita são de extrema importância para o processo de assimilação e aprendizagem.

Os alunos devem ser incentivados a ler o enunciado e também a refletir sobre o mesmo, sendo capaz de destacar as informações contidas nele e a partir da interpretação do que foi lido encontrar a maneira ou a forma de solucioná-lo.

Segundo Mesquita (2013, p.21),

A interpretação de enunciados matemáticos envolve duas áreas do saber, a Matemática e o Português. Podemos observar a Matemática na resolução de problemas, através do pensamento matemático que o aluno utilizou para chegar a um resultado. Já o Português observa-se através da capacidade que o aluno tem para interpretar um texto ou enunciado, retirando a informação necessária para poder resolver o problema.

No que tange o processo cognitivo, esse mesmo autor coloca que, ao ler um texto, o aluno passa por um processo de interpretação e deve buscar encontrar uma resposta que defina o mesmo, através do entendimento próprio, situações e dicas textuais que, algumas vezes são provocados por fatores sociais e culturais da sociedade em que o mesmo vive.

No mesmo trabalho, autora expõe o conceito de Literacia Matemática no qual diz ser a,

capacidade que cada indivíduo possui para identificar e compreender o papel da matemática no seu mundo, de modo a que consiga realizar juízos matemáticos bem fundamentados e participar na matemática, procurando responder aos desafios e necessidades que possam aparecer ao longo da sua vida, tornando-se um cidadão preocupado e reflexivo. (OCDE², 1999 apud MESQUITA, 2013, p. 12).

O professor tem um papel extremamente importante nesse discurso, pois é o responsável por apresentar o vocabulário matemático que ajudará o aluno a associar a sua língua materna com a linguagem matemática.

Segundo Klüsener (1999 p. 183),

Aprender matemática é, em grande parte, aprender e utilizar suas diferentes linguagens – aritmética, geométrica, algébrica, gráfica, entre outras. Na atualidade, as linguagens matemáticas estão presentes em todas as áreas do conhecimento. Por isso, o fato de dominá-las passa a constituir-se um saber necessário considerando o contexto do dia-a-dia.

Com base em tudo que foi discutido, notamos que, para se galgar êxito na resolução de problemas matemáticos, o indivíduo deve compreender o que está sendo apresentado no texto ou enunciado do mesmo, fazendo uso das literacias, traduzindo a informação contida na linguagem matemática, desenvolvendo os métodos necessários e avaliando se a solução obtida foi plausível.

Levando-se em conta as etapas apresentadas por Polya (2006), em sua heurística, fica de fato provado que a compreensão vem a ser a fase mais importante para a resolução de problemas matemáticos, pois, a partir dela, constroem-se o entendimento e a aprendizagem necessárias para edificar o saber relacional do indivíduo.

² Organização para a Cooperação e Desenvolvimento Económico

3.4 SKEMP E OS NÍVEIS DE COMPREENSÃO INSTRUMENTAL E RELACIONAL

Richard Skemp era um matemático que posteriormente estudou psicologia e foi o primeiro a integrar ambas as disciplinas para esclarecer a aprendizagem em Matemática. Em seus estudos na Universidade de Manchester, Skemp econômico deteve-se primeiramente a distinguir aprendizagem habitual de aprendizagem inteligente.

A aprendizagem habitual era baseada na memorização e a aprendizagem inteligente era mais aprofundada, pautada principalmente na compreensão e elaboração de eixos conceituais, comunicados e utilizados por meio da simbologia. Ele divide essa compreensão em duas categorias: a compreensão relacional e a instrumental.

Para os alunos apreenderem com a resolução de problemas, eles devem ser colocados em situações que envolvam a oportunidade de imitar e praticar. Para a resolução de problemas, temos que observar, imitar e depois os resolver por nós mesmos, dessa forma teremos aprendido a resolvê-los. Ao apresentarmos problemas em sala de aula devemos fazer as indagações para ajudar o aluno a adquirir algo mais importante que um fato matemático (POLYA, 2006).

Sousa (2010), em seu contexto, citou Skemp (1980), o qual traz à tona os dois tipos de conhecimento: o saber (compreensão instrumental) e a compreensão (compreensão relacional). Nessa perspectiva, Fossa (2010) também explica que ao conhecimento do que (instrumental), soma-se o porquê (relacional).

A compreensão relacional visa à assimilação de novos conceitos, a criação de novas ideias e formas de aprender, usando vários modelos de construção e elaboração de uma resposta diferente, utilizando o que aprendeu de uma maneira própria e imaginativa, mas seguindo sempre o eixo básico do que lhe foi exposto.

Pensando em utilizar a resolução de problemas, aliado a teoria de Skemp, o referido autor traz uma visão construtivista sobre conhecimento matemático, no qual a compreensão pode ser dividida em instrumental, que trata o aluno como apenas repetidor da forma de resolução, através de um

processo mecânico, ou seja, sem criatividade para a criação de novas estratégias de solucionar o problema, limitando-se ao que foi exposto em sala de aula.

Enquanto que a compreensão relacional visa à assimilação de novos conceitos, a criação de novas ideias e formas de aprender, usando vários modelos de construção e elaboração de uma resposta diferente, utilizando o que aprendeu de uma maneira própria e imaginativa, mas seguindo sempre o eixo básico do que lhe foi exposto. Sendo assim, o aluno ultrapassa o nível instrumental e começa a criar por si só novas formas de resolução.

Para que um problema matemático seja solucionado requer que o aluno entenda o seu enunciado e, para isso, faz-se necessário a compreensão, porém os mesmos podem não apresentar conhecimento algum, o que para Sousa (2010, p. 39), além dos níveis de compreensão supracitados, acrescenta-se outra categoria que seria a falta de conhecimento, denominada “sem compreensão”.

Neste sentido e por tudo discutido, vemos uma necessidade de que os alunos partam do conhecimento instrumental e cheguem ao conhecimento relacional para aprenderem a resolução de problemas, como algo construtivo e não meramente decorativo.

A compreensão é um processo ininterrupto. O aluno que ainda não a tem, deve adquiri-la, através do que vê em sala de aula, ou da sua busca pessoal e assimilar o conhecimento, edificando e construindo seu próprio saber. O professor tem função de mediador e interlocutor, pois deve orientar os alunos em cada fase desse processo de obtenção e fundamentação do entendimento, buscando alcançar a autonomia e a criatividade dos mesmos.

4. O PERCURSO METODOLÓGICO

A metodologia utilizada para este trabalho é a pesquisa-ação, na qual aproxima a pesquisa e a prática em sala de aula. Nela, apresentaremos a resolução de problemas com enfoque nas etapas criadas pelo autor George Polya (2006) que estão em seu livro “A arte de resolver problemas”.

A problemática deste trabalho visa trabalhar as etapas de Polya na resolução de problemas do ensino médio, com enfoque na primeira etapa a qual trata da compreensão.

Para tanto, haverá ainda a contribuição do o livro “ler e escrever: compromisso para todas as áreas” (2011), da autora Renata Klusener, e do texto “Ler, escrever e compreender a Matemática ao invés de tropeçar nos símbolos”. Do mesmo modo, os PCNs, serão os documentos norteadores do trabalho, por mostrarem as diretrizes de cada disciplina, as quais são obrigatórias para o planejamento do currículo na escola.

Também faz parte do trabalho o autor Richard Skemp com a sua teoria sobre os níveis de compreensão instrumental e relacional, que nos ajudará a criar instrumentos como questionários e avaliações para serem analisados com base nas suas ideias.

4.1 PESQUISA-AÇÃO

No campo educacional, a pesquisa-ação é uma estratégia para o desenvolvimento de professores e pesquisadores; de modo que eles possam utilizar suas pesquisas para aprimorar o seu ensino e, em decorrência, o aprendizado de seus alunos. Porém, mesmo no interior da pesquisa-ação educacional, surgiram variedades distintas (TRIPP, 2005).

Faz algum sentido diferenciar a pesquisa-ação de outros tipos de investigação-ação. Para tanto, Tripp (2005, p. 28) sugere como definição da pesquisa-ação a de Grundy e Kemmis (1982): “é uma forma de investigação-ação que utiliza técnicas de pesquisa consagradas para informar a ação que se decide tomar para melhorar a prática”, e, ainda, o autor acrescenta a sua fala “que as técnicas de pesquisa devem atender aos critérios comuns a outros tipos de pesquisa acadêmica”.

4.2 SUJEITOS DA PESQUISA

O sujeito dessa pesquisa é um grupo de alunos do primeiro ano A do Ensino Médio, no turno vespertino da Escola Estadual Professora Maria Lídia da Silva, localizada no município de São Bento do Trairi, no Estado do Rio Grande do Norte (RN).

O motivo pela escolha da referida turma deveu-se ao fato dela nos possibilitar realizar a análise do seu nível de aprendizagem Matemática, bem como favorecer as reflexões sobre o diagnóstico das possíveis dificuldades ainda existentes, visto que tais alunos acabaram de cursar o Ensino Fundamental II.

A média de idade dos estudantes, que foram observados e tiveram suas resoluções analisadas, foi entre 15 e 17 anos; dentre os quais 11 são do sexo feminino e 2 são do sexo masculino (informações disponíveis no questionário do Apêndice 1). Esse número de alunos era constante em cada aula.

4.3 APLICAÇÃO NA ESCOLA

O trabalho foi dividido em duas etapas: uma aplicação de um questionário sobre a importância da resolução de problemas matemáticos e uma avaliação para analisar os conhecimentos prévios dos alunos sobre conjuntos. O assunto foi escolhido por ser um dos que mais intriga os alunos, por sua vasta utilização no cotidiano e sua aplicação nas demais áreas do conhecimento.

Os questionários foram elaborados e aplicados pela discente do Curso de Licenciatura em Matemática e encontram-se no apêndice (Apêndice 1) deste trabalho.

Após a aplicação do módulo de ensino, foi realizada uma nova avaliação com intuito de observarmos, com base nos conceitos de compreensão de Skemp, se houve uma evolução com relação aos níveis, tendo como base os dados coletados na primeira avaliação.

No questionário, constam perguntas para situar o grupo pesquisado, como a idade e sexo. Além destas, há questões sobre: resolução de problemas, a diferença entre problema e exercício matemático, se o aluno entende que a compreensão do enunciado de um problema é importante para sua solução e se conhece alguma técnica de resolução de problema matemático.

Neste mesmo momento, também, foi aplicada uma avaliação inicial com problemas envolvendo conjuntos para analisar os conhecimentos prévios dos alunos.

O módulo de ensino foi dividido em seis encontros com tempo de execução de cinquenta minutos cada um. Durante as aulas, foi abordada a metodologia de resolução de problemas matemáticos aliado à heurística de Polya e suas etapas, visando demonstrar que a compreensão é a etapa mais importante para a resolução de problemas.

Posteriormente, ao fim dos encontros foi apresentada uma nova avaliação, na qual se apresentou questões sobre o assunto referente ao módulo. É nesta fase que se tem a confirmação da aplicação das etapas como proposto inicialmente, ou se os alunos criaram uma nova heurística na resolução dos problemas sugeridos, o que será mostrado nos resultados e discussão.

Após finalização dos encontros, os dados foram tabulados e discutidos no item posterior.

5. RESULTADOS E DISCUSSÃO

Nesta parte do trabalho, trataremos do questionário, avaliação inicial, e avaliação final, as quais foram apresentadas aos alunos no primeiro encontro.

O questionário teve como finalidade reconhecer se os alunos sabem diferenciar um problema de um exercício, se conhecem alguma heurística sobre o tema e se julgavam que a compreensão de um enunciado matemático era importante pra a resolução de um problema.

A avaliação inicial teve como finalidade diagnosticar os conhecimentos prévios sobre o assunto proposto para o módulo de ensino. E, para finalizar, foi realizada uma avaliação com intuito de verificar se, após o módulo de ensino, os alunos apresentaram uma melhora na compreensão do assunto abordado em sala, tomando como base os autores citados na fundamentação teórica do trabalho.

5.1 QUESTIONÁRIO

Os questionários foram distribuídos na primeira aula do módulo de ensino, juntamente com a avaliação inicial. Diagnosticamos, através da análise dos questionários e das respostas dos alunos, que os mesmos ainda apresentam dificuldades na diferenciação entre problema e exercício. Como mostram os dados da tabela abaixo:

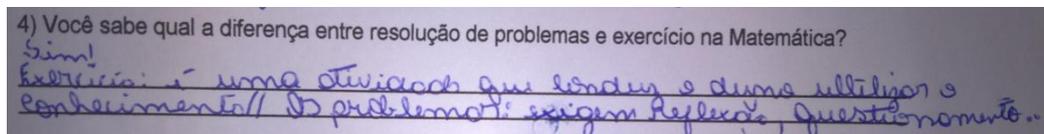
Tabela 1 - Indicação inicial sobre resolução de problemas

Classificação	Questão 3	Questão 4	Questão 5	Questão 6	Questão 7
Não sabem responder ou deixaram a questão em branco	5	6	4	4	5
Responderam de maneira incompleta ou parcialmente correta	4	3	3	0	5
Responderam de Maneira correta	4	4	6	8	3

(Fonte: Elaborada pela autora - 2017).

Dentre as respostas obtidas, destacou-se a de um aluno que apresentou um pequeno entendimento sobre o tema:

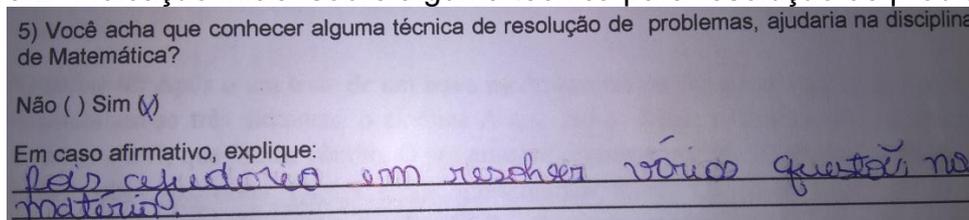
Figura 1 - Indicação inicial sobre resolução de problemas.



(Fonte: Elaborada pela autora - 2017).

Na questão de número 5, procuramos investigar se os alunos conheciam alguma técnica para a resolução de problemas matemáticos. Dentre as resposta recebidas destacou-se uma:.

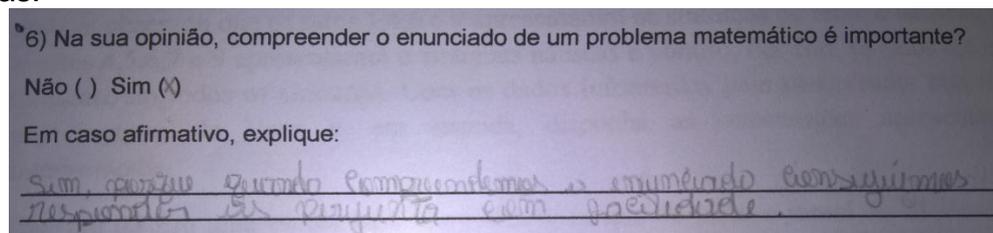
Figura 2- Indicação inicial sobre alguma técnica para resolução de problemas.



(Fonte: Elaborada pela autora - 2017).

Na questão de número 6, procuramos investigar se os alunos consideravam a compreensão do enunciado era importante para a resolução de um problema matemático. Dentre as respostas recebidas, destacou-se uma:

Figura 3 - Indicação sobre a importância da compreensão para a resolução de problemas.



(Fonte: Elaborada pela autora - 2017).

5.2 AVALIAÇÃO INICIAL

O objetivo principal dessa avaliação foi estimar os conhecimentos prévios dos alunos, verificando o tipo de compreensão que cada um apresentava, baseado na Teoria de Skemp e na interpretação de enunciados

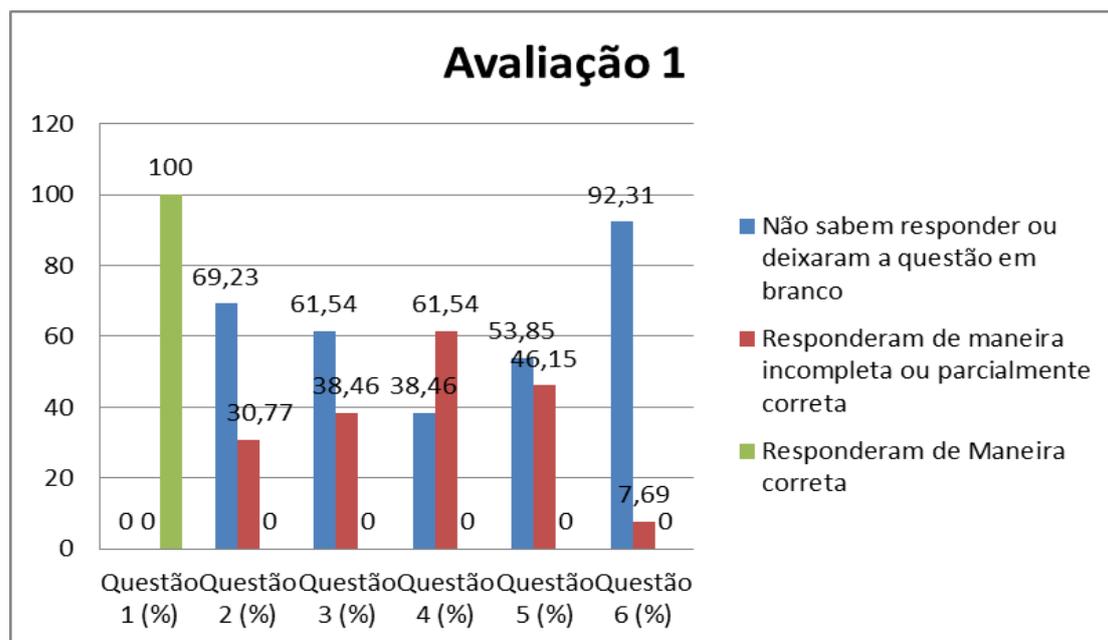
matemáticos. Essa interação entre a nossa língua materna (Língua Portuguesa) e a Matemática aproxima as duas.

Tabela 2 - Indicação sobre a resolução das questões da avaliação inicial

Classificação	Questão 1	Questão 2	Questão 3	Questão 4	Questão 5	Questão 6
Não sabem responder ou deixaram a questão em branco	0	9	8	5	7	12
Responderam de maneira incompleta ou parcialmente correta	0	4	5	8	6	1
Responderam de Maneira correta	13	0	0	0	0	0

(Fonte: Elaborada pela autora - 2017).

Figura 4 - Representação gráfica em porcentagem da avaliação 1.



(Fonte: Elaborada pela autora - 2017).

Analisando, genericamente, os resultados da primeira avaliação, percebemos que na questão 1, que se tratava de um exercício de aplicação dos conceitos de conjunto de uma forma mais simples, ou seja, a união e a interseção, os alunos conseguiram responder utilizando os conhecimentos prévios.

Na questão 2, que tratava a mesma ideia da questão 1, porém se apresentava de forma contextualizada, os mesmos tiveram dificuldades na retirada de informação e interpretação dos dados propostos no enunciado do problema. Esta etapa permitiu observar que os alunos conseguiram retirar as informações contidas no enunciado, mas não associavam a linguagem matemática; sendo assim, não conseguiram representá-los no diagrama.

Na questão 3, percebemos que os alunos que fizeram a tentativa de resolução não precisavam retirar as informações do texto, mas teriam que associar a linguagem matemática à linguagem materna. Nesta questão, eles apresentaram falta de entendimento quando se tratava dos conectivos “e” e “ou”, esses tem associação direta, pois na Matemática os conectivos representam união e interseção. A compreensão do enunciado parte dessas palavras-chave para que se obtenha a resolução do problema.

Em um contexto global, alguns alunos, tomando como base a Teoria de Skemp e um novo termo citado anteriormente por Sousa (2010) neste trabalho, encontram-se no estágio de não compreensão; e os demais localizam-se entre sem compreensão e a compreensão instrumental, por não conseguirem responder a um simples exercício de aplicação.

5.3 AVALIAÇÃO FINAL

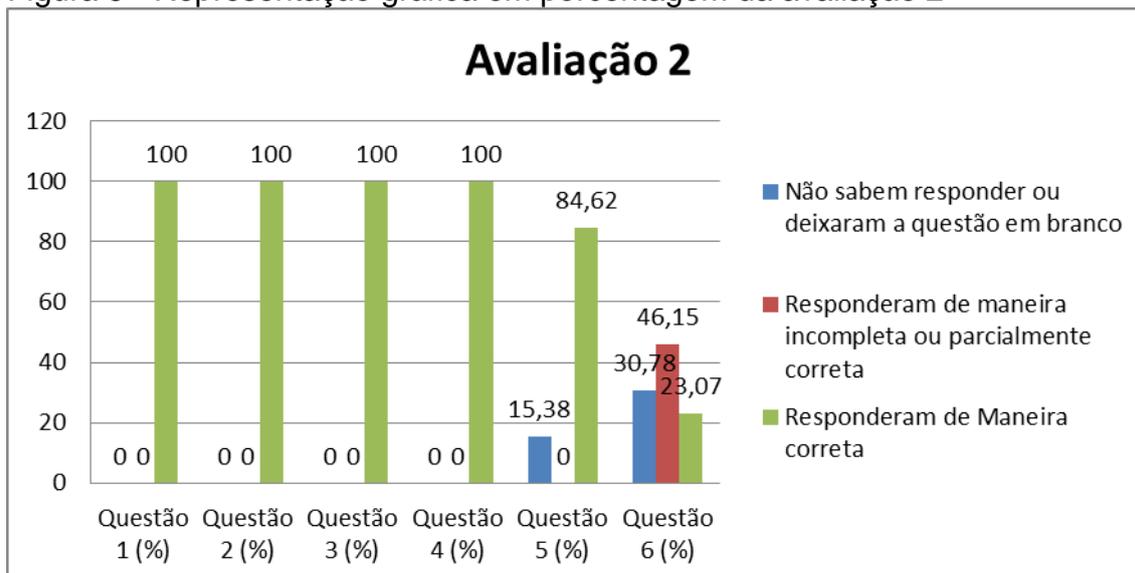
No que tange a avaliação final, temos:

Tabela 3 - Indicação sobre a resolução das questões da avaliação 2

Classificação	Questão 1	Questão 2	Questão 3	Questão 4	Questão 5	Questão 6
Não sabem responder ou deixaram a questão em branco	0	0	0	0	2	4
Responderam de maneira incompleta ou parcialmente correta	0	0	0	0	0	6
Responderam de Maneira correta	13	13	13	13	11	3

(Fonte: Elaborada pela autora - 2017).

Figura 5 - Representação gráfica em porcentagem da avaliação 2



(Fonte: Elaborada pela autora - 2017).

Com relação aos dados coletados, a partir das respostas dos alunos nesta avaliação, notamos um desenvolvimento significativo na resolução das questões tomando como base a avaliação inicial. Diferentemente da avaliação 1, nesta, todos eles responderam as questões 1, 2, 3 e 4 com sucesso; 11 responderam a questão 5 corretamente e alguns poucos tentaram solucionar a questão 6, que trata da interpretação de um gráfico; porém, apenas 3 conseguiram resolver esta última corretamente.

Os alunos, que tiveram dificuldades ou não conseguiram resolver a primeira questão da avaliação inicial, lograram êxito na solução de uma questão similar. Enquanto que, na questão 2 desta avaliação, que tinha a mesma proposta da questão correspondente na primeira avaliação, os alunos começaram a retirar informações utilizando a linguagem matemática e representá-las no diagrama.

Em comparação com a avaliação 1, houve uma melhora significativa na interpretação e compreensão das informações contidas no enunciado. Na questão 3, os alunos associaram a linguagem matemática a informações contidas no enunciado. Isto demonstrou um grande avanço, uma vez que os mesmos não o fizeram na avaliação inicial.

As questões 4 e 5, que apresentavam a mesma proposta da 3, de trabalhar a linguagem com a interpretação de dados e logo após a montagem do esquema com o diagrama de Venn, também foram respondidas.

Já a questão de número 6, a qual apresentava uma proposta diferente das demais, pois além de trabalhar com interpretação de enunciados também exigia uma interpretação de gráficos, notou-se uma dificuldade na leitura e compreensão dessas informações. Logo, percebemos que além das linguagens, já utilizadas em sala de aula, também achamos necessário apresentar esta nova linguagem específica de gráficos, o que apesar de 3 alunos responderem essa questão, encontramos uma grande dificuldade de interpretar e retirar as informações contidas na questão.

Comparando com os resultados da primeira avaliação, obtivemos um bom desempenho, apesar de alguns não responderem corretamente. Nas questões 5 e 6, todos apresentaram um desenvolvimento na organização e esquematização dos dados, o que não foi visto no primeiro momento, no qual não se teve nenhuma compreensão com relação aos dados apresentados no gráfico.

5.4 RESULTADOS

Abaixo todas as tabelas e gráficos, comparando os resultados das avaliações inicial e final.

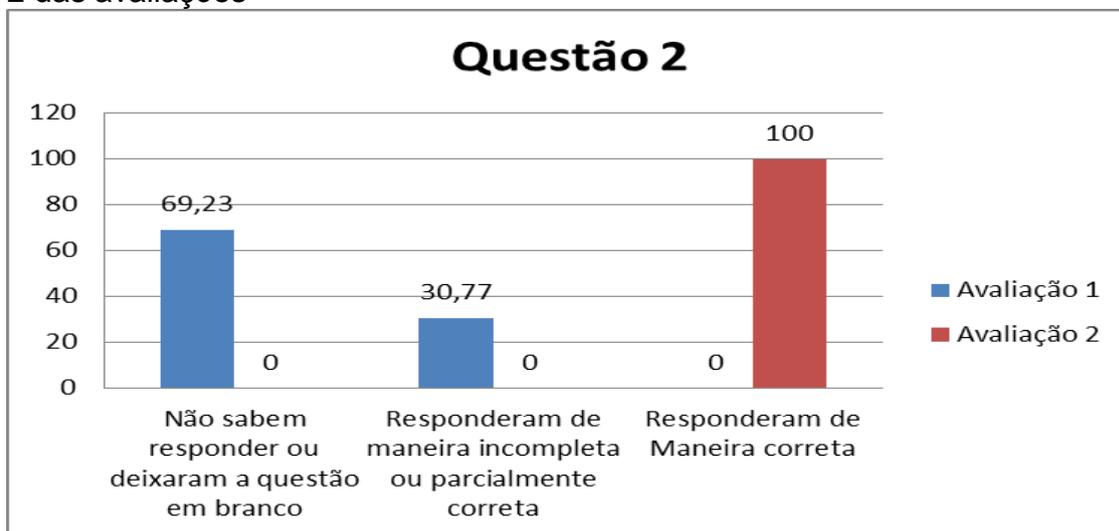
Tabela 4 - Indicação sobre a comparação entre os resultados das avaliações 1 e 2

	Avaliação	Não sabem responder ou deixaram a questão em branco	Responderam de maneira incompleta ou parcialmente correta	Responderam de maneira correta
Questão 1	1	0	0	13
	2	0	0	13
Questão 2	1	9	4	0
	2	0	0	13
Questão 3	1	8	5	0
	2	0	0	13
Questão 4	1	5	8	0
	2	0	0	13
Questão 5	1	7	6	0
	2	2	0	11
Questão 6	1	12	2	0
	2	4	6	3

(Fonte: Elaborada pela autora - 2017).

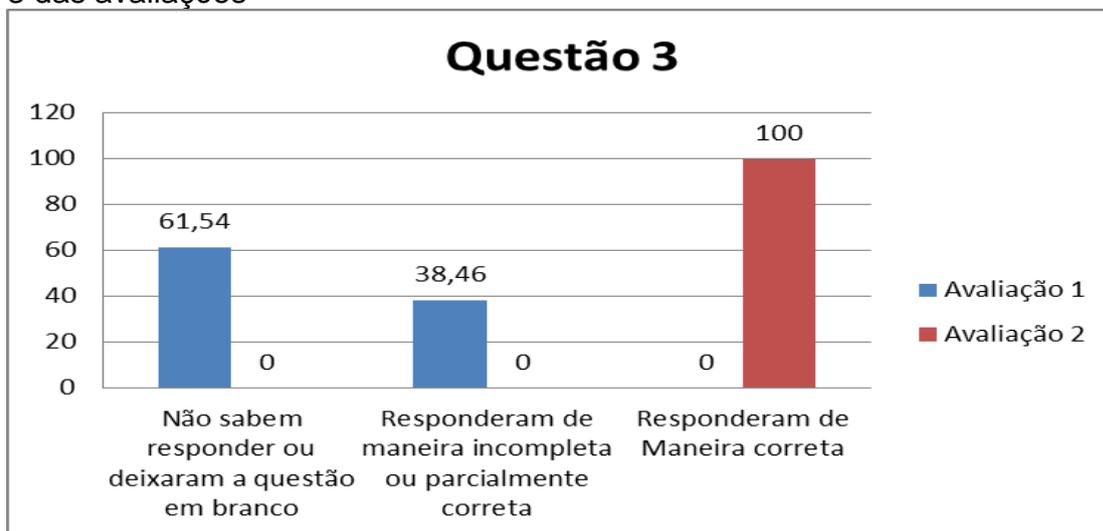
A questão de número 1 não será apresentado gráfico, pois, em ambas as avaliações, obteve-se 100% das respostas corretas.

Figura 6 - Representação gráfica da comparação em porcentagem da questão 2 das avaliações



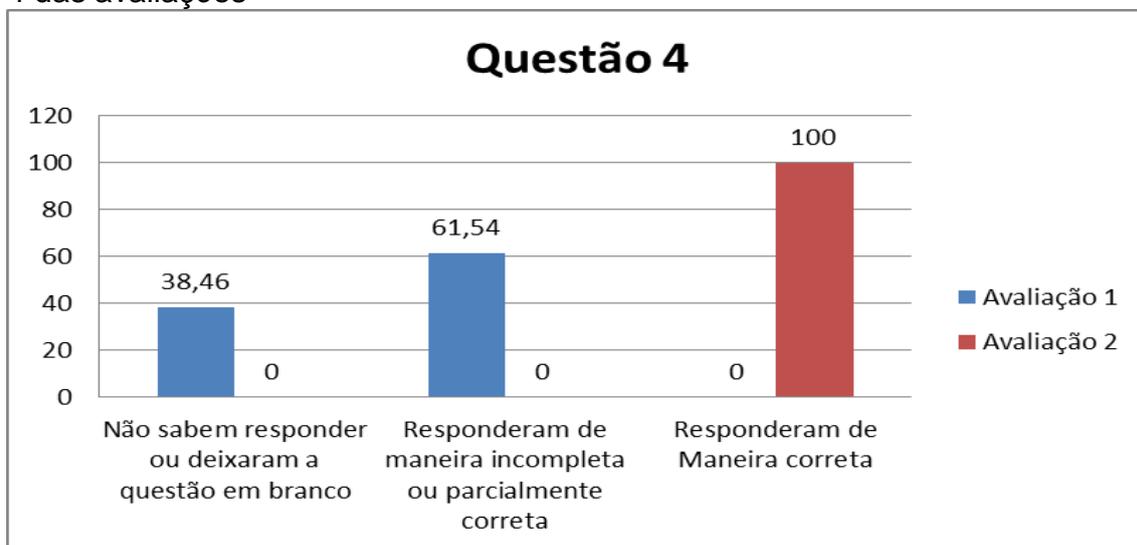
(Fonte: Elaborada pela autora - 2017).

Figura 7 - Representação gráfica da comparação em porcentagem da questão 3 das avaliações



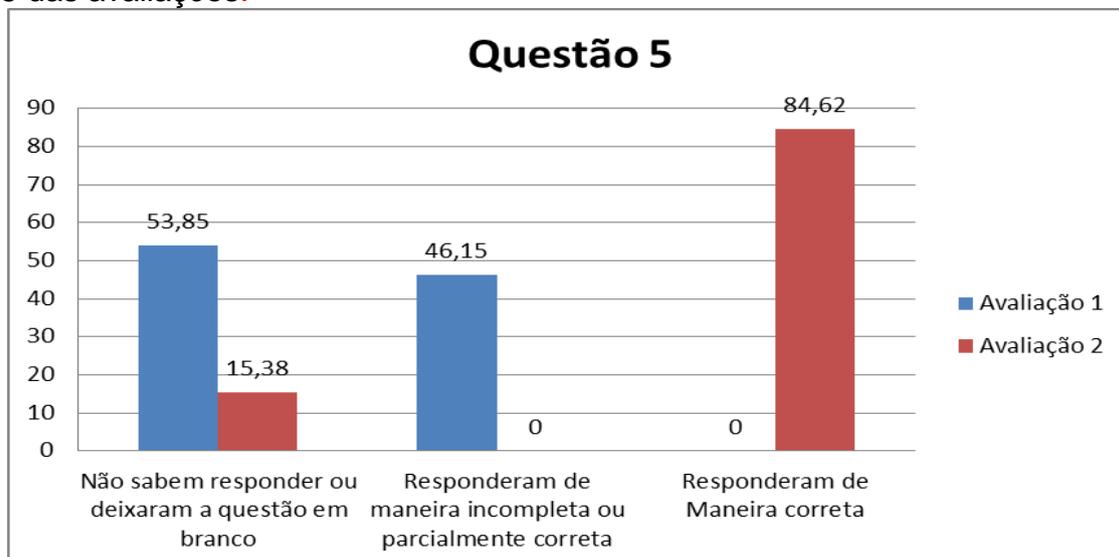
(Fonte: Elaborada pela autora - 2017).

Figura 8 - Representação gráfica da comparação em porcentagem da questão 4 das avaliações



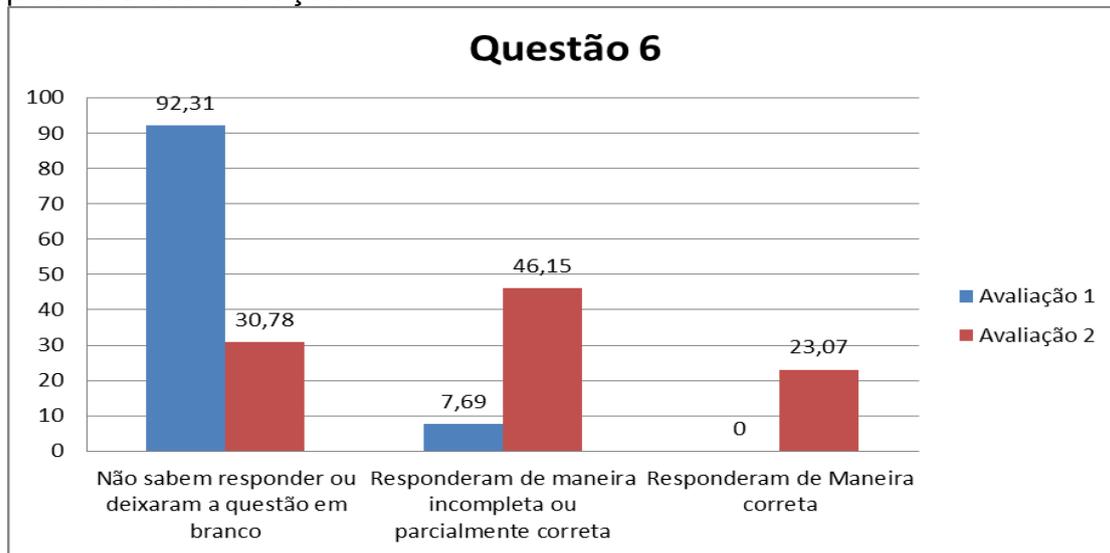
(Fonte: Elaborada pela autora - 2017).

Figura 9 - Representação gráfica da comparação em porcentagem da questão 5 das avaliações.



(Fonte: Elaborada pela autora - 2017).

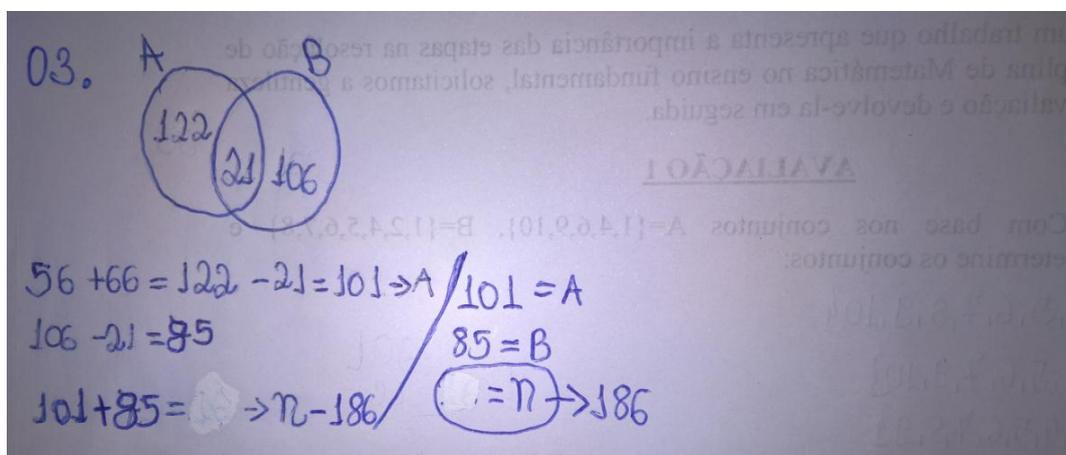
Figura 10 - Representação gráfica da comparação em porcentagem da questão 6 das avaliações



(Fonte: Elaborada pela autora - 2017).

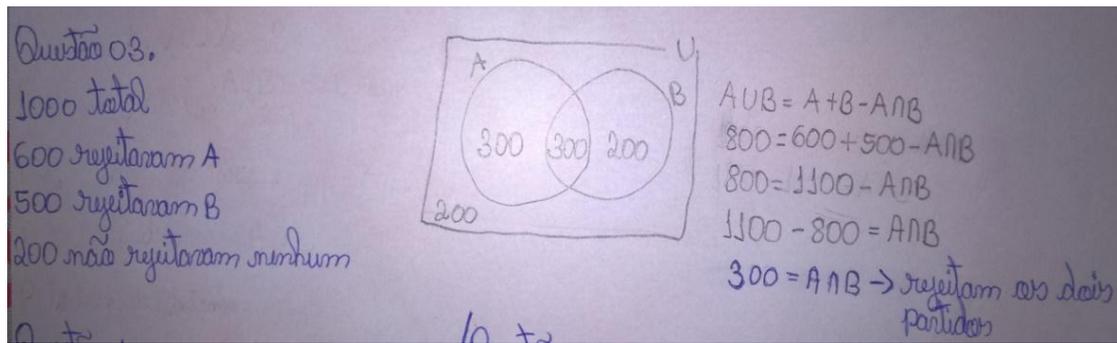
Quando levamos em consideração o exposto anteriormente, demonstramos, através da pesquisa, que os alunos de alguma forma atingiram um nível de compreensão que não foi constatado no início da aplicação. Relacionando a avaliação inicial e a avaliação final observamos uma evolução do estágio de sem compreensão para o primeiro nível de compreensão de Skemp, ou seja, a compreensão instrumental. Para aqueles que se encontravam em um nível intermediário entre as duas compreensões supracitadas, obtiveram um desempenho que os fez atingir a compreensão relacional.

Figura 11 - Questão 3, avaliação 1, aluna 1.



(Fonte: Elaborada pela autora - 2017).

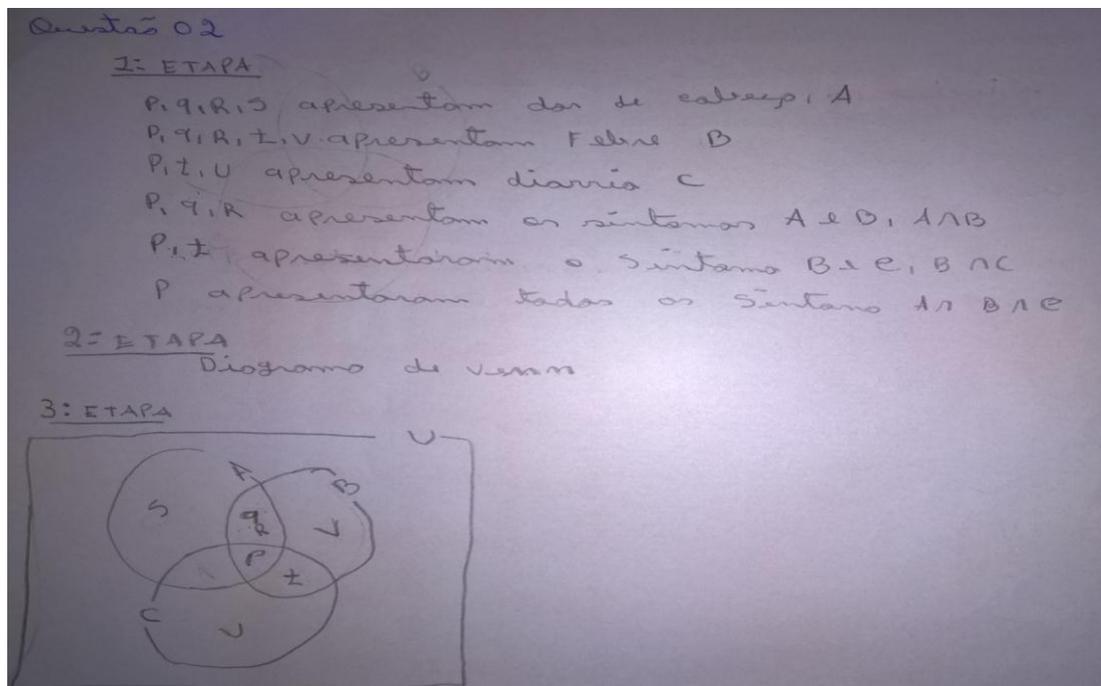
Figura 12 - Resolução da questão 3, avaliação 2, aluna 1.



(Fonte: Elaborada pela autora - 2017).

Norteando-se pela heurística de Polya, na qual se fundamenta este trabalho, percebemos que ao final do atividade realizada neste módulo de ensino e baseada nessa heurística, os alunos começaram a utilizar as etapas do autor na resolução dos problemas, dando ênfase a primeira fase que é a compreensão. Mesmo aqueles que não aplicaram todas as etapas atingiram um significativo avanço na organização dos dados.

Figura 13 - Uso das etapas de Polya pelo o aluno na resolução de problemas.



(Fonte: Elaborada pela autora - 2017).

6. CONSIDERAÇÕES FINAIS

Ao aplicarmos as etapas de Polya na resolução de problemas matemáticos, podemos observar na prática como a primeira parte, que é a compreensão, tem importância. Buscando comprovar a importância da mesma na interpretação dos enunciados, foi notado seu bom desenvolvimento e também como facilitadora da aprendizagem no que tange o ensino da Matemática como um todo e na resolução de problemas.

Após o período de aplicação do módulo de ensino, verificamos uma evolução significativa no método de resolução dos problemas utilizado pelos alunos. Um avanço no modo de organização e esquematização, como também se observou o uso das etapas de Polya para as soluções. Comprovando que a compreensão e a interpretação dos enunciados é a fase de maior significância no processo de resolução.

Ao fim do trabalho, os alunos já utilizavam a heurística de Polya em suas soluções, fato que antes não era percebido.

Comparando as duas avaliações propostas e as replicações dos alunos, ficou notório o progresso, de um modo geral, pois muitos que não haviam formulado respostas para as questões da avaliação inicial, o fizeram com sucesso na segunda, de maneira mais ordenada e demonstrando um maior entendimento de cada questão proposta.

Ao compararmos a compreensão dos alunos, fundamentando-se nos níveis de compreensão de Skemp, também atentamos para um desenvolvimento que partiu da inexistência da compreensão (sem compreensão), passando pela instrumental e quase alcançando a compreensão relacional.

Devemos entender que a responsabilidade de incentivar a leitura e interpretação de textos não é apenas de responsabilidade do professor de Língua Portuguesa, apesar da Matemática ter uma linguagem própria, faz-se extremamente necessário o ensino das novas linguagens para que o aluno aproprie-se de novos conhecimentos e assim os aplique em sala de aula.

Por fim, após todas as considerações, atestamos, de maneira irrefutável, a importância da primeira etapa de heurística de Polya na resolução dos problemas matemáticos, pois através da compreensão de enunciados e da

interpretação dos mesmos poderá ser alcançado uma evolução no nível de aprendizagem por parte dos alunos. Portanto, comprova-se a relevância inegável de se obter a compreensão relacional na resolução de problemas, pois apenas através dela os alunos construirão seu próprio entendimento e, a partir de então, poderão criar novas fórmulas e métodos de resolução, apoderando-se do conhecimento e elevando o nível da educação no ambiente escolar.

REFERENCIAS

BRASIL. SECRETARIA DE EDUCAÇÃO FUNDAMENTAL. **Parâmetros curriculares nacionais: introdução aos parâmetros curriculares nacionais**. Brasília, 1997.

BRASIL. SECRETARIA DE EDUCAÇÃO FUNDAMENTAL. **Parâmetros curriculares nacionais: Língua Portuguesa**. Brasília, 1998, p. 69.

FERNANDES, José Aparecido da Silva; OLIVEIRA, Elisandra Brizolla de. A RESOLUÇÃO DE PROBLEMAS COMO METODOLOGIA DE ENSINO-APRENDIZAGEM DE MATEMÁTICA EM SALA DE AULA. In: ENCONTRO CAPIXABA DE EDUCAÇÃO MATEMÁTICA, 10., 2015, Vitória. **Proceedings...**. Vitória: Sbem- Regional Espírito Santos, 2015. p. 1 - 8. Disponível em: <http://ocs.ifes.edu.br/index.php/ECEM/X_ECEM>. Acesso em: 01 jun. 2017.

GUEDES, Paulo Coimbra; SOUZA, Jane Mari de. Leitura e escrita são tarefas da escola e não só do professor de português. In: NEVES, Iara Conceição Bitencourt et al (Org.). **Ler e escrever: compromisso de todas as áreas**. 9. ed. Rio Grande do Sul: Ufrgs, 2011. p. 19-24.

KLÜSENER, Renata. Ler, escrever e compreender a matemática, ao invés de tropeçar nos símbolos. In: NEVES, Iara Conceição Bitencourt et al (Org.). **Ler e escrever: compromisso de todas as áreas**. 9. ed. Rio Grande do Sul: Ufrgs, 2011. p. 181-195.

MATTA, Sozângela Schrmim da. O ATO DE LER: A AÇÃO DA LEITURA. In: MATTA, Sozângela Schrmim da. **PORTGUÊS: Linguagem e Interação**. Curitiba: Bolsa, 2009. Cap. 11. p. 69-76.

MESQUITA, Mónica Sofia Bilro Vasques de. **A interpretação de enunciados matemáticos e a resolução de problemas: Um estudo com alunos do 4.º ano de escolaridade**. 2013. 126 f. Dissertação (Mestrado) - Curso de Pedagogia, Escola Superior de Educação, Instituto Politécnico de Setúbal, Setúbal, 2013. Cap. 4.

ONUCHIC, Lourdes De La Rosa; Allevato, Norma Suely Gomes. **Pesquisa em Resolução de Problemas: caminhos, avanços e novas perspectivas**. Bolema - Mathematics Education Bulletin, v. 25, n. 41, p. 73-98, 2011. Disponível em: <<http://hdl.handle.net/11449/72994>>. Acesso em 01 de jul. de 2017.

POFFO, Elaine Maria. **A resolução de problemas como metodologia de ensino: uma análise a partir das contribuições de Vygotsky: uma análise a**

partir das contribuições de Vygotsky. In: SEMINÁRIO EM RESOLUÇÃO DE PROBLEMA, 2., 2011, Rio Claro. Proceedings... . Rio Claro: Unesp, 2011. p. 1 - 12. Disponível em: <<http://igce.rc.unesp.br/#!/departamentos/educacao-matematica/gterp/ii-serp---2011/trabalhos/>>. Acesso em: 01 jun. 2017.

POLYA, George. **A arte de resolver problema: um novo aspecto do método Matemático.** 2. ed. Rio de Janeiro: Interciência, 1995. 196 p. Tradução e Adaptação : Heitor Lisboa de Araújo.

POLYA, George. **A arte de resolver problemas.** Rio de Janeiro: interciência, Incidência, 2006.

RODRIGUES, Adriano; MAGALHÃES, Shirlei Cristina. A Resolução de problemas nas aulas de Matemática. **Revista Acadêmica Feol**, Minas Gerais, v. 01, n. 01, p.1-16, 2011. Mensal. Disponível em: <<http://177.8.219.7:8081/revista/index.php/R1/article/view/11>>. Acesso em: 01 jun. 2017

SOARES, M. T. C., PINTO, N. B. **Metodologia da resolução de problemas.** In: 24ª Reunião ANPEd, 2001, Caxambu. Disponível em:<<http://www.anped.org.br/reunioes/24/tp1.htm#gt19> . Acesso em: 01 julho 2017.

SOUSA, Enne Karol Venancio de. **Um estudo sobre o ensino-aprendizagem das demonstrações Matemática.** 2010. 134 f. Dissertação (Mestrado) - Curso de Licenciatura em Matemática, Centro de Ciência Exatas e da Terra, Universidade Federal do Rio Grande do Norte, Natal, 2010.

TRIPP, David. Pesquisa-ação: uma introdução metodológica. **Revista Educação e Pesquisa**, São Paulo, v. 31, n. 3, p.443-466, dez. 2005. Mensal. Disponível em: <<http://www.scielo.br/pdf/ep/v31n3/a09v31n3>>. Acesso em: 23 set. 2016.

ZORZAN, Adriana Salete Loss. Ensino-Aprendizagem: Algumas tendências na educação Matemática. **Revista de Ciências Humanas**, Santa Catarina, v. 8, n. 10, p.77-93, 2007. Mensal. Disponível em: <<http://revistas.fw.uri.br/index.php/revistadech/article/view/303>>. Acesso em: 01 jun. 2017.

APÊNDICES

APÊNDICE A – Modelo do questionário aplicado na turma;

**INSTITUTO FEDERAL DO RIO GRANDE DO NORTE CAMPUS SANTA CRUZ CURSO DE
LICENCIATURA EM MATEMÁTICA.**

RESOLUÇÃO DE PROBLEMAS MATEMÁTICOS

Buscando realizar um trabalho que apresenta a importância das etapas na resolução de problemas na disciplina de Matemática no ensino fundamental, solicitamos a gentileza de responder este questionário e devolvê-lo em seguida.

QUESTIONÁRIO

1) Idade:

() 14 e 15 anos () 15 a 17 anos () mais de 17 anos

2) sexo:

() Feminino () Masculino

3) O que você entende por resolução de problemas na Matemática?

4) Você sabe qual a diferença entre resolução de problemas e exercício na Matemática?

5) Você acha que conhecer alguma técnica de resolução de problemas, ajudaria na disciplina de Matemática?

Não () Sim ()

Em caso afirmativo, explique:

6) Na sua opinião, compreender o enunciado de um problema matemático é importante?

Não () Sim ()

Em caso afirmativo, explique:

7) Na sua opinião, qual a importância da resolução de problemas na Matemática?

APÊNDICE B – Modelo dos questionários aplicados com a turma, antes da explicação;

**INSTITUTO FEDERAL DO RIO GRANDE DO NORTE CAMPUS SANTA
CRUZ CURSO DE LICENCIATURA EM MATEMÁTICA.**

RESOLUÇÃO DE PROBLEMAS MATEMÁTICOS

Buscando realizar um trabalho que apresenta a importância das etapas na resolução de problemas na disciplina de Matemática no ensino fundamental, solicitamos a gentileza de responder esta avaliação e devolve-la em seguida.

AVALIAÇÃO 1

Questão 01 – Com base nos conjuntos $A=\{1,4,6,9,10\}$, $B=\{1,2,4,5,6,7,8\}$ e $C=\{3,4,5,6,7,9\}$, determine os conjuntos:

a) $A \cup B$:

b) $A \cup C$:

c) $B \cup C$:

d) $A \cap B$:

e) $A \cap C$:

f) $B \cap C$:

g) $A \cap B \cap C$:

Questão 02 Após o teste de um novo medicamento em ratos numerados de 1 a 10, constataram-se três sintomas, o sintoma A que indica febre, o sintoma B que indica náuseas e o C, que indica vômito. O pesquisador registrou em seu relatório as seguintes informações, os ratos 1,4,6,9 e 10 apresentaram febre. Os ratos 1,2,4,5,6,7 e 8 apresentaram náuseas e os ratos 3,4,5,6,7 e 9 apresentaram vômito. O pesquisador também observou que os ratos 1,4,6 e 9 apresentaram os sintomas de febre e náuseas. Já os ratos 4,5,6,7 e 9 apresentaram os sintomas náuseas e vômito. Por fim, os ratos 4,6 e 9 apresentaram todos os sintomas. Com os dados informados pelo pesquisador construa um diagrama de Venn e, em seguida, disponha as informações apresentadas anteriormente.

Questão 03 Em uma escola há n alunos. Sabe-se que 56 lêem o jornal A, 21 lêem os jornais A e B. 106 lêem apenas um dos jornais e 66 não lêem o jornal B. Determine o valor de n .

Questão 04 Uma pesquisa em que 500 pessoas foram entrevistadas revelou que:

- 235 compram o jornal X;
- 245 compram o jornal Y;
- 250 compram o jornal Z;
- 130 compram os jornais X e Y;

- 60 compram os jornais X e Z;
- 120 compram os jornais Y e Z;
- 30 não compram nenhum dos jornais.

a) Quantas pessoas compram os três jornais?

b) Quantas pessoas compram nenhum um dos jornais?

Questão 05 Dos 650 alunos matriculados em uma escola de idiomas, sabe-se que 420 cursam inglês, 134 cursam espanhol e 150 não cursam inglês nem espanhol. Com base nesses dados, determinar o número de alunos que:

- Cursam inglês ou espanhol;
- Cursam inglês e espanhol;
- Cursam espanhol e não cursam inglês;
- Cursam apenas inglês ou apenas espanhol.

Questão 06 Em uma campanha oftalmológica foram realizados exames de vista em 2000 pessoas. Os resultados desses exames estão representados no gráfico abaixo:



Com base nesse gráfico, responda:

- Quantas pessoas no total apresentaram algum problema de visão?
- Quantas pessoas possuem hipermetropia? E astigmatismo?

APENDICE C – Modelo dos questionários aplicados com a turma, depois da explicação.

**INSTITUTO FEDERAL DO RIO GRANDE DO NORTE CAMPUS DE SANTA CRUZ,
CURSO DE LICENCIATURA EM MATEMÁTICA.**

RESOLUÇÃO DE PROBLEMAS MATEMÁTICOS

Apresentar a importância das etapas na resolução de problemas na disciplina de Matemática no Ensino Médio. Solicitamos a gentileza de responder esta avaliação e devolve-la em seguida.

AVALIAÇÃO 2

Questão 01 Dados os conjuntos $A=\{s,q,r,p\}$, $B=\{p,q,r,t,v\}$ e $C=\{p,t,u\}$, determine os conjuntos:

- a) $A \cup B$
- b) $A \cup C$
- c) $B \cup C$
- d) $A \cap B$
- e) $A \cap C$
- f) $B \cap C$
- g) $A \cap B \cap C$

Questão 02 Após o teste de uma nova vacina em cobaias humanas classificadas de p a v , constataram-se três sintomas, A que indica dor de cabeça, B que indica febre e C que indica diarreia. O pesquisador registrou em seu relatório as seguintes informações, as cobaias p, q, r, s apresentaram dor de cabeça, as cobaias p, q, r, t, v apresentaram febre e as cobaias p, t, u apresentaram diarreia, o pesquisador também observou que as cobaias p, q, r apresentaram os sintomas de dor de cabeça e febre, já as cobaias p, t apresentaram os sintomas febre e diarreia e por fim a cobaia p apresentou todos os sintomas. Com os dados informados pelo pesquisador construa um diagrama de Venn e, em seguida, disponha as informações apresentadas anteriormente.

Questão 03 Um instituto de pesquisas entrevistou 1000 indivíduos, perguntando sobre sua rejeição aos partidos **A** e **B**. verificou-se que 600 pessoas rejeitavam o partido **A**; que 500 rejeitam o partido **B** e que 200 não rejeitam nenhum partido. Qual o número de indivíduos que rejeitavam os dois partidos?

Questão 04 As marcas de cerveja mais consumidas em um bar, num certo dia, foram **A**, **B** e **S**. Os garçons constataram que o consumo se deu de acordo com o consumo apresentado a seguir:

- 150 pessoas consumiram a cerveja A;
- 120 pessoas consumiram a cerveja B;
- 81 pessoas consumiram a cerveja S;
- 60 pessoas consumiram as cervejas A e B;
- 40 pessoas consumiram as cervejas B e S;
- 20 pessoas consumiram as cervejas A e S;
- 15 pessoas consumiram todas as cervejas;
- 70 pessoas consumiram outras cervejas.

a) Quantos beberam cerveja no bar, nesse dia?

b) Dentre os consumidores de A, B e S, quantos beberam apenas duas dessas marcas?

c) Quantos não consumiram a cerveja S?

d) Quantos não consumiram a cerveja B nem a marca S?

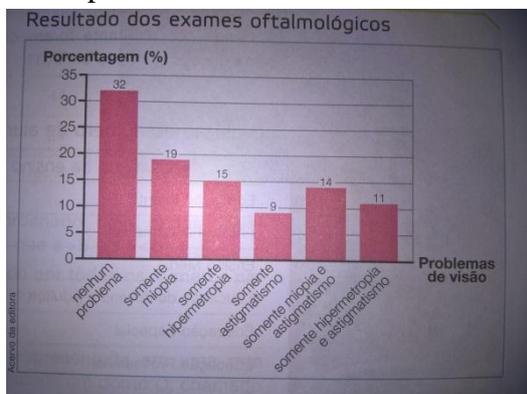
Questão 05 Numa sala de aula com 40 alunos, 19 alunos jogam futebol; 25, vôlei; 13, basquete; 12, futebol e vôlei; 8, vôlei e basquete; também 8 jogam futebol e basquete e 4 praticam os três esportes. Determine:

a) Quantos alunos da sala não praticam nenhum desses esportes?

b) Quantos praticam apenas um desses esportes?

c) Quantos praticam exatamente dois desses esportes?

Questão 06 Em uma campanha oftalmológica foram realizados exames de vista em 2000 pessoas. Os resultados desses exames estão representados no gráfico abaixo:



a) Quantas pessoas no total apresentaram algum problema de visão?

b) Quantas pessoas apresentaram miopia? E astigmatismo?