

UNIVERSIDADE FEDERAL DO RIO GRANDE DO NORTE  
CENTRO DE CIÊNCIAS SOCIAIS E APLICADAS  
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM EDUCAÇÃO

ENNE KAROL VENANCIO DE SOUSA

**UM ESTUDO SOBRE A COMPREENSÃO DAS  
DEFINIÇÕES MATEMÁTICAS NO CURSO DE  
LICENCIATURA EM MATEMÁTICA**

NATAL

2015

ENNE KAROL VENANCIO DE SOUSA

**UM ESTUDO SOBRE A COMPREENSÃO DAS DEFINIÇÕES  
MATEMÁTICAS NO CURSO DE LICENCIATURA EM  
MATEMÁTICA**

Tese apresentada ao Programa de Pós-Graduação em Educação da Universidade Federal do Rio Grande do Norte, como um dos requisitos para a obtenção do grau de Doutora em Educação.

Orientador: Prof. Dr. John Andrew Fossa

NATAL

2015

Divisão de Serviços Técnicos.

Catálogo da Publicação na Fonte. UFRN / Biblioteca Setorial do NEPSA / CCSA

Sousa, Enne Karol Venancio de.

Um estudo sobre a compreensão das definições matemáticas no curso de licenciatura em matemática / Enne Karol Venancio de Sousa. – Natal, RN, 2015. 175 f.

Orientador: Prof. Dr. John Andrew Fossa.

Tese (Doutorado em Educação) – Universidade Federal do Rio Grande do Norte. Centro de Educação. Programa de Pós-graduação em Educação.

1. Ensino - Matemática– Tese. 2. História da matemática–Tese. 3. Linguagem matemática– Tese. 4. Definições matemáticas– Tese. I. Fossa, John Andrew. II. Universidade Federal do Rio Grande do Norte. III. Título.

RN/UF/BS

CDU 37:51

ENNE KAROL VENANCIO DE SOUSA

**UM ESTUDO SOBRE A COMPREENSÃO DAS DEFINIÇÕES MATEMÁTICAS NO  
CURSO DE LICENCIATURA EM MATEMÁTICA**

Tese a ser apresentada ao Programa de Pós-Graduação em Educação da Universidade Federal do Rio Grande do Norte, como um dos requisitos para a obtenção do grau de Doutora em Educação.

Orientador: Prof. Dr. John Andrew Fossa

Aprovada em \_\_\_/\_\_\_/\_\_\_\_\_.

Banca examinadora

---

Prof. Dr. John Andrew Fossa / UFRN (Orientador)

---

Prof. Dr. Severino Barros de Melo / UFRPE (Examinador)

---

Prof<sup>a</sup>. Dr<sup>a</sup>. Cristiane Coppe de Oliveira/ UFU (Examinador)

---

Prof. Dr. Iran Mendes Abreu/ UFRN (Examinador)

---

Prof<sup>a</sup>. Dr<sup>a</sup>. Giselle Costa de Sousa/ UFRN (Examinador)

## **DEDICATÓRIA**

À minha mãe, Maria de Lourdes, cujo amor sempre me motivou a buscar a felicidade.

## AGRADECIMENTOS

A gratidão é e sempre será a melhor linguagem!

Cheia de gratidão, quero começar agradecendo a Deus, Esposo de minha alma e rocha firme, cujo amor me sustentou até aqui.

Aos meus pais, Hiran de Sousa Venancio e Maria de Lourdes de Sousa, que me ofertaram em vista da missão e dos estudos.

Ao meu querido professor orientador, Dr. John Andrew Fossa, por sua paternidade e por insistir na minha capacidade, fazendo-me perseverar até o fim.

À Comunidade Católica Shalom, por ser a minha vocação e por me lançar o desafio evangélico de estudar mais, para melhor testemunhar o chamado de ser sal e luz no mundo. Agradeço especialmente aos amigos Kleber Marinho, Mazé Freitas e Iara Sá, que acreditaram que o Doutorado era a vontade de Deus para mim e para a minha missão.

Às minhas amigas Sandra Beatriz e Ana Virgínia, que me ajudaram diversas vezes na leitura do texto e nas correções que eram necessárias. Aliás, não só me ajudaram nas correções, mas me consolaram muitas vezes quando eu quis fraquejar.

À minha família, que sempre acreditou em mim e me deu forças para que eu não desistisse, especialmente o meu irmão Airton Gabriel, que me “aturou” nesse tempo de Doutorado com sua presença e oração.

Aos amigos mais distantes e aos mais próximos, que tantas vezes foram e são o socorro diante das dificuldades.

A todos os que foram meus professores ou que me nortearam com dedicação e exemplo. Em especial, Iran Mendes, Giselle Sousa, Severino Barros, Cristiane Coppe, Luiz Júnior Nóbrega, Antônio José Lopes (Bigode) e Vicente de Paulo Lima.

Ao IFRN, pela colaboração e apoio, desde o afastamento das minhas atividades de trabalho à disponibilidade do espaço, para que eu realizasse a intervenção. Meu agradecimento especial aos colegas Samira Delgado, Maria Valeska, Lenina Lopes e Erivan Sales.

Aos jovens, que pela filiação, amor e carinho, me estimularam não só no término deste trabalho, mas especialmente na oferta de vida e no chamado a ser Shalom. Agradeço a todos, mas especialmente àqueles que me ajudaram diretamente ao longo do processo de realização do estudo: Jonas Filho, Laine Medeiros, Larissa Sabino, Kassandra Lopes, Paula Giovanna e

Salviana Forte. Por fim, meu agradecimento mais caro aos alunos e professores de Matemática, por quem quero contribuir com meu trabalho e estudos, não só hoje, mas enquanto minhas capacidades físicas me permitirem.

The intuitive mind is a sacred gift and the rational mind is a faithful servant. We have created a society that honors the servant and has forgotten the gift.

(Albert Einstein)



## RESUMO

Esta tese configura um estudo sobre a linguagem matemática e concentra-se no exercício da significação e comunicação deste campo de conhecimento. O problema central é o desenvolvimento de um Módulo de Ensino para o estudo das definições matemáticas. Assim, o presente estudo, vinculado à linha de pesquisa Ensino de Ciências e Educação Matemática (PPGED/UFRN), tem como objetivo geral o desenvolvimento de atividades construtivistas, informadas pela História da Matemática (FOSSA, 1995), para promover a compreensão relacional (SKEMP, 1976) das definições matemáticas. As atividades foram organizadas ao longo de princípios construtivistas com aspecto histórico fornecido, principalmente, a partir das obras *O problema das definições em Matemática* (1965) e *A Lógica na Matemática* (1996), por Júlio Cesar de Melo e Souza, cujo pseudônimo era Malba Tahan. As atividades propostas foram testadas com um grupo de estudantes de graduação em Matemática do IFRN, campus Santa Cruz (Rio Grande do Norte), usando metodologias de pesquisas qualitativas, especialmente de ensino experimental. Como referencial teórico, usamos o Construtivismo Radical e avaliamos os dados usando uma interpretação global (SILVA, 2013), de Skemp (1980). A partir da análise dos dados coletados durante as atividades, avaliações escritas e entrevistas, concluímos que a intervenção proposta levou os participantes a uma compreensão relacional das definições matemáticas.

**Palavras-chave:** Educação Matemática. Atividades construtivistas informadas pela História da Matemática. Definições Matemáticas. Linguagem Matemática.

## RESUMEN

Esta tesis esta basada en estudios sobre el lenguaje matemática y concentrarse en el ejercicio de la significación y comunicación en las Matemáticas. El problema central es el desarrollo de un módulo de enseñanza para el estudio de las definiciones matemáticas. Así, el presente estudio, vinculado a la línea de investigación: Ensino de Ciências e Educação Matemática (PPGED/UFRN), tiene como objetivo general el desarrollo de actividades constructivistas, informadas por la História da Matemática (FOSSA, 1995), para promover la comprensión relacional (SKEMP, 1976) de las definiciones matemáticas. Las actividades fueron organizadas a lo largo de principios constructivistas con aspecto histórico proveniente, principalmente, a partir de las obras *O problema das definições em Matemática* (1965) y *A Lógica na Matemática* (1996), por Júlio Cesar de Melo e Souza, cuyo seudónimo era Malba Tahan. Las actividades propuestas fueron experimentadas con un grupo de estudiantes de graduación en Matemática del IFRN, campus Santa Cruz (Rio Grande do Norte), usando metodologías de investigación cualitativas, especialmente de enseñanza experimental. Como marco teórico, usamos el Constructivismo Radical y evaluamos los datos usando una interpretación global (SILVA, 2013), de Skemp (1980). A partir del análisis de los datos recogidos durante las actividades, evaluaciones y entrevistas, concluimos que la intervención propuesta llevó los participantes a una comprensión relacional de las definiciones matemáticas.

**Palabras claves:** Educación Matemática. Actividades constructivas informadas por la História da Matemática. Definiciones Matemáticas. Lenguaje Matemática.

## ABSTRACT

This thesis is based on studies about mathematical language and focuses on the exercising of meaning and communicating in Mathematics. The central problem is the development of a teaching module for the study of mathematical definitions. Thus, the present study, subordinated to the line of research Ensino de Ciências e Educação Matemática (PPGED/UFRN), has as its general goal the development of constructivist activities, informed by the History of Mathematics (FOSSA, 1995), to promote the relational understanding (SKEMP, 1976) of mathematical definitions. The activities themselves were organized along constructivist principles with an historical aspect supplied, in the main, by *O problema das definições Matemáticas* (1965) and *A Lógica na Matemática* (1966), by Júlio Cesar de Mello e Souza, whose penname was Malba Tahan. The proposed activities were tested with a group of undergraduate mathematics students at the IFRN, Santa Cruz campus in Rio Grande do Norte, using qualitative research methodologies, especially the teaching experiment. As a basic theoretical framework, we used Radical Constructivism and evaluated the data using a global interpretation (SILVA, 2013) of Skemp (1980). From the analysis of data collected during the lessons, written evaluation and interviews we concluded that the proposed intervention led the participants to a relational understanding of mathematical definitions.

**Keywords:** Mathematics Education. Constructivist activities informed by the History of Mathematics. Mathematical definitions. Mathematical language.

## LISTA DE FIGURAS

Figura 01: Ilustração da metodologia da intervenção.....	45
Figura 02: Foto em recorte da definição de limite apresentada por um dos alunos do curso de extensão.....	54
Figura 03: Ilustração do Mapa do Rio Grande do Norte com destaque para a cidade de Santa Cruz e IFRN/SC.....	64
Figura 04: Resposta apresentada pelo aluno A, sétima questão (Questionário Inicial).....	77
Figura 05: Resposta apresentada pelo aluno A, oitava questão (Questionário Inicial).....	78
Figura 06: Resposta apresentada pelo aluno A, nona questão (Questionário Inicial) .....	78
Figura 07: Resposta apresentada pelo aluno A, questões 15 e 16 (Questionário Inicial) .....	79
Figura 08: Resposta apresentada pelo aluno A, questão 16 (Questionário Inicial).....	80
Figura 09: Avaliação do curso escrita pelo aluno A.....	81
Figura 10: Resposta apresentada pelo aluno A, segunda questão (Questionário Final).....	82
Figura 11: Resposta apresentada pelo aluno A, sétima questão (Questionário Final).....	82
Figura 12: Resposta apresentada pelo aluno A, décima questão (Questionário Final).....	83
Figura 13: Resposta apresentada pelo aluno B, sétima questão (Questionário Inicial).....	86
Figura 14: Resposta apresentada pelo aluno B, oitava questão (Questionário Inicial).....	87
Figura 15: Resposta apresentada pelo aluno B, questão 11(Questionário Inicial).....	87
Figura 16: Resposta apresentada pelo aluno B, questão 13(Questionário Inicial).....	88
Figura 17: Resposta apresentada pelo aluno B, questões 14 e 15(Questionário Inicial).....	88
Figura 18: Resposta apresentada pelo aluno B, questão 16(Questionário Inicial).....	89
Figura 19: Avaliação do curso escrita pelo aluno B.....	90
Figura 20: Resposta apresentada pelo aluno B, sexta questão (Questionário Final) .....	90
Figura 21: Resposta apresentada pelo aluno B, sétima (Questionário Final).....	91
Figura 22: Resposta apresentada pelo aluno B, oitava questão (Questionário Final).....	92
Figura 23: Resposta apresentada pelo aluno B, nona questão (Questionário Final).....	92
Figura 24: Resposta apresentada pelo aluno B, décima questão (Questionário Final).....	93
Figura 25: Resposta apresentada pelo aluno C, sétima questão (Questionário Inicial).....	97
Figura 26: Resposta apresentada pelo aluno C, oitava questão (Questionário Inicial).....	97
Figura 27: Resposta apresentada pelo aluno C, questão 11 (Questionário Inicial).....	98
Figura 28: Resposta apresentada pelo aluno C, questões 14 e 15(Questionário Inicial).....	98
Figura 29: Resposta apresentada pelo aluno C, questão 16 (Questionário Inicial).....	99

Figura 30: Resposta apresentada pelo aluno C, segunda questão (Questionário Final).....	100
Figura 31: Resposta apresentada pelo aluno C, quarta questão (Questionário Final).....	100
Figura 32: Resposta apresentada pelo aluno C, sétima questão (Questionário Final).....	101
Figura 33: Resposta apresentada pelo aluno C, décima questão (Questionário Final).....	102
Figura 34: Resposta apresentada pelo aluno D, sexta questão (Questionário Inicial).....	105
Figura 35: Resposta apresentada pelo aluno D, sétima questão (Questionário Inicial).....	105
Figura 36: Resposta apresentada pelo aluno D, oitava questão (Questionário Inicial).....	106
Figura 37: Resposta apresentada pelo aluno D, nona questão (Questionário Inicial).....	106
Figura 38: Resposta apresentada pelo aluno D, questão 11 (Questionário Inicial).....	107
Figura 39: Resposta apresentada pelo aluno D, questões 14 e 15 (Questionário Inicial).....	107
Figura 40: Resposta apresentada pelo aluno D, questão 16 (Questionário Inicial).....	108
Figura 41: Avaliação do curso escrita pelo aluno D.....	109
Figura 42: Resposta apresentada pelo aluno D, segunda questão (Questionário Final).....	110
Figura 43: Resposta apresentada pelo aluno D, sexta questão (Questionário Final).....	110
Figura 44: Resposta apresentada pelo aluno D, sétima questão (Questionário Final).....	111
Figura 45: Resposta apresentada pelo aluno E, sétima questão (Questionário Inicial).....	115
Figura 46 Resposta apresentada pelo aluno E, oitava questão (Questionário Inicial).....	115
Figura 47: Resposta apresentada pelo aluno E, questão 11 (Questionário Inicial).....	116
Figura 48: Resposta apresentada pelo aluno E, questões 14 e 15 (Questionário Inicial).....	116
Figura 49: Resposta apresentada pelo aluno E, questão 16 (Questionário Inicial).....	117
Figura 50: Avaliação do curso escrita pelo aluno E.....	118
Figura 51: Resposta apresentada pelo aluno E, segunda questão (Questionário Final).....	118
Figura 52: Resposta apresentada pelo aluno E, quarta questão (Questionário Final).....	119
Figura 53: Resposta apresentada pelo aluno E, sexta questão (Questionário Final).....	119
Figura 54: Resposta apresentada pelo aluno E, sétima questão (Questionário Final).....	120
Figura 55: Resposta apresentada pelo aluno E, décima questão (Questionário Final).....	121
Figura 56: Resposta apresentada pelo aluno F, sétima questão (Questionário Inicial).....	125
Figura 57: Resposta apresentada pelo aluno F, oitava questão (Questionário Inicial).....	125
Figura 58: Resposta apresentada pelo aluno F, questão 11 (Questionário Inicial).....	126
Figura 59: Resposta apresentada pelo aluno F, questões 14 e 15 (Questionário Inicial).....	126
Figura 60: Avaliação do curso escrita pelo aluno F (Primeira parte).....	127
Figura 61: Avaliação do curso escrita pelo aluno F (Segunda parte).....	128
Figura 62: Resposta apresentada pelo aluno F, segunda questão (Questionário Final).....	129
Figura 63: Resposta apresentada pelo aluno F, quarta questão (Questionário Final).....	129

Figura 64: Resposta apresentada pelo aluno F, sexta questão (Questionário Final).....	130
Figura 65: Resposta apresentada pelo aluno F, sétima questão (Questionário Final).....	130
Figura 66: Resposta apresentada pelo aluno F, décima questão (Questionário Final).....	131
Figura 67: Resposta apresentada pelo aluno G, sétima questão (Questionário Inicial).....	134
Figura 68: Resposta apresentada pelo aluno G, nona questão (Questionário Inicial).....	135
Figura 69: Resposta apresentada pelo aluno G, questões 14 e 15 (Questionário Inicial).....	135
Figura 70: Avaliação do curso escrita pelo aluno G.....	136
Figura 71: Resposta apresentada pelo aluno G, segunda questão (Questionário Final).....	137
Figura 72: Resposta apresentada pelo aluno G, sétima questão (Questionário Final).....	137
Figura 73: Resposta apresentada pelo aluno G, décima questão (Questionário Final).....	138
Figura 74: Resposta apresentada pelo aluno H, sétima questão (Questionário Inicial).....	139
Figura 75: Resposta apresentada pelo aluno H, questões 14 e 15 (Questionário Inicial).....	139
Figura 76: Avaliação do curso escrita pelo aluno H.....	140
Figura 77: Resposta apresentada pelo aluno H, segunda questão (Questionário Final).....	141
Figura 78: Resposta apresentada pelo aluno H, sétima questão (Questionário Final).....	141
Figura 79: Resposta apresentada pelo aluno H, décima questão (Questionário Final).....	142
Figura 80: Resposta apresentada pelo aluno I, sétima questão (Questionário Inicial).....	145
Figura 81: Resposta apresentada pelo aluno I, nona questão (Questionário Inicial).....	146
Figura 82: Resposta apresentada pelo aluno I, questões 14 e 15 (Questionário Inicial).....	146
Figura 83: Avaliação do curso escrita pelo aluno I.....	147
Figura 84: Resposta apresentada pelo aluno I, segunda questão (Questionário Final).....	148
Figura 85: Resposta apresentada pelo aluno I, quarta questão (Questionário Final).....	148
Figura 86: Resposta apresentada pelo aluno I, sétima questão (Questionário Final).....	149
Figura 87: Resposta apresentada pelo aluno I, oitava questão (Questionário Final).....	149
Figura 88: Resposta apresentada pelo aluno I, décima questão (Questionário Final).....	150

## LISTA DE QUADROS

Quadro 01: Respostas das questões 06 e 07.....	66
Quadro 02: Resposta da questão 08.....	67
Quadro 03: Resposta da questão 09.....	68
Quadro 04: Resposta da questão 10.....	69
Quadro 05: Resposta da questão 11.....	70
Quadro 06: Resposta da questão 12.....	71
Quadro 07: Resposta da questão 13.....	72
Quadro 08: Resposta da questão 15.....	73
Quadro 09: Resposta da questão 16.....	74
Quadro 10: Perfil dos alunos.....	76
Quadro 11: Análise comparativa da situação inicial para a final de cada aluno.....	155

## SUMÁRIO

<b>1 INTRODUÇÃO</b> .....	<b>17</b>
1.1 JUSTIFICATIVA.....	18
1.2 OBJETIVOS.....	19
1.3 DESCREVENDO A PESQUISA.....	19
1.4 APRESENTAÇÃO DOS CAPÍTULOS.....	21
<b>2 PRINCÍPIOS NORTEADORES DO ENSINO-APRENDIZAGEM DAS DEFINIÇÕES EM MATEMÁTICA.....</b>	<b>22</b>
2.1 LINGUAGEM, ENSINO E APRENDIZAGEM EM MATEMÁTICA: A IMPORTÂNCIA DAS DEFINIÇÕES.....	23
2.2 O CONSTRUTIVISMO RADICAL E SUA IMPORTÂNCIA NO ENSINO DAS DEFINIÇÕES MATEMÁTICAS.....	28
2.3 SKEMP E O PAPEL DA AVALIAÇÃO DAS ATIVIDADES SEGUNDO AS CATEGORIAS DE COMPREENSÃO RELACIONAL E INSTRUMENTAL.....	33
2.4 UTILIZANDO A HISTÓRIA DA MATEMÁTICA COMO RECURSO PEDAGÓGICO E FONTE DE ATIVIDADES DE DEFINIÇÕES MATEMÁTICAS.....	36
<b>3. A METODOLOGIA.....</b>	<b>43</b>
3.1 MÓDULO DE ENSINO.....	44
<b>3.1.1 Objetivos.....</b>	<b>44</b>
<b>3.1.2 Metodologia da intervenção.....</b>	<b>45</b>
<b>3.1.3 Descrição das partes.....</b>	<b>47</b>
3.1.3.1 Parte 01.....	47
3.1.3.2 Parte 02.....	48
3.1.3.2.1 <i>Descrição e objetivos dos encontros.....</i>	48
3.1.3.3 Parte 03.....	58
3.1.3.4 Parte 04.....	59
<b>4 ANÁLISE.....</b>	<b>63</b>
4.1 CONTEXTO DO CAMPO DE PESQUISA E CARACTERIZAÇÃO DO PERFIL: DOS PARTICIPANTES.....	63
4.2 ANÁLISE DA BASE COGNITIVA DOS ALUNOS EVIDENCIADA NO DIAGNÓSTICO INICIAL (PRIMEIRO QUESTIONÁRIO).....	65
4.3 ANÁLISE GLOBAL DOS DADOS DA INTERVENÇÃO .....	75



<b>4.3.1 Análise global dos dados: aluno A.....</b>	<b>77</b>
<b>4.3.2 Análise global dos dados: aluno B.....</b>	<b>86</b>
<b>4.3.3 Análise global dos dados: aluno C.....</b>	<b>97</b>
<b>4.3.4 Análise global dos dados: aluno D.....</b>	<b>105</b>
<b>4.3.5 Análise global dos dados: aluno E.....</b>	<b>115</b>
<b>4.3.6 Análise global dos dados: aluno F.....</b>	<b>124</b>
<b>4.3.7 Análise global dos dados: aluno G.....</b>	<b>134</b>
<b>4.3.8 Análise global dos dados: aluno H .....</b>	<b>139</b>
<b>4.3.9 Análise global dos dados: aluno I.....</b>	<b>145</b>
<b>4.3.10 Considerações gerais sobre a análise global dos dados referente à avaliação do Módulo de Ensino.....</b>	<b>154</b>
<b>5 CONSIDERAÇÕES FINAIS.....</b>	<b>157</b>
<b>REFERÊNCIAS .....</b>	<b>164</b>
<b>APÊNDICES .....</b>	<b>168</b>
<b>APÊNDICE A .....</b>	<b>168</b>
<b>APÊNDICE B .....</b>	<b>172</b>

## 1 INTRODUÇÃO

Estudar processos comunicativos em qualquer âmbito é essencialmente voltar-se para a descoberta e para a exploração de aspectos fundamentais da linguagem. Na Matemática não poderia ser diferente, já que tal ciência é construída por símbolos, expressões e abstrações que nos remetem a uma linguagem incomum à realizada no dia a dia.

Observa-se que, ao se estudar um conteúdo em Matemática, sempre há definições e termos que atribuem significado aos conceitos, esclarecendo igualmente noções específicas usadas nas demonstrações de teoremas. Edwards e Ward (2008), no artigo intitulado *The role of mathematical definitions in mathematics and in undergraduate mathematics courses*, destacam três dentre vários importantes objetivos pedagógicos das definições matemáticas.

1. Promover a compreensão conceitual mais profunda da Matemática envolvida;
2. Promover uma compreensão da natureza ou das características de definição matemática e / ou
3. Promover uma compreensão do papel das definições em Matemática.

Nesta tese enfocamos o entendimento das definições em Matemática, o que implicará aprofundar o item três abordado por Edwards e Ward (2008), que se refere ao papel das definições matemáticas para o ensino e a aprendizagem de Matemática. Porém, como diferencial neste trabalho, destacamos a importância de um estudo mais detalhado das definições matemáticas com a preocupação de não só entender o seu papel, mas compreender o conteúdo das definições, suas características fundamentais e os principais aspectos relacionados ao seu estudo. Assim, propomo-nos realizar um estudo sobre as definições matemáticas por meio de atividades construtivistas, com o objetivo de facilitar sua compreensão relacional<sup>1</sup>.

---

<sup>1</sup>**Compreensão relacional** foi um termo utilizado por Richard R. Skemp para nomear um conhecimento que se caracteriza por uma série de estruturas conceituais que asseguram uma compreensão mais aprofundada do que se está estudando. Isso será melhor descrito no capítulo 2 que trará um tópico específico sobre os tipos de compreensão segundo Skemp (1976, 1980).

## 1.1 JUSTIFICATIVA

A investigação empreendida na elaboração deste estudo teve como motivação algumas percepções desenvolvidas ao longo da pesquisa de dissertação<sup>2</sup>, na qual, entre outros resultados, constatamos que a maioria dos alunos participantes da pesquisa-ação enfrentou diversos desafios por possuírem dificuldades quanto ao uso da linguagem matemática. Outro resultado da referida pesquisa que merece ser destacado é que, ao realizarmos a experiência de aplicação de um Módulo de Ensino sobre as demonstrações matemáticas, verificamos que os conceitos e definições abordados nos teoremas demonstrados não pareciam claros aos alunos, ou por vezes eram apenas decorados, sem que eles tivessem uma compreensão relacional dessas demonstrações. Nesse contexto, mostrou-se necessário desenvolver o tema abordado em um trabalho voltado à proposta de atividades e a estudos de temas específicos relacionados ao ensino de demonstrações, mais especificamente os conceitos e as definições matemáticas.

Dessa forma, na presente tese, fundamentados em estudos da linguagem matemática, discutimos uma metodologia de ensino que privilegie o estudo das definições matemáticas, com foco no exercício de significar e de comunicar, na disciplina. O ponto de partida para essa discussão é a seguinte questão-problema:

Em que medida um estudo mais detalhado sobre definições matemáticas, no curso de Licenciatura em Matemática, pode ser um instrumento para amenizar as dificuldades encontradas na linguagem matemática e, assim, tornar possível a aquisição de uma compreensão relacional do conteúdo estudado?

Baseamo-nos em considerações da História da Matemática, a partir, principalmente, das obras *O problema das definições em Matemáticas* (TAHAN, 1965) e *A Lógica na Matemática* (TAHAN, 1966) de Júlio Cesar de Mello e Sousa, pseudônimo Malba Tahan. As considerações nos levaram a propor uma intervenção didática, com a aplicação de uma abordagem metodológica realizada com alunos do curso de Licenciatura em Matemática do Instituto Federal do Rio Grande do Norte, Campus Santa Cruz.

---

<sup>2</sup>SOUSA, Enne Karol Venancio de. *Um estudo sobre o ensino-aprendizagem das demonstrações matemáticas*. 2010. 133 f. Dissertação (Mestrado em Ensino de Ciências Naturais e Matemática) – Universidade Federal do Rio Grande do Norte, Natal.

## 1.2 OBJETIVOS

Diante do exposto, temos como objetivo geral da tese:

Elaborar e testar um Módulo de Ensino que favoreça uma compreensão relacional das definições matemáticas por parte de alunos de Licenciatura em Matemática.

Para o alcance do objetivo geral, destacamos os seguintes objetivos específicos:

- a) Elaborar uma intervenção referente ao estudo de definições matemáticas por meio de atividades construtivistas aliadas à História da Matemática, com base principalmente nas obras *O problema das definições em Matemática e A Lógica na Matemática*, de Malba Tahan;
- b) aplicar a intervenção na prática docente no curso de Licenciatura em Matemática;
- c) avaliar a eficácia da intervenção, no sentido de determinar se houve compreensão relacional pelos participantes.

Nesse trabalho defendemos que uma metodologia de ensino que favoreça uma compreensão relacional das definições em matemática é um instrumento eficaz no que diz respeito à linguagem, amenizando assim, alguns problemas relacionados ao ensino e a aprendizagem de Matemática.

## 1.3 DESCRREVENDO A PESQUISA

Para o alcance dos objetivos, empreendemos uma pesquisa com abordagem qualitativa. Privilegiamos esse tipo de abordagem por entendermos que essa vertente teórico-metodológica defende a ideia de que há sempre um aspecto subjetivo a ser abordado no conhecimento produzido (ARAÚJO; BORBA, 2004). Nesse tipo de abordagem a ênfase recai sobre a análise do conteúdo, realizada de maneira descritiva e interpretativa, por meio de estudos resultantes da pesquisa bibliográfica, pesquisa etnográfica, pesquisa-ação, pesquisa histórica e/ou estudo de caso. Entre os tipos citados, a pesquisa-ação foi a que mais se adequou aos objetivos propostos nesta tese,

como explicamos no terceiro capítulo, que contempla a metodologia. Duas razões foram fundamentais para essa escolha: a concepção de processo de pesquisa como um procedimento de aprendizagem, e as contribuições que tal conduta imprime ao ensino, visto que nesse tipo de estudo o pesquisador/professor pode desempenhar um papel ativo na própria realidade dos fatos observados, a partir da percepção de necessidades e possibilidades de intervenção didática (THIOLLENT, 2005).

As atividades didáticas, desenvolvidas por meio do Módulo de Ensino num Curso de Extensão, foram organizadas e testadas com base no entrecruzamento das concepções construtivistas e na perspectiva histórica da Matemática. Esta última enquanto fio condutor do processo de aprofundamento dos estudos sobre os conceitos e as definições matemáticas realizados nesta pesquisa.

Nas obras históricas utilizadas para a construção das atividades, percebemos a notória preocupação com os processos de ensino e de aprendizagem da Matemática e da Lógica, bem como o propósito de facilitar a compreensão dessas duas disciplinas por parte dos estudantes e professores de Matemática. Malba Tahan, na obra *O problema das definições em Matemática (1965)*, afirma que um bom professor de Matemática precisa aprender com segurança as formas clássicas das definições, por isso intenta, na referida obra, esclarecer as dúvidas mais comuns relacionadas aos problemas das definições no campo da Matemática elementar e tornar o ensino mais vivo e interessante.

Em se tratando do referencial teórico básico para o ensino e a aprendizagem das definições matemáticas – nosso objeto de estudo –, utilizamos o construtivismo radical<sup>3</sup>. Para comprovar a hipótese, realizamos uma avaliação global dos dados de cada um dos participantes, como sugerido por Silva (2013).

---

<sup>3</sup> Construtivismo Radical, fundado por Ernst von Glasersfeld, é uma perspectiva teórica que destaca a importância da construção do conhecimento pelo aluno, o qual é visto como sujeito cognitivo.

## 1.4 APRESENTAÇÃO DOS CAPÍTULOS

Considerando o que foi apresentado, esta tese consiste em um estudo sobre o papel das definições matemáticas. Para tanto, o trabalho foi estruturado em cinco capítulos. Primeiro, apresentamos este capítulo introdutório, que traz uma visão geral sobre a investigação, bem como seus objetivos.

No segundo capítulo, discorremos brevemente acerca da importância da linguagem matemática para o Ensino de Matemática, especificamente das definições. Este capítulo traz os fundamentos teóricos que respaldam o construtivismo radical, salientando a relevância do ensino por atividades construtivistas. Em seguida, abordaremos, de maneira global, os níveis de compreensão defendidos por Skemp (1976), a exemplo de Silva (2013). Apresentamos, assim, uma proposta diferente da que realizamos na dissertação de Mestrado, na qual avaliamos os níveis de compreensão de maneira pontual (SOUSA, 2010). Ainda no segundo capítulo, discutimos em síntese, a História da Matemática como recurso pedagógico e justificamos a escolha das obras de Malba Tahan supracitadas para a construção das atividades do Módulo de Ensino utilizada para a intervenção metodológica.

No terceiro capítulo, descrevemos a Metodologia adotada, detalhando o Módulo de Ensino. Nele focalizamos os procedimentos metodológicos necessários ao alcance dos objetivos apresentamos a proposta de Intervenção Didática e descrevemos a aplicação do referido Módulo, executado na forma de Curso de Extensão para alunos de Licenciatura em Matemática no Instituto Federal do Rio Grande do Norte, Campus Santa Cruz.

No quarto capítulo, descrevemos e analisamos a proposta de Intervenção Didática realizada a partir de uma abordagem qualitativa fundamentada em Skemp (1976, 1980). Esse autor classifica a compreensão como instrumental, quando o aluno apenas repete de forma mecânica o que aprendeu, e relacional, quando o aluno, após a fase instrumental, compreende de modo analítico suas respostas, adquirindo autonomia sobre a compreensão, apresentando-a de forma criativa e enriquecida por uma rede conceitual.

No quinto capítulo, dedicado às considerações finais, destacamos os resultados obtidos conforme os objetivos da tese. Destacamos também as implicações futuras do trabalho, por meio da indicação de caminhos e propostas para outros estudos na área em questão, visando a melhoria do processo de ensino e aprendizagem em Matemática.

## 2 PRINCÍPIOS NORTEADORES DO ENSINO E DA APRENDIZAGEM NAS DEFINIÇÕES EM MATEMÁTICA

No vasto campo matemático, nos detemos a estudar o papel das definições matemáticas e sua importância para o ensino e a aprendizagem de Matemática. Para isso, neste capítulo, buscamos situar o nosso trabalho no contexto da linguagem aplicada à comunicação em Matemática. Logo após, nos detemos nos fundamentos teóricos que darão suporte ao nosso estudo: o construtivismo radical e a importância do ensino por atividades construtivistas, o papel da avaliação global das atividades nos tipos de compreensão defendido por Skemp (1976) e detalhadas na tese de Silva (2013) e uma breve discussão sobre a História da Matemática como recurso pedagógico, seguido de um detalhamento da escolha das obras de Malba Tahan para a construção das atividades do Módulo de Ensino.

Ressaltamos que existem alguns estudos no Brasil relacionados à função que os conceitos e definições desempenham no ensino de Matemática, mas geralmente esses vêm acompanhados de um assunto em questão, a exemplo do conceito de cálculo, funções ou algum ente geométrico. Neste trabalho, nosso foco não é trabalhar conceitos específicos ou definições matemáticas em algum conteúdo, porém destacar o entendimento das definições que, a nosso ver, se compreendidas de maneira relacional, podem facilitar a comunicação e o aprendizado em Matemática.

Um trabalho com características semelhantes ao nosso seria o de Edwards e Ward (2004). Esses autores ressaltam a importância das definições matemáticas aprofundando os estudos de David Tall e Shlomo Vinner que, em 1980, formularam os termos *concept image* e *concept definition* e, em 1981, começaram a publicar trabalhos com esse tema. Em seus estudos, eles analisaram a compreensão que os alunos tinham acerca das definições matemáticas, bem como o entendimento desses em relação ao papel desempenhado pelas definições formais em Matemática. Entre as conclusões de seus trabalhos, inserem-se a de que alguns alunos do curso de Licenciatura em Matemática não entendem totalmente a natureza e o papel das definições matemáticas. Muitos destes, segundo os autores, até sabem explicar as definições, mas não as usam corretamente; outros apresentam concepções errôneas e/ou incompletas sobre as definições matemáticas, mostrando-se igualmente desconhecedores do papel que estas desempenham no âmbito do ensino e da aprendizagem da matemática.

Ressaltamos que, embora nossa abordagem seja semelhante à deles, o que nos diferencia é o nosso foco ser o entendimento das definições matemáticas e sua compreensão relacional, segundo as categorias de compreensão de Skemp (1976, 1980).

## 2.1 LINGUAGEM, ENSINO E APRENDIZAGEM EM MATEMÁTICA: A IMPORTÂNCIA DAS DEFINIÇÕES

O conhecimento matemático pressupõe o domínio das definições que lhe são inerentes, e, sobretudo, a sua consequente e adequada utilização. Para isto, a linguagem se faz indispensável, na medida em que veicula conteúdos específicos, para cuja aprendizagem é essencial o estudo de mais e mais definições, evocadas ao longo do processo de ensino. Dessa forma, as definições assumem um relevante papel, quando se constituem em um dos elementos fundamentais no contexto da Educação Matemática, devendo ser consideradas como um dos elementos centrais deste ensino. Contrariando essa perspectiva, o papel das definições, em contextos formais de ensino, parece ter sido de alguma forma negligenciado, o que pode ter ocorrido por influência das concepções que norteiam esse ensino, quando o estudo das definições – por ser essencial – é dado como certo, ou porque ainda não adquiriu reconhecimento do seu verdadeiro valor nos referidos contextos.

A questão da linguagem matemática é uma temática que aparece em alguns documentos oficiais que norteiam o ensino de Matemática no Brasil.

Os Parâmetros Curriculares Nacionais, os PCN's (BRASIL, 1997, p. 15), apontam a relação entre Linguagem e Matemática quando destacam que essa ciência “interfere fortemente na formação de capacidades intelectuais, na estruturação do pensamento e na agilização do raciocínio dedutivo do aluno”.

O Parecer do Conselho Nacional de Educação, CNE/CES nº 1.302/2001, de 06/11/2001 que trata das Diretrizes Curriculares Nacionais para os Cursos de Matemática, Bacharelado e Licenciatura destaca a importância das habilidades e competências que o futuro professor deve adquirir ao longo da formação de matemático, entre elas, o raciocínio lógico, a postura crítica e a capacidade de resolver problemas. Estas, segundo o documento, ajudarão o profissional a ser capaz de “ocupar posições no mercado de trabalho também fora do ambiente acadêmico, em áreas em que o raciocínio abstrato é uma ferramenta indispensável” (BRASIL, 2001, p. 1).



A Resolução nº 09/2012-CONSUP/IFRN, de 01/03/2012, que diz respeito ao Projeto Pedagógico do Curso Superior de Licenciatura em Matemática na modalidade presencial, no tópico que traça o Perfil profissional de conclusão de curso, afirma, em um de seus subitens, que o licenciado em Matemática deve ser capaz de

[...] desenvolver estratégias de ensino que favoreçam a criatividade, a autonomia e a flexibilidade do pensamento matemático dos estudantes, buscando trabalhar com mais ênfase nos conceitos do que nas técnicas, fórmulas e algoritmos (BRASIL, 2012, p. 13).

Embora o estudo da Matemática e sua relação com a linguagem tenha essa contribuição para a compreensão matemática, vemos que muitas vezes não existe a devida preocupação com essa abordagem na escola, razão por que os alunos têm apresentado índices cada vez menores de compreensão dos conceitos, interpretações da linguagem e resolução de problemas matemáticos. Segundo os PCNs,

Em 1995, numa avaliação que abrangeu alunos de quartas e oitavas séries do primeiro grau, os percentuais de acerto por série/grau e por processo cognitivo em Matemática evidenciaram, além de um baixo desempenho global, que as maiores dificuldades são encontradas em questões relacionadas à aplicação de conceitos e à resolução de problemas (BRASIL, 1997, p. 21).

Com esta citação é possível perceber o alto índice de dificuldade encontrada com relação à aplicação de conceitos e resolução de problemas por parte dos alunos, provavelmente como decorrência e reflexo da igual dificuldade de interpretação da linguagem utilizada. Com base nas considerações feitas, este estudo pretende apontar caminhos para uma maior qualidade no ensino de Matemática, a fim de que a atividade de pensamento matemático não seja sonogada nas escolas ou universidades.

O cuidado com a maneira apropriada e clara de expor a linguagem matemática é foco de diversas discussões entre estudiosos de todo o mundo e um campo amplo a ser estudado. Reforçamos, que neste trabalho, não queremos tratar da linguagem de maneira geral, mas gostaríamos de destacar algumas questões pertinentes e que nos parecem necessárias para estudo. Uma delas é quanto às dificuldades no uso da linguagem matemática e algumas de suas deficiências, o que se dá por diversos motivos, dentre os quais destacamos dois: não ser uma linguagem corriqueira e a negligência na apropriação da linguagem e sua importância para o ensino de Matemática.

Sobre o fato de a linguagem matemática não se constituir em algo corriqueiro ou habitual como a língua materna, Klüsener (1998, p. 182) afirma que “a linguagem matemática não se adquire de maneira natural, não é utilizada constantemente e necessita ser apreendida e praticada em diferentes contextos”.

Ainda sobre essa questão, Silveira (2006) afirma que

A linguagem cria a objetividade, que é constituída por uma rede conceitual e, o sujeito é barrado quando não consegue interagir no discurso das operações e dos atos. A Matemática é um jogo de signos segundo regras, e o uso dos signos dá sentido à proposição. Seguir a regra é um jogo de linguagem determinado, e joga, quem compreende a descrição da regra (SILVEIRA, 2006, p. 50).

Conforme afirmou Silveira (2006), joga quem compreende a descrição da regra; portanto, é necessário que o professor seja esse facilitador e esteja preparado para enfrentar situações como essa de auxiliar no processo de aprendizagem de seus alunos.

Thomas Henry Huxley (apud Malba Tahan, 1966), ao tratar do papel do professor, afirma que

[...] O professor há de conhecer o assunto de um modo real e prático. Dessa maneira, poderá enunciar-se em linguagem fácil, com inteira convicção, como se exprime acerca das coisas que compõem a vida habitual. Se, porém, não o possuir a fundo, receará aventurar-se fora dos limites de uma fraseologia técnica, aprendida de cor, estabelecendo-se um frio dogmatismo que fatiga o espírito e concita a resistência, em vez dessa confiança animada, fruto das convicções pessoais, que regozija e esforça o espírito, eminentemente simpático da infância (HUXLEY apud TAHAN, 1966, p. 16).

Vale destacar que aqui não se trata de fazer simplismo<sup>4</sup>, mas de tornar mais claro o que se está estudando com uma explicação do significado dos termos em questão.

Outro ponto em questão é a negligência no que se refere à apropriação da linguagem e sua importância para o ensino de Matemática. Nesse sentido, Sousa (2010) assim se coloca:

---

<sup>4</sup> Termo usado diversas vezes por Paulo Freire e que segundo ele é um método que consiste em transmitir ao aluno verdades prontas, tal como na dita educação bancária, mas disfarçado por um processo dialógico manipulado pelo professor, que sonega ao aluno o conhecimento de explicações alternativas e mais sofisticadas do que aquela.

[...] A importância da linguagem no ensino de Matemática se torna muitas vezes negligenciadas, para dar ênfase diretamente aos conteúdos, sem levar em conta que a linguagem é fundamental para o diálogo, bem como para o entendimento dos assuntos ou disciplinas em questão. Por exemplo, um professor que começa a utilizar um teorema usando axiomas ou definições terá muita dificuldade em trabalhar determinados passos de sua demonstração se o aluno não souber o que significa um axioma ou uma definição, isto é, se o aluno não compreender o conceito em questão. A comunicação, provavelmente será comprometida e o aluno poderá deixar de desenvolver sua aprendizagem por não ter clareza quanto à linguagem utilizada pelo professor (SOUSA, 2010, p. 30).

Dessa forma, acreditamos que dar uma maior importância à linguagem no ensino de Matemática tem um papel fundamental no dia a dia de sala de aula e atende aos direcionamentos dos Parâmetros Curriculares Nacionais, bem como às orientações ou regulamentações de cursos de Licenciatura em Matemática, uma vez que, como em qualquer outra disciplina, precisamos fazer uso da linguagem verbal e escrita para a comunicação.

De maneira formal, existem acordos comuns na comunidade matemática, entre os quais se afirma que a comunicação é estabelecida por meio de um discurso independentemente do seu significado específico, ou seja: objetivo, direto, preciso, conciso, explícito, abstrato e geral; assim a Matemática, tendo como base o método lógico-dedutivo, exige a formalidade e o rigor que caracterizam o discurso matemático. Portanto, o conhecimento, nessa perspectiva, é sempre veiculado por expressões formais rigorosas que fazem uso de definições, teoremas, axiomas e inferências, sendo por meio do processo de definição – em sua relevância essencial – que os objetos de uma teoria são introduzidos.

De acordo com os resultados desta pesquisa, concordamos com Vinner (1991), quando diz que somente definir um conceito não garante o entendimento. Portanto, não se pode compreender uma definição ou ter uma possibilidade relevante de aplicar a mesma, apenas de forma mecânica ou repetitiva, como veremos posteriormente, ao estudar os níveis de compreensão segundo Skemp (1980).

Quando tratamos da definição formal, estamos tratando da essência e especificidade do conceito que está sendo definido. Segundo Pais (2006, p. 120) “uma definição matemática é como uma expressão linguística formal, que resume por meio de palavras e expressões as características essenciais de determinado conceito”. As

definições também desempenham um papel ímpar nas experiências dos alunos em cursos de Matemática, no sentido de que as mesmas são muitas vezes utilizadas como um veículo para uma compreensão mais robusta de determinado conceito e, principalmente, na comunicação em Matemática. Nesse caso, convém diferenciar conceituar de definir. Para Pais (2006, p. 121), “conceitos são ideias gerais e abstratas, associadas a certas classes de objetos, criados e transformados nos limites do território de uma área de conhecimento disciplinar”; assim, podemos dizer que conceituar é algo mais extenso, complexo e demanda muito mais que definir, passa pelo domínio de sua definição, mas a ultrapassa. Porém, para que haja aprendizagem de um conhecimento matemático é preciso trabalhar a elaboração de conceitos através das definições.

Neste sentido, será interessante entender o que significa definição e qual o seu papel no ensino de Matemática. Dessa forma, faz-se necessário buscar características comuns do objeto a ser definido, e, conhecendo-as, delimitá-las ou restringi-las, usando um termo no contexto determinado, ou seja, definindo-o.

A definição está no âmbito da comunicação e supõe a apreensão de um objeto que precisa ser repassado, explicado, ensinado, ou, comunicado. Assim sendo, precisa ser nomeado. Ocorre que não basta apenas nomear, sob o risco de se distorcer o significado do termo representativo do objeto, relacionando-o a outros com os quais a pertinência lógico-semântico-matemática não se faça eficaz. Um exemplo disto está presente em certos manuais didáticos que trazem uma lista de definições. Porém, aprender não significa decorar a definição, mas vai além, quando pressupõe o exercício de outros níveis cognitivos, como entender, interpretar e lhe atribuir significado e sentido. Eis a razão da importância de nos determos no estudo do papel das definições matemáticas para o ensino e a aprendizagem dessa disciplina.

Na Matemática, fazemos demonstrações relacionando conceitos uns com os outros, sempre com a preocupação da validade do argumento utilizado, de tal forma que um grupo de conceitos não entra em contradição com outros para esse fim. Pelo contrário, a busca por estabelecer e compreender melhor os conceitos acaba sendo realizada por meio de definições matemáticas, que vão limitando, no sentido positivo da palavra, a ideia de conceito. Assim, percebemos que conceitos matemáticos e definições matemáticas fazem parte da estrutura lógica da Matemática e são fundamentais para o seu ensino e aprendizagem.

As definições matemáticas são de essencial importância na estrutura axiomática que caracteriza a Matemática. Para um bom desenvolvimento, acreditamos que é

necessário aos estudantes e, em especial, aos licenciandos de Matemática, certa enculturação da linguagem matemática, especialmente na aceitação e compreensão do papel das definições matemáticas.

A seguir, detalharemos os aspectos do construtivismo radical e sua importância no ensino e aprendizagem das definições matemáticas.

## 2.2 O CONSTRUTIVISMO RADICAL E SUA IMPORTÂNCIA NO ENSINO DAS DEFINIÇÕES MATEMÁTICAS

Após um estudo inicial da importância da linguagem para o ensino de Matemática, bem como do papel das definições matemáticas, compete a esta parte do estudo tratar da abordagem teórica adotada para respaldar o trabalho de realização da Intervenção Didática sobre definições matemáticas, a qual é intitulada construtivismo radical.

O construtivismo é uma das perspectivas teóricas mais importantes da Educação, em especial para o ensino de Matemática. Tem suas raízes no idealismo neokantiano e contrasta com os conceitos tradicionais da Educação, baseados no realismo.

Na sala de aula tradicional, o ensino de Matemática geralmente se baseia na transmissão do conhecimento, tendo como atividade predominante a do professor que assim o faz com as informações ou explicações para os alunos. Na perspectiva construtivista, ao contrário, o conhecimento não é algo a ser transferido do professor para o aluno, mas o ensino é tido como criativo, inventivo e individual. Numa sala de aula construtivista, o professor assume um papel de orientador ou facilitador, nunca deseja ser o centro da situação, mas direciona essa atenção para o aluno, principal sujeito em questão, participando ativamente da construção de suas próprias estruturas cognitivas. Existe uma diferença fundamental entre a aula em que o ensino é feito de forma direta e a aula em que o professor faz uso da técnica construtivista. Para Fossa (1998b, p. 15), a diferença “é que nesta última, a verdadeira matemática é, realmente, apreendida – e é apreendida por aqueles que são os mais importantes: os alunos”. Dessa forma, concluímos que no construtivismo o aluno é o alvo do processo de ensino e de aprendizagem e o professor, o mediador para a eficácia dessa aprendizagem.

Dentre as abordagens teóricas construtivistas, a que utilizamos na pesquisa foi a teoria construtivista radical que, segundo von Glasersfeld (1996), é entendida como um

modelo que mostra como a mente racional funciona na organização de suas experiências e que coloca o aluno numa posição de destaque, onde a questão fundamental não é a ontológica, mas, sim, a cognitiva.

Essa teoria foi apresentada por von Glasersfeld na Décima Primeira Conferência Internacional de Psicologia da Educação Matemática em 1983, na cidade de Montreal, Canadá. Como toda nova teoria, sofreu críticas e, em certo sentido, causou incômodo pela ousadia do autor. Destacamos que, apesar de ser a primeira vez que ela estava sendo abordada com esse título e de forma pública num congresso, suas raízes são bem mais antigas, visto que “os pré-socráticos já argumentavam que uma realidade independente das formas humanas de conhecer não estava ao nosso alcance, porque não podemos sair das nossas formas de conhecer” (VON GLASERSFELD, 1996, p. 94).

As principais diferenças entre construtivismo e construtivismo radical estão relacionadas ao conhecimento e à função da cognição. No construtivismo radical, o conhecimento é construído ativamente pelo sujeito cognitivo e a cognição serve à organização do mundo experiencial do sujeito. Von Glasersfeld (1996) destaca dois pares de reformulações que o construtivismo radical faz ao construtivismo tradicional, a saber:

1 O conhecimento não é recebido passivamente nem pelos sentidos nem por meio de comunicação; o conhecimento é construído activamente pelo sujeito cognitivo.

2 A função da cognição é adaptável, no sentido biológico do termo, tendendo para a adaptação ou viabilidade; a cognição serve à organização do mundo experiencial do sujeito, não à descoberta de uma realidade ontológica objectiva (VON GLASERSFELD, 1996, p. 97).

Destacamos essa teoria do conhecimento pela importância que dá ao educando no processo de ensino e aprendizagem. Como afirma Azêvedo (2005, p. 38), no construtivismo radical “o educando assume papel destacado, se constituindo alvo do processo ensino-aprendizagem. Este é o sujeito da sua aprendizagem, desde que desafiado a resolver problemas e vivenciar situações que o auxiliarão na estruturação mental”. Dessa forma, o construtivismo radical afirma que a atenção dada ao aluno o faz crescer numa instrução individualizada e o professor está sempre mais interessado em desenvolver conceitos através da abstração e reflexão, baseados sempre nas experiências de seus alunos por meio de atividades desenvolvidas em sala de aula.

Para von Glasersfeld (1996), o construtivismo não pode e nem quer dizer aos professores coisas novas; esse não é o seu foco, mas, sim, sugerir e/ou indagar por que algumas atitudes e procedimentos não produzem bons resultados, levando-os, pela sua própria imaginação e espontaneidade, a buscarem novas soluções para os problemas enfrentados. Isso pode ser de grande vantagem até para os que se sentem limitados pelas convenções didáticas ou por aqueles que detêm o poder da organização da escola, uma vez que, assim como ao aluno, o construtivismo radical, centrado na mente, permite ao professor utilizar-se de uma “filosofia que oferece uma base teórica adequada para o desenvolvimento de métodos de ensino imaginativos” (VON GLASERSFELD, 1996, p. 292).

No ensino construtivista há uma valorização das atividades desenvolvidas, não podendo estas ser de qualquer tipo. Segundo D’Ambrósio e Steffe (1994),

As atividades constituem um meio de realizar ações e geram ação em comum. Num episódio de ensino construtivista, atividades servem de meio para instigar ações e conseqüentemente comunicação, já que abrem caminhos para crianças e professores comunicarem (D’AMBRÓSIO e STEFFE, 1994, p. 28).

Ainda segundo os autores, as atividades servem especialmente para examinar a potencial zona de construção do aluno. Esta potencial zona é uma hipótese de trabalho tida pelo professor, que indica o que ele acredita que o aluno possa construir segundo a perspectiva do modelo matemático desse aluno.

Outro fator fundamental da abordagem construtivista radical está na avaliação. O método de avaliação dessa abordagem centra sua atenção na adequação da teoria do professor sobre o desenvolvimento individual de seus alunos. Como afirma Fossa (1998b, p. 32), “enquanto o teste tradicional é usado para premiar ou punir o aluno, a avaliação construtivista é usada para identificar o próximo passo a ser dado no processo de ensino”, ou seja, a avaliação funciona como um *feedback* que analisa a progressão do aluno em relação ao conteúdo estudado.

O aspecto diferencial desta abordagem teórica nessa pesquisa se fundamenta no que afirma von Glasersfeld (1996, p. 314): “a arte de ensinar tem pouco a ver com o intercâmbio do conhecimento, o seu objetivo fundamental deve ser incentivar a arte de aprender”. Nesse sentido, podemos afirmar que trabalhar nessa perspectiva teórica pode

valorizar o papel das definições num ensino-aprendizagem mais significativo de Matemática.

Finalizamos esta seção com um pensamento de von Glasersfeld (1996), no qual ele afirma que o construtivismo radical não se apresenta como a solução dos problemas relacionados à Educação e do risco que corremos em centrar todas as nossas expectativas numa única teoria, pois,

Durante os últimos anos, o número de referências ao construtivismo radical na literatura aumentou de forma surpreendente. Isso fez-me sentir desconfortável. Se os programas de investigação e escolas anunciam que adoptaram o << paradigma construtivista >>, as pessoas ingênuas são levadas a acreditar que se registrou um avanço e que a adopção do construtivismo salvará a educação de qualquer crise em que possa encontrar-se. É claro que isso não faz sentido – e, do meu ponto de vista, é contraproducente. Se se criarem estas elevadas expectativas, o retrocesso não deixará de acontecer, antes que as poucas aplicações sérias da abordagem construtivista, que estão em curso, possam constituir um teste sólido. São precisos muitos anos para avaliar se uma nova atitude é verdadeiramente útil como orientação para escolas e professores (VON GLASERSFELD, 1996, p. 289).

De igual modo esta foi a nossa visão, quando elegemos o construtivismo radical como embasamento teórico da intervenção realizada. Isto não significa afirmar que tal perspectiva se configure como a mais perfeita em sala de aula; porém, para efeito do nosso estudo, foi a que mais se adequou, tendo em vista os elementos dos quais faz uso: foco na criatividade e individualidade dos alunos, enquanto meta a ser alcançada durante a operacionalização do procedimento adotado.

No construtivismo radical, o interesse do professor, bem como das escolas ou universidades, no desenvolvimento de seus alunos, não é somente treiná-los ou torná-los eficientes, mas motivá-los a buscar, de maneira criativa e individual, respostas para suas indagações. Aqui se dá mais valor a um ensino que mostre a seus alunos porque é útil aprender algo, e não somente treiná-los de maneira mecânica para repetir o que sabe o professor. Isso se assemelha às contribuições do construtivista Richard Skemp, quando trata dos níveis de compreensão, e este é o conteúdo da próxima parte.



### 2.3 SKEMP E O PAPEL DA AVALIAÇÃO DAS ATIVIDADES SEGUNDO AS CATEGORIAS DE COMPREENSÃO RELACIONAL E INSTRUMENTAL

Comumente, encontramos o termo *compreensão* nos textos de Educação. Na Educação Matemática, tal termo é empregado frequentemente para esclarecer a construção do conhecimento. No nosso trabalho, tratamos de compreensão segundo dois níveis: relacional e instrumental.

Como já citado anteriormente, o objetivo geral desta tese é elaborar e testar um Módulo de Ensino que proporcione uma compreensão relacional das definições matemáticas para alunos de Licenciatura em Matemática. Dessa forma, nos propomos nesta seção a explicitar e caracterizar o que é compreensão relacional e qual sua importância para nosso estudo. Abordaremos ainda o porquê de tratarmos, aqui, da avaliação dos níveis de compreensão relacional e instrumental (SKEMP, 1980) de maneira global e não pontual.

Segundo Skemp (1976), foi Stieg Mellin-Olsen (1839-1995), professor da Universidade de Bergen, na Noruega, quem usou pela primeira vez os termos compreensão relacional e compreensão instrumental. Para ele, a compreensão relacional diz respeito a uma aprendizagem na qual se conhece o fazer e porque fazer referentes a um conteúdo relacionado, e a compreensão instrumental, um conhecimento baseado em regras sem justificativas realizadas de maneira repetitivas ou mecânicas. No artigo intitulado *Relational Understanding and Instrumental Understanding*, Skemp (1976) afirma que, até conhecer a explicação desses níveis através de Stieg Mellin-Olsen, não considerava a compreensão instrumental como um tipo de compreensão.

Richard Skemp foi quem aprofundou o estudo sobre os níveis de compreensão de Stieg Mellin-Olsen, sendo considerado pioneiro em integrar na Educação Matemática a Psicologia, a Educação e a Matemática. O destaque desse pioneirismo lhe rendeu a presidência do Grupo Internacional para a Psicologia da Educação Matemática (PME), em 1980, e hoje, em sua memória, foi criado o *Richard Skemp Memorial Support Fund*, para fornecer apoio financeiro à participação em conferências da PME. Nascido em 10 de março de 1919, filho de um professor, Skemp sempre se mostrou um aluno dedicado, se tornando bolsista de Hertford College, Oxford e logo após professor de Matemática. Sempre se sentiu interessado na aprendizagem das crianças e isso despertou seu empenho em aprofundar seus estudos também em Psicologia, tornando-se Doutor em Psicologia pela Universidade de Manchester, em 1959, onde também

lecionou na área. Alguns anos mais tarde, em 1973, tornou-se professor da Universidade de Warwick, lecionando a disciplina Teoria da Educação, onde permaneceu, até encerrar sua carreira de magistério em 1986.

Suas pesquisas não tiveram muitas publicações. Segundo suas principais biografias, o autor parecia alguém bastante preocupado com qualidade acima da quantidade, gostava de polir sua obra por algum tempo antes de liberá-la para edição. Suas pesquisas sobre o tema que estamos tratando, compreensão instrumental e relacional, foram por anos apresentadas em palestras antes que chegassem à sua forma final e pudessem ser publicadas.

Como exemplo de umas dessas obras, citamos o livro *A Psicologia da Aprendizagem da Matemática* (1971), estudada por nós na edição em espanhol, de 1980, muito conhecida na área de Educação Matemática e traduzida para mais de 10 idiomas. Nessa obra, é possível perceber uma dedicação do autor em melhorar o ensino de Matemática, o que parece ter sido uma espécie de missão para o educador matemático Richard Skemp. Ele parecia bem dedicado a ajudar professores e alunos a progredirem do nível de compreensão instrumental para relacional.

Antes de aprofundar os seus estudos sobre a compreensão instrumental e relacional, Skemp (1980) trabalhou o conceito de inteligência. Segundo ele, a aprendizagem inteligente implica compreensão; portanto, em se tratando de Matemática, ela também deve ser compreensão. Para que a aprendizagem matemática seja desenvolvida de maneira inteligente, não é necessário apenas que o aluno execute as atividades propostas pelo professor de modo repetitivo, mas é preciso que se sinta motivado a compreender e praticar de tal maneira que seja capaz de edificar solidamente o conhecimento. Por este motivo, Skemp tinha dificuldade de entender a compreensão instrumental como um tipo de compreensão.

Outro assunto em destaque nas pesquisas desse autor diz respeito à noção de esquema. Segundo Fossa (2001, p. 67), “para Skemp, um esquema é uma estrutura de conceitos, ou seja, é a maneira em que vários conceitos são relacionados pelo sujeito epistemológico”. Aqui, conforme Fossa (2001), Skemp não trata de esquema como a estrutura geral da mente, mas uma maneira em que certos conjuntos de ideias são organizados segundo hierarquias e/ou classificações. Essa noção de esquema é fundamental para entendermos como fazer uma avaliação global e percebermos se os alunos adquiriram a compreensão relacional.

De fato, a Matemática se baseia em inúmeros aspectos oriundos de diversos conhecimentos, todos estes voltados à ação do conhecer. Fossa (2001, p. 84) afirma que “a meta da Educação Matemática é levar o aluno ao nível da Matemática relacional”. O autor se baseia em Skemp, quando este afirma que isso diz respeito à compreensão, dividindo-a em instrumental e relacional. A relacional diz respeito à compreensão enriquecida de significados, na qual o aluno se torna artífice de sua aprendizagem, entendendo o porquê, e não só o fazer. Para exemplificar uma situação de aprendizagem com compreensão instrumental, podemos refletir sobre esse exemplo dado por Fossa (2001), quando afirma que

[...] o aluno resolve um certo tipo de problema por um dado método, mas uma pequena modificação no problema torna o método inapropriado. Em vez de procurar outro caminho, o aluno simplesmente repete, várias vezes, o mesmo método de sempre – sem, é claro, qualquer sucesso (FOSSA, 2001, p. 69).

Na compreensão instrumental, o aluno ainda está limitado ao que o professor ensinou, repetindo regras ou algoritmos de maneira mecânica sem se aprofundar nos conceitos relacionados a esse conteúdo específico. Isso dificulta sua aprendizagem, visto que, ao se deparar com questões mais complexas, ele não estará preparado para resolvê-las. Isso é prejudicial no sentido de que, mesmo que tenha aprendido a resolver determinadas questões, se não integra os conceitos e não os relaciona a outros conteúdos matemáticos, seu raciocínio fica limitado a um só tipo de resolução.

Por isso, defendemos que a compreensão relacional deve ser uma das metas da Educação Matemática, por valorizar, na estrutura da aprendizagem, a concepção de vários conceitos que se relacionam entre si, sendo enriquecida de significado e, conseqüentemente, levar a um saber mais estruturado e não passageiro, nem mecânico, uma vez que, segundo Fossa (2001),

Quando juntamos vários conceitos em uma estrutura conceitual, o esquema resultante não é meramente a soma das suas partes, pois sempre, para Skemp, há um salto qualitativo que nos permite fazer três novas funções, a saber: integrar vários conceitos, aprender conceitos novos, e compreender conceitos. Esta divisão das funções dos esquemas, porém, é um pouco enganadora. Skemp afirma que a aprendizagem de novos conceitos consiste na integração de conceitos novos em esquemas já existentes, enquanto a compreensão de conceitos é a assimilação destes em esquemas apropriados. Assim, a função integrante do esquema é a sua característica

fundamental, pois a aprendizagem e a compreensão dependem da integração (FOSSA, 2001, p. 68).

Eis que assim ocorre a valorização da aprendizagem através da compreensão relacional que, desse modo, seria a assimilação de novos conceitos sob esquemas mais ricos, ou seja, esquemas que se integram levando o aluno a uma aprendizagem mais eficaz. Para Silva (2013, p. 15), “na compreensão relacional o aluno é capaz de realizar uma grande variedade de atividades com criatividade e inteligência, permitindo relacionar diferentes conceitos em um só esquema”.

Nas suas obras, Skemp oferece poucas indicações dos critérios que utiliza para avaliar se o aluno passou da compreensão instrumental para a relacional. Segundo sua concepção, ambas as compreensões se entrelaçam, quando a segunda (relacional) mantém com a primeira (instrumental) uma vinculação necessária.

Fossa (2001, p. 84) corrobora tal questão, quando diz que “não temos dois tipos radicalmente distintos de compreensão, mas uma série de graus de compreensão em que a instrumental gradativamente se torna relacional”. Por essa limitação na apresentação dos critérios de avaliação, muitos a têm interpretado de maneiras diversas. Como exemplo, Silva (2013) defende que a avaliação não deve ser vista somente de maneira pontual, pois esse tipo de análise não consegue determinar se houve compreensão relacional, por não observar o todo envolvido naquela resolução, especialmente a relação entre os conceitos envolvidos na questão. Em suas palavras, “a análise global leva em consideração a diversidade de conceitos envolvidos na formação de um determinado conceito” (p. 78).

Essa fragilidade ocorreu na nossa pesquisa de dissertação de Mestrado (SOUSA, 2010), na qual analisamos os dados de maneira pontual, como se a avaliação fosse referente a cada questão respondida pelos alunos no questionário ou no decorrer das atividades. Neste estudo, como veremos no quarto capítulo, serão analisados os dados num sentido global, baseados em Silva (2013), quando cita que

[...] qualitativamente, a característica mais significativa inerente à análise global que nos auxilia a sustentar a tese que ela é mais apropriada que a análise pontual, para inferir quanto aos níveis de compreensão está relacionada à viabilidade de, na análise global, podermos inferir como segurança acerca do esquema de cada sujeito sobre o conceito matemático a ser investigado e, conseqüentemente, podemos inferir quanto ao grau de compreensão dentro dos níveis relacional e instrumental (SILVA, 2013, p. 118).

Isso corrobora com todos os aspectos de nossa pesquisa, já que a individualidade do aluno é valorizada pelo próprio construtivismo radical e o esquema de cada sujeito participante da intervenção é valorizado pela percepção dos conceitos envolvidos para a eficácia de sua aprendizagem.

A seguir, nos deteremos sobre o papel da História da Matemática como recurso pedagógico, quando também explicaremos o porquê da escolha de duas obras de Malba Tahan para uso na intervenção realizada.

#### 2.4 UTILIZANDO A HISTÓRIA DA MATEMÁTICA COMO RECURSO PEDAGÓGICO E FONTE DE ATIVIDADES DE DEFINIÇÕES MATEMÁTICAS

Nesta seção, trataremos especificamente da História da Matemática como recurso pedagógico no ensino e na aprendizagem em Matemática e, em seguida, como esse recurso pode contribuir para as atividades relacionadas ao estudo das definições matemáticas.

A Educação Matemática tem se desenvolvido trazendo como pilares algumas tendências que se mostram bastante eficazes para o ensino e a aprendizagem de Matemática, das quais são exemplos a Etnomatemática, a Modelagem Matemática, os Jogos Matemáticos, a História da Matemática, dentre outras.

O campo de pesquisa em História da Matemática é bastante recente. No Brasil, Malba Tahan, dentre outros autores, já sinalizavam para sua importância no ensino, na primeira metade do século XX. Porém, é somente em 1989 que teremos a primeira tese de Doutorado na área, intitulada *Uma História do Desenvolvimento da Matemática Superior no Brasil*, do professor Clóvis Pereira da Silva.

Nos anais do V Encontro Nacional de Educação Matemática, V ENEM, realizado em 1995 na cidade de Aracaju, em Sergipe, o professor John Fossa apresenta indicações de como utilizar atividades construtivistas informadas pela História da Matemática como um recurso pedagógico; em 1998, no *First ICMI East Asia Conference on Mathematics Education*, realizado em Chungju na Coreia do Sul, o artigo intitulado *Historical Ways of Teaching Mathematics* corrobora ainda mais a referida sugestão. Talvez o primeiro trabalho que implementou a sugestão em sala de aula tenha sido o de Iran Abreu Mendes que, em 1997, sob a orientação do professor John Fossa, defendeu sua dissertação sob o título *Ensino de Trigonometria através de*

*Atividades Históricas*. Em 2001 defende a tese denominada *Ensino de Matemática por atividades: uma aliança entre o Construtivismo e a História da Matemática*, que investiga a mesma problemática.

Em 1995 é realizado o 1º Seminário Nacional de História da Matemática e, desde então, diversos pesquisadores têm se dedicado à sua expansão e fortalecimento. A Sociedade Brasileira de História da Matemática (SBHMat) foi criada em março de 1999, durante o III Seminário Nacional de História da Matemática, realizado na cidade de Vitória, no Espírito Santo.

Comumente, a História da Matemática tem sido utilizada em sala de aula e, na maioria das vezes, com o intuito de informar fatos, datas e nomes aos alunos, servindo como ferramenta para a introdução de um conteúdo matemático ou na complementação da explicação do professor. Aqui podemos destacar as diversas vezes em que o nome de algum filósofo ou matemático é apresentado como um herói, por ter sido o criador de alguma teoria, fórmula ou demonstração. Outras vezes, o livro didático traz informações históricas com o intuito de instigar a curiosidade dos alunos e motivá-los a perceber o contexto no qual aquele conteúdo foi desenvolvido. Esses dois exemplos, aparentemente os mais comuns no dia a dia de sala de aula, não são más utilizações da História da Matemática, mas limitações do seu uso, uma vez que apresentam como fragilidade a falta de preocupação em fazer com que os estudantes compreendam o desenvolvimento das ideias matemáticas, acabando por simplesmente motivar os alunos através de sua curiosidade.

No Brasil, os PCN's valorizam o emprego da História da Matemática, quando defendem que

A História da Matemática pode oferecer uma importante contribuição ao processo de ensino e aprendizagem dessa área do conhecimento. Ao revelar a Matemática como uma condição humana, ao mostrar as necessidades e preocupações de diferentes culturas, em diferentes momentos históricos, ao estabelecer comparações entre conceitos e processos matemáticos do passado e do presente, o professor cria condições para que o aluno desenvolva atitudes e valores mais favoráveis diante desse conhecimento. Além disso, conceitos abordados em conexão com sua história constituem veículos de informação cultural, sociológica e antropológica de grande valor formativo. A História da Matemática é, nesse sentido, um instrumento de resgate da própria identidade cultural (BRASIL, 1998, p. 42).

Dessa forma, percebemos que trabalhar com a História da Matemática de maneira orientada pode trazer importantes contribuições para o desenvolvimento de um conteúdo específico ou da Matemática como um todo.

Para Mendes (2012),

Os estudos em História da Matemática, História no ensino da Matemática e em História da Educação Matemática, têm gerado valiosos resultados e apontado novos caminhos e focos de abordagem para a melhoria do processo de formação docente e de aprendizagem na Educação Matemática. Isso possivelmente ocorre porque as reflexões sobre tais estudos evidenciam a importância do processo formativo na superação de obstáculos encontrados na trajetória dos sujeitos da docência em Matemática (MENDES, 2012, p. 468).

Concordamos com Mendes (2012), pois foi o interesse em apontar alternativas para a superação de obstáculos encontrados na trajetória dos sujeitos da docência em Matemática que escolhemos trabalhar com a História da Matemática nesta pesquisa, uma vez que ela tenta apontar caminhos para a compreensão relacional das definições matemáticas.

Miguel (1993) apresenta seis categorias de análise para identificar alguns modos de utilizar a História da Matemática, sendo elas:

1. Fonte de métodos adequados de ensino de Matemática;
2. Instrumento de conscientização epistemológica;
3. Fonte de motivação;
4. Instrumento de explicação dos porquês e como fonte de objetivos de ensino;
5. Formalização de conceitos;
6. Instrumento de resgate cultural.

Neste trabalho, utilizamos a História da Matemática conforme a primeira categoria apresentada por Miguel, ou seja, como “fonte de métodos adequados de ensino de Matemática”, discutindo como devemos ensinar os conhecimentos matemáticos produzidos pela humanidade nos diversos contextos.

Desse modo, as atividades didáticas baseadas no entrecruzamento entre as concepções construtivistas e a perspectiva histórica da Matemática ganham papel de destaque neste trabalho. Segundo Mendes (2006),

As atividades devem ser bem atrativas, desafiadoras e provocar a curiosidade dos estudantes. Essas características resultarão em aprendizagem se forem ricamente exploradas durante a elaboração de cada desafio. Os desafios estão presentes em textos históricos originais, em fontes secundárias como os livros de História da Matemática, livros didáticos antigos, paradidáticos e aqueles que abordam contos de tradição oriental ou similares como os trabalhos de Malba Tahan. De acordo com o nível de ensino e com o conteúdo que se pretende abordar, esses desafios podem ser mais complexos no sentido de exigir mais atenção, reflexão e habilidade investigadora dos estudantes para alcançar os resultados previstos pelo professor. O mais importante de um desafio proposto nesse tipo de atividade é desenvolver nos estudantes um espírito explorador, indagador e ao mesmo tempo de análise e síntese, pois é dessa maneira que eles alcançarão um crescimento intelectual mais significativo (MENDES, p. 114-115).

Concordando com o autor e certos de que o trabalho com História da Matemática, aliada ao construtivismo, pode trazer grandes benefícios ao ensino e à aprendizagem de Matemática, utilizamos duas obras matemáticas, datadas de 1965 e 1966, do autor Malba Tahan, intituladas *O problema das definições em Matemática* e *Lógica na Matemática*, respectivamente que trazem contribuições significativas ao estudo das definições em Matemática.

Antes de tratarmos das obras e de sua importância como fontes de métodos adequados para o ensino de Matemática, faz-se necessário realizar um breve comentário sobre Malba Tahan, o professor Júlio César de Mello e Souza.

Nascido em 06 de maio de 1895 na cidade do Rio de Janeiro, Malba Tahan passou a infância morando com seus pais e seus oito irmãos na cidade de Queluz<sup>5</sup>. Desde muito jovem, mostrava interesse pela Matemática e pelo ofício de contar histórias, como afirma Valdemar Vello (2006): “Toda a obra de Julinho, o menino de Queluz, foi edificada desde sua infância, já na escolinha de sua mãe, revelando-se um ótimo contador de histórias” (VELLO, 2006, p. 2).

Tahan cursou os ensinos Fundamental e Médio em duas escolas reconhecidas pela excelência do ensino, o Colégio Militar do Rio de Janeiro e o Colégio Pedro II. Graduou-se como professor na Escola Normal e como Engenheiro na Escola Nacional de Engenharia. Como professor, trabalhou em várias escolas, entre elas, o Colégio Pedro II e a Escola Normal. Foi ainda catedrático na Escola Nacional de Belas Artes, na

---

<sup>5</sup> A cidade de Queluz fica localizada na parte leste de São Paulo a uns 166 km do Rio de Janeiro.



Faculdade Nacional de Arquitetura e no Instituto de Educação do Rio de Janeiro (ex-Escola Normal do R.J.). Afora essas atividades de sala de aula, exercia outras longe do ambiente da escola, como nos mostra Oliveira (2007):

[...] ao analisar, no acervo do Instituto Malba Tahan (IMB), as atividades docentes de Júlio César de Mello e Souza, na década de 1940, percebi que sua “agenda” era repleta de conferências, noites árabes, aulas, projetos educacionais arrojados e atividades sociais em geral, tais como: lançamentos de livros, encontros em entidades sociais (Lions, Rotary e outros), visitas a institutos de portadores do mal de Hansen – recriar cada momento belo vivido e ir mais! (OLIVEIRA, 2007, p. 114-115).

Ademais, Malba Tahan acrescentou à sua carreira de professor a de escritor e educador matemático. Faleceu em 1974, numa visita a Recife, onde foi para ministrar a conferência “Arte de Ler e Contar Estórias” (que é também título de um livro seu).

Na sua atuação, além das atividades literárias, Malba Tahan contribuía com a Educação Matemática em pelo menos três maneiras: na publicação de textos sobre o ensino da Matemática, na produção de materiais didáticos e na elaboração de cursos voltados à formação de professores, os quais ministrou em muitas partes da nação.

Em se tratando da publicação de textos sobre o ensino da Matemática, podemos mencionar obras como *A didática da Matemática* (1957), *O mundo precisa de ti professor* (1966), *Páginas do bom professor* (1969) e *Roteiro do bom professor* (1969).

Dentre as obras citadas sobre o ensino de Matemática, o livro *A Didática da Matemática* é talvez a mais conhecida. Segundo Vello (2006),

Em ‘Didática da Matemática’, encontramos orientações detalhadas de como implantar nas escolas os Laboratórios de Matemática, sabidamente indispensáveis à boa formação nessa ciência de múltiplas aplicações em nossa vida. Julinho de Mello e Souza descobre o poder da Matemática nas atividades lúdicas, nos jogos infantis, nas brincadeiras, nas lendas (VELLO, 2006, p. 2).

Para Malba Tahan, o ensino da Matemática era excessivamente algebrista, ou seja, formal ao ponto de torná-la demasiadamente complicada e afastada da realidade. A esse tipo de ensino, ele queria responder com metodologias baseadas em atividades lúdicas e que reportassem a situações que deveriam ter mais significado para o aluno.

A respeito, podemos ainda mencionar que Mello e Souza, o Malba Tahan, editava a revista *Al Karismi*, que publicava, entre 1946 e 1951, matérias referentes à

Matemática recreativa e à História da Matemática. Lopes (2012) chega a afirmar que esta pode ser considerada a primeira revista brasileira de Educação Matemática.

Em relação à produção de materiais didáticos, podemos mencionar, entre outros, a *Matemática recreativa* (1965), *O problema das definições em Matemática* (1965) e *A Lógica na Matemática* (1966). Também trabalhou na produção de materiais didáticos promovidos pelo Ministério da Educação (MEC), no que contou também com a colaboração de Manoel Jairo Bezerra (1920-2010), pioneiro do ensino à distância, e Ceres Marques de Moraes, que privilegiava o uso de materiais concretos no ensino da Matemática.

Nesta pesquisa, como já dito, utilizamos a História da Matemática como fonte de métodos adequados de ensino de Matemática. As fontes que utilizamos para a execução das atividades construtivistas foram principalmente duas, as quais descreveremos melhor a seguir.

A primeira é a obra *O problema das definições em Matemática*, Tahan (1965), que se divide em nove capítulos que tratam de questões básicas de Lógica, da definição de conceitos, do método axiomático, da didática e do problema das definições, dos conceitos sem definições e do rigor em Matemática.

Cada capítulo é subdividido em tópicos que esclarecem melhor os aspectos estudados em cada unidade e é finalizado com notas explicativas. Destacamos que uma característica do autor é a variedade de citações e indicações bibliográficas, e isso é confirmado na obra estudada.

Com base no estudo do livro concluímos que ele traz diversas contribuições, das quais destacamos, em primeiro lugar, o seu valor histórico, uma vez que só a partir da década de 1990 estudos sobre a Educação Matemática ganharam maior ênfase no Brasil. Em segundo lugar, destacamos suas contribuições para o Ensino de Matemática, pois a linguagem matemática continua a ser um campo pouco explorado e valorizado, o que Malba Tahan já aponta quando se propõe a estudar os conceitos e as definições matemáticas, a fim de uma maior compreensão e aprendizagem da Matemática.

A segunda obra utilizada na intervenção é intitulada *A Lógica na Matemática*, também de Malba Tahan (1966). Dividida em onze capítulos, o livro traz uma importante contribuição para o ensino da Lógica, por tratar de sua base, bem como da definição de conceito, do método axiomático, da estrutura lógica de um sistema dedutivo e das demonstrações de teoremas.

Nessa obra, Malba Tahan afirma que seria muita presunção alguém afirmar que conhece toda a Matemática, uma vez que ela se divide em diversos campos de pesquisa e ensino. Porém, para o referido autor, existem alguns pontos em comum nas mais diversas áreas da Matemática que nenhum professor de Matemática pode se isentar de conhecê-los e explorá-los, seja qual for a sua linha de pesquisa.

Os pontos citados por Malba Tahan (1966) são oito<sup>6</sup>. Entre eles, destacamos dois: o primeiro, as demonstrações matemáticas, objeto de estudo de nossa dissertação (SOUSA, 2010), e o segundo, as definições matemáticas, que é objeto de nossos estudos nesta tese. Tahan era defensor do bom ensino das definições matemáticas, o que, segundo ele, deveria ser algo que nenhum professor poderia deixar de fazer.

Encerramos esta seção afirmando que Malba Tahan era um homem à frente de seu tempo, bastante comprometido com o ensino de Matemática e pioneiro na elaboração de materiais didáticos que tratavam da forma de ensinar. Assim, concluímos que as obras utilizadas na intervenção didática podem e devem ser utilizadas como recurso para o ensino das definições em Matemática, como fizemos.

No próximo capítulo, detalharemos a metodologia utilizada na pesquisa e a intervenção didática aplicada com alunos de Licenciatura em Matemática.

---

<sup>6</sup>Os oito pontos são: a lógica na Matemática, os axiomas e postulados, a axiomática, as demonstrações em Matemática, os métodos de investigação em Matemática, o problema das definições em Matemática, os sofismas em Matemática e a História da Matemática.

### 3 A METODOLOGIA

Conforme realizado na pesquisa do Mestrado (SOUSA, 2010), este estudo foi desenvolvido, por esta pesquisadora, por meio de uma metodologia qualitativa que contempla fases de intervenção e avaliação.

Segundo a experiência empreendida, foi constatado que dentre os tipos de pesquisa qualitativa, a pesquisa-ação foi a que mais se adequou aos objetivos propostos, tendo em vista valorizar a interação professor-aluno possibilitando mais liberdade às suas atividades mentais, igualmente ajudando-os a construir suas próprias estruturas conceituais, ao invés de recebê-las de um modo preestabelecido por outros, como explica Fossa (1998b). Destacamos, a seguir, algumas características da pesquisa-ação que são pertinentes ao nosso estudo:

- a) Coleta de informações acerca da questão/problema (linguagem matemática, conceitos e definições matemáticas, bem como História da Matemática);
- b) Organização e testagem de atividades de ensino-aprendizagem baseadas na conexão entre as concepções construtivistas e a perspectiva histórica da Matemática;
- c) Concretização de conhecimentos teóricos que antecedem a prática, comparando-os com as diversas teorias relacionadas às definições matemáticas;
- d) Descrição dos processos e das generalizações da investigação, de modo a produzir regras práticas que resolvam ou encaminhem direções aos problemas pertinentes à pesquisa.

Para a intervenção, utilizamos atividades construtivistas e empregamos o recurso da História da Matemática, que tem se destacado como uma tendência de Educação Matemática enriquecedora para o ensino. O processo de avaliação foi realizado segundo Skemp (1976, 1980), que classifica a compreensão em *instrumental* e *relacional*. Para uma melhor apresentação do desenvolvimento e análise dos resultados, seguimos também os critérios estabelecidos por Silva (2013), que valoriza a avaliação global em vez pontual. Essa avaliação será destacada e melhor explorada no próximo capítulo.

Os passos de execução dos procedimentos metodológicos encontram-se melhor explicados nas seções a seguir.

### 3.1 MÓDULO DE ENSINO

Realizar uma intervenção pedagógica se faz necessário quando há uma insatisfação quanto ao processo de ensino e, de alguma forma, quando há, por parte de um ou mais pesquisadores, o interesse em agir indo de encontro àquilo que os inquieta. Acreditamos que não necessariamente precisa haver algo de errado no processo de aprendizagem, mas, pelo menos, algo que possa ser melhorado. No nosso caso, temos como foco o ensino e a importância dada às definições matemáticas no processo de ensino e aprendizagem de Matemática.

Para melhor entender como foi realizada a mediação, antes do capítulo que trata da análise do que foi feito, apresentaremos o Módulo de Ensino que foi proposto mediante a realização de uma ação didática aplicada em sala de aula com alunos de Licenciatura. O módulo tratou do estudo das definições matemáticas e foi baseado em Fossa (2009), Tahan (1965) e Tahan (1966).

#### 3.1.1 Objetivos

Para melhor visualizar a finalidade do Módulo de Ensino, apresentamos, a seguir, os seus objetivos, descrevendo o objetivo geral e, em seguida, os específicos.

##### a) Objetivo Geral

Intervir no contexto educacional do processo de ensino e aprendizagem do curso de Licenciatura em Matemática para possibilitar aos alunos uma compreensão relacional sobre as definições matemáticas nesse processo.

##### b) Objetivos Específicos

O módulo teve como objetivos específicos:

- Observar, caracterizar e avaliar as dificuldades encontradas na linguagem matemática por uma falta de clareza na importância das definições matemáticas;

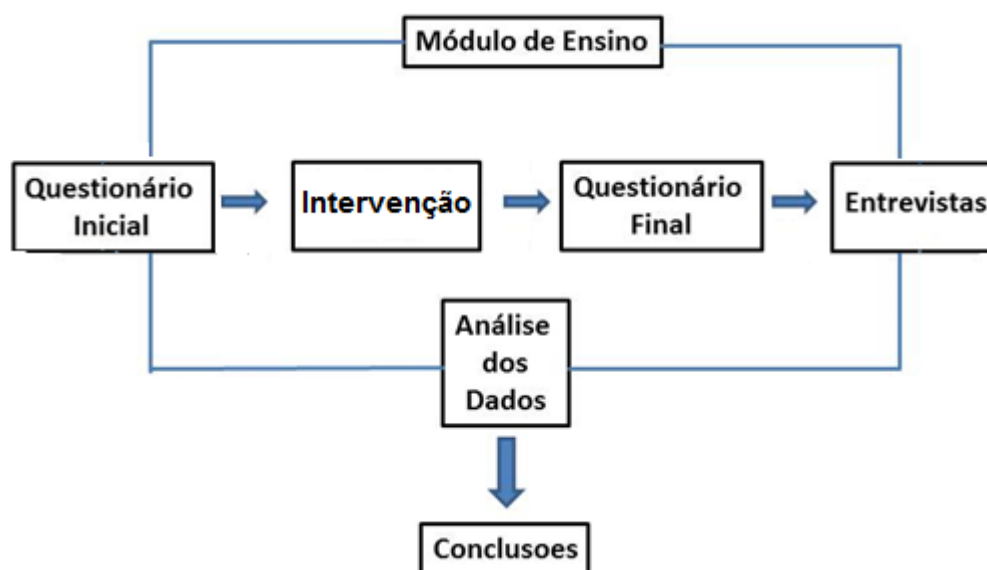
- Despertar interesse nos alunos e professores para os requisitos necessários para uma aprendizagem mais eficaz da Matemática, através da compreensão relacional das definições matemáticas.

### 3.1.2 Metodologia da intervenção

O Módulo consistiu em quatro partes, realizado em cinco encontros semanais pela pesquisadora<sup>7</sup> e o grupo ou a pesquisadora e cada participante.

Como ilustrado na Figura 01, a primeira parte foi um questionário<sup>8</sup> que buscou traçar o perfil dos participantes, realizar uma sondagem para avaliar a base cognitiva dos mesmos sobre questões relacionadas às definições matemáticas e avaliar a importância que esses dão ao uso da História da Matemática.

Figura 01: Ilustração da metodologia da intervenção



Fonte: Pesquisa (maio, 2014).

<sup>7</sup>Sempre que houver essa referência, é preciso que fique claro que a pesquisadora, ou a professora, constituem a mesma pessoa. Para efeito deste estudo, quem desenvolveu as atividades foi esta pesquisadora.

<sup>8</sup>O questionário encontra-se no Apêndice A

## Questionário, segundo Gil (1995), é entendido

[...] como a técnica de investigação composta por um número mais ou menos elevado de questões apresentadas por escrito às pessoas, tendo por objetivo o conhecimento de opiniões, crenças, sentimentos, interesses, expectativas, situações vivenciadas *etc.* (GIL, 1995, p. 124).

Destacamos que não pedimos para os alunos se identificarem<sup>9</sup>. Segundo Laville e Dionne (1999), isso permite uma maior liberdade nas respostas, favorecendo a sinceridade dos participantes, visto que podem sentir que estão sendo avaliados mais diretamente, caso precisem se identificar. Por outro lado, acreditamos que não se identificar pode não garantir que todas as respostas serão respondidas com todo o cuidado e/ou atenção que desejaríamos, como pesquisadores.

A segunda parte foi a aplicação do roteiro didático. As atividades de ensino e aprendizagem foram baseadas na conexão entre as concepções construtivistas e a utilização da História da Matemática como recurso pedagógico. As contribuições didáticas das obras de Tahan (1965, 1966) e Fossa (2009) serviram como base de estudos, e os textos selecionados e aplicados nos encontros foram extraídos das obras: *A Lógica na Matemática*, *O problema das definições em Matemática*, *Introdução às técnicas de demonstração matemática* e, ainda, um dicionário de Filosofia do autor Orris Soares (1952).

Como a maioria dos textos foi selecionada das obras de Malba Tahan, antes de tratarmos diretamente das definições matemáticas, tratamos de conceitos matemáticos, estes últimos cuja literatura se constitui como bastante ampla, porém problemática, dado o caráter filosófico que os reveste. Como utilizamos um texto histórico, achamos por bem adotar a mesma metodologia do autor e tratar de conceitos como ponto de apoio para as definições, conforme Tahan (1965, 1966).

A terceira parte consistiu na aplicação de um novo questionário, sobre o qual se desenvolveu uma conversa em grupo. Essa parte foi semelhante à primeira, dessa feita não mais numa visão inicial, pois o tema das questões havia sido trabalhado ao longo das atividades realizadas nos encontros anteriores. O módulo foi finalizado numa quarta etapa, na qual foram desenvolvidas entrevistas individuais. As entrevistas foram

---

<sup>9</sup> Os questionários não tinham identificação; porém, para a análise dos dados de maneira global, após o término do módulo, os alunos identificaram seus questionários para que fosse possível comparar com as outras atividades realizadas, uma vez que, para sabermos se houve a compreensão relacional, seria preciso analisar toda a participação dos alunos em todo o percurso do módulo.

orientadas por um modelo que Flick (2002) nomeia como episódica – que valoriza a criatividade – em que o entrevistador não precisa ter estruturado anteriormente todas as questões, mas a partir das primeiras pode ir aprofundando o que ele deseja saber do entrevistado, assemelhando-se às pesquisas semiestruturadas.

### **3.1.3 Descrição das partes**

Os subitens a seguir descrevem o percurso metodológico realizado.

#### **3.1.3.1 Parte 01**

A Parte 01 foi o primeiro contato entre a pesquisadora e os alunos, no qual foi possível apresentar a proposta do curso de extensão, bem como aplicar o questionário inicial, que seria a primeira atividade avaliativa dos participantes.

Para que a fala da pesquisadora não influenciasse na resolução das questões propostas, iniciamos o encontro com a apresentação da mesma, dos participantes e, em seguida, com a aplicação do questionário.

O questionário era composto de 16 perguntas e estava dividido em 03 partes, que tinham como objetivos:

- a) Traçar o perfil dos participantes (ver Apêndice A: Questionário - parte A);
- b) Realizar uma sondagem para avaliar a base cognitiva dos participantes sobre as questões relacionadas à linguagem matemática, conceitos e definições matemáticas (ver Apêndice A: Questionário - parte B);
- c) Avaliar a importância que os participantes dão ao uso da História da Matemática como recurso didático (ver Apêndice A: Questionário - parte C).

A aplicação do questionário foi bastante tranquila, e, quando todos terminaram de responder, passamos para uma parte de comentários do questionário aplicado, bem como à discussão de como seria o desenvolvimento das atividades propostas pelo curso.

Nesse encontro, percebemos que os alunos estavam curiosos para saber qual a finalidade do curso. Muitos comentavam que estavam ali só pelo certificado que somaria carga-horária, uma vez que o Módulo estava sendo aplicado como curso de



extensão. Outros relataram que se matricularam por já conhecerem o trabalho da professora, e que assim poderiam aprofundar mais um tema de Matemática; por fim, alguns não se expressaram com relação às suas expectativas.

Algo que nos chamou a atenção foi o fato de que o curso havia sido proposto para Licenciandos em Matemática; contudo, um aluno do curso de Física nos pediu para participar e, pela proximidade dos cursos, não vimos problema em aceitá-lo na turma. Outra observação que ressaltamos desse encontro foi que a maioria dos alunos comentou sobre o questionário e poucos deixaram de responder alguma questão.

### 3.1.3.2 Parte 02

A Parte 02 consistiu na organização e aplicação do roteiro didático de atividades de ensino e aprendizagem, baseadas na conexão entre as concepções construtivistas e as atividades com o uso da História da Matemática.

Antes da aplicação do roteiro didático, foi necessário organizá-lo segundo a concepção construtivista radical, a qual valoriza a participação dos alunos no processo de aprendizagem. Dessa forma, nos cinco encontros, procuramos planejar atividades que favorecessem aos alunos serem protagonistas da própria aprendizagem. O papel do professor, nesse caso, foi o de mediar as discussões, organizar os grupos, orientar a metodologia das atividades e corrigir possíveis erros na assimilação dos conteúdos.

Os encontros tiveram duração, cada um, de três horas/aula, cerca de 2h15min, e foi subdividido em outras fases que intitulamos de momentos.

#### *3.1.3.2.1 Descrição e objetivos dos encontros*

##### Encontro 01

O primeiro encontro foi dividido em quatro momentos e teve como objetivos:

- a) Observar a compreensão dos entrevistados sobre os temas tratados no questionário da etapa anterior;

- b) Realizar um contato *informal*, num contexto cotidiano, sobre assuntos relacionados à Matemática, com ênfase na importância das definições em Matemática;
- c) Desenvolver uma discussão *livre* sobre os questionamentos apresentados nos textos repassados aos alunos, textos esses que traziam uma espécie de exercício – denominado pelo autor como indagações do caderno de Anita –, que deveria ser realizado sob o formato de tempestade de ideias.

No primeiro momento, realizamos uma discussão do questionário da etapa anterior. É importante ressaltar que, nesse momento, esperávamos que os alunos comentassem de maneira espontânea as questões abordadas no questionário, para que pudéssemos observar as percepções que eles tiveram dos conteúdos abordados no questionário. Notamos que eles ainda estavam um tanto tímidos nesse momento, e, para facilitar o início da discussão, resolvemos projetar o questionário com o uso de um Datashow, à medida que fazíamos perguntas sobre o que eles entenderam, se tiveram dificuldades em responder todas as questões e se eles conseguiam ter mais clareza sobre o que estávamos propondo a realizar. Após esses questionamentos, os alunos começaram a se posicionar e, para o início do curso, a discussão foi satisfatória.

No segundo momento, dividimos a turma em três grupos e entregamos o primeiro texto, que foi lido e discutido nos respectivos grupos. O texto utilizado foi um capítulo do livro *Introdução às Técnicas de Demonstração em Matemática*, do professor John Andrew Fossa (2009). Esse capítulo faz parte da primeira parte do livro, que narra uma série de diálogos que tinham como objetivo instigar os leitores a trabalharem a argumentação e alguns conceitos e definições em Matemática, numa linguagem natural. A série de diálogos é dividida por cinco dias da semana, de segunda a sexta. Para essa aula, escolhemos o diálogo da Terça-feira, que traz um debate acerca das definições em Matemática. Para essa atividade, gastamos vinte e cinco minutos, e notamos que houve certa dificuldade por parte da maioria dos alunos ao dizerem que não estão acostumados a trabalhar com leitura em Matemática. Alguns até chegaram a questionar se nesse curso teríamos cálculo em algum período.

Num terceiro momento, cada grupo escolheu um representante que apresentou os aspectos mais importantes da discussão realizada em cada grupo, e das percepções que tiveram do texto. Destacamos que, nesse momento, a turma já estava mais à

vontade e não somente esses três representantes falaram, mas também todos os integrantes de um dos grupos enriqueceram a apresentação.

No final do encontro, discutimos as questões trazidas por Fossa (2009) ao fim do texto que relatava o diálogo de Terça-feira; o autor intitulou tais questionamentos por *indagações do caderno de Anita*. Nessa parte, a professora apresentou as indagações e foi ouvindo dos participantes as suas respostas. Destacamos que, nesse momento, não tínhamos como objetivo analisar as respostas certas ou erradas, mas somente deixar que a discussão acontecesse e que a maior parte dos alunos pudesse expor suas respostas. Dessa forma, aconteceu exatamente o esperado: quase todos foram se posicionando e apresentando suas opiniões e/ou respostas sobre os questionamentos do texto, tendo somente duas alunas se isentado da discussão.

### Encontro 02

O segundo encontro foi dividido em três momentos e teve como objetivos:

- a) Realizar um estudo sobre conceitos matemáticos segundo Tahan (1965, 1966);
- b) Desenvolver uma discussão sobre os textos estudados nesse encontro;
- c) Observar a compreensão dos entrevistados sobre conceitos matemáticos.

No primeiro momento dividimos a turma em grupos e entregamos o segundo texto, que foi lido e discutido nos respectivos grupos. O texto utilizado foi o Capítulo I do livro *A Lógica na Matemática*, no qual Tahan (1966) trata da base lógica da Matemática, da estrutura da Matemática, do que é um conceito, da sua divisão, compreensão e extensão, entre outros assuntos.

Em seguida, ainda nos mesmos grupos, os alunos realizaram a leitura e discussão do terceiro texto trabalhado, retirado do *Dicionário de Filosofia* (SOARES, 1952, p. 223-225), que tratava da ideia de conceito, em diversas áreas, especialmente em Matemática.

Após a leitura e discussão, os alunos apresentaram os principais pontos dos textos já discutidos em grupos menores, mas agora para todos os alunos presentes. O foco da discussão foi a importância do estudo dos conceitos para o ensino de Matemática.

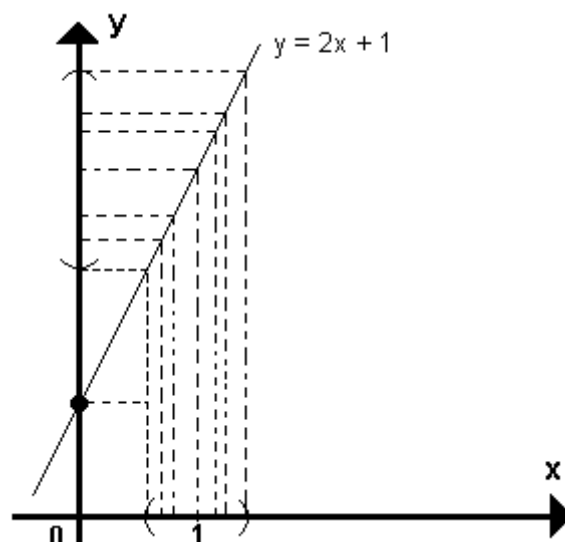
A discussão foi bastante enriquecedora; dessa vez, todos participaram, comentando sua opinião sobre esse estudo e como são tratados os conceitos no dia a dia

de sala de aula. Notamos ainda que o uso do Dicionário de Filosofia contribuiu para a discussão, pois trazia uma classificação de conceitos, bem como alguns significados e contribuições históricas. Além disso, observamos que os alunos que estavam cursando a disciplina Cálculo mencionaram o fato de, geralmente, os professores se interessarem mais por questões numéricas do que na explicação da teoria. Alguns diziam que, a partir desse momento, eles se preocupariam mais com os conceitos de limite, derivada e integral, ao invés de somente realizar os cálculos dos referidos conteúdos. Paramos um pouco a discussão e a professora explicitou a ideia intuitiva de limite.

A professora escreveu no quadro uma função  $f(x)=2x+1$  e atribuiu alguns valores a  $x$  que se aproximassem de 1, pela sua direita (valores maiores que 1) e pela esquerda (valores menores que 1), e, assim, calculou o valor correspondente de  $f(x)$ . Dessa forma:

$X$	$f(x) = 2x + 1$
1,5	4
1,3	3,6
1,1	3,2
1,05	3,1
1,02	3,04
1,01	3,02

$x$	$f(x) = 2x + 1$
0,5	2
0,7	2,4
0,9	2,8
0,95	2,9
0,98	2,96
0,99	2,98



A professora chamou a atenção da turma para que notassem que, à medida que  $x$  se aproxima de 1,  $f(x)$  se aproxima de 3, ou seja, quando  $x$  tende para 1 ( $x \rightarrow 1$ ),  $f(x)$  tende para 3 ( $f(x) \rightarrow 3$ ), ou seja:

$$\lim_{x \rightarrow 1} (2x + 1) = 3$$

Todos os alunos observaram que, quando  $x$  tende para 1,  $f(x)$  tende para 3 e o limite da função é 3. No final, escreveu na lousa de forma geral:

$$\lim_{x \rightarrow a} f(x) = b$$

Esse exemplo foi bastante enriquecedor e deixou a turma bastante motivada ao estudo do próximo encontro, que trataria das definições em Matemática. Foi sugerido que eles procurassem a definição de limite, já que estavam cursando a disciplina de cálculo, e que observassem a relação entre os conceitos envolvidos no estudo dessa noção intuitiva e a definição apresentada nos livros sobre limite.

No final do segundo encontro, foi entregue a cada participante o quarto texto, tema da discussão do próximo encontro, e pedimos para que cada aluno, ao realizar a leitura prévia, destacasse as partes que eles julgassem mais importantes.

### Encontro 03

O terceiro encontro foi planejado para ser dividido em três momentos, e teve como objetivos:

- a) Realizar um estudo inicial das definições em Matemática;
- b) Desenvolver uma discussão *livre* sobre os textos estudados no encontro;
- c) Observar a compreensão dos entrevistados sobre definições em Matemática.

Após o encontro anterior, no qual tratamos de um estudo breve dos conceitos, passamos para o estudo das definições em Matemática. Ressaltamos que esse estudo não foi realizado somente em um encontro por ser o foco principal do Módulo de Ensino.

No primeiro momento, a turma foi dividida em grupos e, em seguida, foi realizada a leitura dos pontos destacados no texto lido anteriormente. Após a leitura, foi motivada a discussão desses pontos nos respectivos grupos. O texto estudado foi o Capítulo I do livro *O problema das definições em Matemática* (TAHAN, 1966). Esse texto trata das definições e suas modalidades e dos principais tipos de definição.

Num segundo momento, ainda nos mesmos grupos, foi realizada a leitura e discussão do quinto texto a ser trabalhado. Como no encontro anterior, utilizamos o *Dicionário de Filosofia* (SOARES, 1952, p. 292-294), que tratava do tema das definições; demos ênfase na leitura do item que tratava da definição em Matemática.

Por fim, foram apresentados os principais pontos dos textos já discutidos em grupos menores, agora para todos os alunos presentes. Um aluno de cada grupo foi escolhido para realizar a explanação dos pontos mais importantes destacados no grupo, mas todos os alunos participaram da discussão, após essa apresentação.

Sobre esse encontro, queremos destacar duas observações importantes. A primeira diz respeito à motivação da aula anterior, onde pedimos que eles pesquisassem sobre a definição de limite, e a segunda sobre a ideia que um aluno teve de construir um painel explicativo sobre os aspectos mais importantes de uma definição em Matemática.

Sobre a primeira observação, um aluno apresentou a seguinte definição de limite (representada na Figura 02):

Figura 02: Foto em recorte da definição de limite apresentada por um dos alunos do curso de extensão.

*Seja uma função  $y = f(x)$  definida sobre algum intervalo aberto que contenha o número  $a$ , mas não obrigatoriamente essa função necessita estar definida nesse ponto  $a$ . Podemos dizer então que, o limite de  $f(x)$  vale  $L$  quando  $x$  se aproxima, ou quando  $x$  tende ao número  $a$  e representamos essa afirmação por  $\lim_{x \rightarrow a} f(x) = L$  se, e somente se, para todo número  $\varepsilon > 0$ , existir um número correspondente  $\delta > 0$  tal que  $|x - a| < \delta \Rightarrow |f(x) - L| < \varepsilon$ .*

Fonte: Pesquisa (Maio, 2014).

A partir da definição apresentada pelo aluno, fomos fazendo uma comparação sobre a noção intuitiva da aula anterior. A maioria dos alunos questionava a simbologia e os termos utilizados. Outros, com base nos textos lidos, tentavam classificar que tipo de definição era essa, ou seja, se seria nominal, descritiva ou de outro tipo.

A partir dessa discussão destacamos a segunda observação, que foi a ideia de outro aluno para construirmos um painel explicativo sobre as definições. À medida que o tema foi sendo discutido, íamos construindo o com os aspectos mais importantes e mais ressaltados na discussão. Após a construção do painel, como a hora já estava avançada e a maioria não conseguiu reproduzir o painel em seu caderno, percebemos que muitos tiraram foto dele por meio do aparelho celular. Isso para nós foi um destaque, porque não era obrigatória a construção desse painel, e perceber que muitos o fotografaram significou para nós que havia um comprometimento por parte dos alunos em aprender o que estávamos discutindo e não somente fazer o curso pelo certificado, como eles mesmos diziam no início do Módulo.

Por fim, queremos destacar o quanto foi rica a discussão e, ao contrário dos outros dias em que muitos queriam logo ir embora, nesse encontro passamos um pouco do horário previsto, prolongando o debate.

#### Encontro 04

O quarto encontro foi dividido em três momentos e teve como objetivos:

- a) Realizar um estudo dos conceitos primitivos;

- b) Realizar um estudo dos problemas enfrentados no estudo das definições em Matemática;
- c) Desenvolver uma discussão *livre* sobre os textos estudados no encontro.

Após o estudo das definições Matemáticas, passamos para o estudo dos problemas relacionados a essa questão, principais erros, conceitos primitivos e construções erradas de definições.

Iniciamos o encontro dividindo a turma em dois grupos para a leitura dos textos. Incentivamos para que a leitura fosse intercalada por discussões daquilo que o grupo achasse mais importante, à medida que fosse lendo cada texto.

Um dos grupos discutiu o sexto texto, que era o Capítulo II do livro *A Lógica na Matemática* (TAHAN, 1966), que trata da definição de conceito, da definição da definição, dos atributos de uma definição e, entre outras coisas, da impossibilidade de se definir tudo.

O outro grupo discutiu o sétimo texto, o Capítulo IV do livro *O problema das definições em Matemática* (TAHAN, 1965), o qual aborda os problemas relacionados com as definições, as definições incompatíveis, a existência do conceito definido e as definições didáticas.

Num segundo momento, cada grupo apresentou os principais pontos dos textos já discutidos nos dois grupos, mas agora para todos os alunos presentes. A discussão foi dividida em duas partes. A primeira parte foi discutida com foco na questão das noções não definidas e conceitos primitivos, e a segunda parte nos principais problemas enfrentados no estudo das definições em Matemática. Cada parte foi apresentada por dois alunos escolhidos de cada grupo.

No terceiro momento, motivou-se que cada grupo pudesse elencar os principais aspectos apresentados pelo outro grupo e, ainda, como já havia sido realizada uma leitura prévia dos textos, ou seja, como todos os alunos conheciam os dois textos, houve uma motivação para que os alunos pudessem complementar as apresentações com aquilo que haviam compreendido do texto, bem como, se houvesse dúvidas, esse seria o momento de apresentá-las para que todos pudessem discuti-las.

Esse encontro foi marcado pela apresentação dos grupos. O primeiro grupo se destacou bastante, pois o aluno que o representou desenvolveu o tema com bastante segurança e conseguiu a atenção de toda a turma. Ele enfatizou os conceitos sem definição e a construção lógica de um conceito a partir de vários outros. Para enriquecer



a discussão, citamos os tipos de compreensão defendidos por Skemp (1980) e explicamos à turma o que o autor fala acerca da noção de esquemas e da compreensão relacional que é adquirida pela ligação entre vários conceitos, o que é muito parecido com o que Tahan (1966) destaca nesse capítulo.

O segundo aluno também apresentou o seu texto com muita habilidade, utilizando uma metodologia diferente do primeiro, uma vez que ia lendo as partes do texto que havia destacado com seu grupo e, à medida que fazia isso, parava para discutir e explicar. Durante a sua apresentação, a turma (com exceção de duas alunas) também ia fazendo perguntas sobre as dúvidas que tinham sido assinaladas na leitura do texto. A professora preferiu não dar respostas a essas dúvidas e promover ainda mais a discussão, característica do construtivismo radical, o que fazia com que, à medida que cada aluno ia se expressando e participando do debate, essas dúvidas fossem sendo resolvidas.

### Encontro 05

O quinto encontro foi dividido em quatro momentos e teve como objetivos:

- a) Finalizar o estudo das definições no Módulo de Ensino, especificando a didática e os problemas das definições em Matemática;
- b) Desenvolver uma discussão *livre* sobre tudo o que foi estudado no curso, desde o primeiro questionário à leitura dos textos;
- c) Motivar uma discussão sobre as possíveis contribuições da intervenção ao Ensino de Matemática, especialmente, a linguagem matemática.

Depois de termos realizado um estudo sobre os conceitos e as definições em Matemática, finalizamos a segunda parte do Módulo de Ensino com uma discussão acerca da didática das definições. Também debatemos as contribuições da intervenção para o ensino e a aprendizagem em Matemática e a opinião de cada aluno sobre o tema.

O primeiro momento do encontro consistiu na leitura individual do oitavo texto, que foi o Capítulo III do livro *A Lógica na Matemática* (TAHAN, 1966). Esse texto tinha como características fundamentais a didática e o problema das definições, as sete leis gerais das definições e, entre outras questões, a definição e seus preceitos.

Após a leitura individual dos textos, os alunos foram divididos em duplas ou trios e foi pedido que eles conversassem sobre os aspectos fundamentais daquilo que leram.

Num outro momento, cada aluno apresentou os principais destaques desse texto. Para que não ficasse repetitivo e nem se prolongasse muito, após a fala de um aluno o outro não precisava repetir as mesmas questões tratadas, a não ser que quisesse dar ênfase a algum conteúdo específico, que foi o caso da primeira parte do texto. Quase todos comentaram essa parte que tratava dos resultados de uma boa definição, que seriam quatro, segundo Tahan (1966, p. 33). Para o autor, “de uma boa definição poderá resultar: melhor compreensão das teorias, simplificação de um problema, precisão de raciocínio e correção de linguagem”.

Outro ponto destacado por todos os alunos foi o que Tahan (1966) chamou de sete leis gerais de definição<sup>10</sup>, baseando-se nas normas fundamentais de Blaise Pascal e os preceitos do filósofo François Joseph Thonnard. Todos os alunos concordaram com o que Tahan defendeu. Essas leis dizem respeito aos cuidados que um matemático precisa ter para formular a definição de um conceito.

Após essa discussão passamos para o terceiro momento, onde foi realizada uma recapitulação, motivada pela professora, de tudo o que foi visto anteriormente; foi construído um painel com duas colunas, onde foram colocados os principais aspectos apreendidos pelos alunos sobre definições em Matemática. A professora também reapresentou, em forma de projeção, o questionário inicial, lendo cada questão no intuito de motivar os alunos a responderem se, naquele momento, após o estudo dos textos, eles responderiam diferentemente as referidas questões e, por unanimidade, todos responderam que sim.

No quarto e último momento desse encontro, a professora motivou que cada aluno escrevesse as contribuições da intervenção, bem como a opinião de cada um sobre a mesma. Isso resultou na oportunidade de um novo diálogo sobre as contribuições do curso e as possibilidades do mesmo ser inserido em alguma disciplina inicial do curso de Licenciatura em Matemática. Isso foi feito após a escrita e entrega dos textos à professora. Nesse momento, todos se expressaram; alguns, de forma breve; entretanto, o mais importante foi observar a opinião sobre os encontros realizados e possíveis contribuições dessa intervenção ao Ensino de Matemática.

---

<sup>10</sup>Primeira lei: A definição deve substituir rigorosamente o objeto definido. Segunda lei: A definição deve ser mais clara que o definido. Terceira lei: O definido não deve entrar na definição. Quarta lei: A definição deve ser breve. Quinta lei: Na definição só podem figurar conceitos simples, já conhecidos, ou conceitos admitidos sem definição. Sexta lei: A definição não deve ser deficiente nem superabundante. Sétima lei: a definição deve convir ao definido e só ao definido.

### 3.1.3.3 Parte 03

A terceira parte consistiu de um questionário final, que teve como objetivos:

- a) Avaliar o nível dos participantes após a aplicação do roteiro didático sobre as questões relacionadas à linguagem matemática, conceitos e definições matemáticas (ver Apêndice C: Questionário Final);
- b) Avaliar a nova importância que os participantes atribuíram ao estudo das definições matemáticas;
- c) Avaliar, através dessas respostas, a metodologia utilizada, bem como os textos que foram discutidos em cada encontro.

A aplicação do último questionário foi um pouco mais demorada, quando comparada com a do primeiro. Notamos que, agora, havia nos alunos uma preocupação maior com as respostas, de modo que a leitura parece ter sido mais minuciosa e as questões respondidas com mais segurança.

Quando todos terminaram de responder, passamos para uma parte de comentários do questionário aplicado e de como seria a finalização do curso, bem como encaminhamentos futuros, já que esse foi o último encontro entre a professora e a turma completa. Antes do término do encontro, os alunos puderam dialogar rapidamente com a professora e expressar sua visão sobre o curso. Alguns pediram que fossem realizados outros cursos do tipo; outros participantes apontaram contribuições para uma nova aplicação do mesmo, e o que nos chamou atenção é que eles falavam muito do interesse de outros alunos do curso de Licenciatura que não se inscreveram e que se arrependeram, por não terem participado nessa oportunidade.

Nesse último encontro, notamos que os alunos não estavam mais ali só pelo certificado que somaria carga horária, mas que, em pelo menos seis dos nove participantes, havia um desejo de continuidade, e, como fruto desse desejo, optamos por criar um grupo de estudos para dar continuidade ao que tratamos nesse Módulo de Ensino.

Algo que nos chamou a atenção foi o fato de que três alunos nos pediram para que o tema de seus trabalhos de Conclusão do Curso fosse sobre definições matemáticas. Um deles sugeriu trabalhar essa temática no ensino básico, e outro, inclusive, pensou em criar atividades sobre o mesmo.

Mesmo não sendo abordados neste capítulo a análise e os possíveis resultados das contribuições didáticas do curso, enfatizamos esses detalhes porque, a nosso ver, tiveram uma importância ímpar e nos asseguraram parte dos objetivos dessa terceira parte do Módulo de Ensino.

#### 3.1.3.4 Parte 04

##### Entrevistas

Ao final da aplicação do Módulo de Ensino, realizamos entrevistas<sup>11</sup> para que, além dos questionários, pudéssemos conversar e ouvir de cada aluno as contribuições da intervenção, bem como perceber, de maneira global, aspectos da sua compreensão.

O objetivo dessa entrevista foi perceber se os alunos chegaram a uma compreensão relacional do referido tema da intervenção. Isso foi analisado através da comparação do questionário final com o questionário inicial, pelas observações do desempenho dos alunos ao longo da intervenção e por suas próprias percepções a respeito do tema.

Nas entrevistas utilizamos um método que Flick (2002) denominou de episódica que, segundo ele, destaca-se pela busca da contextualização de experiências e acontecimentos a partir da visão do entrevistado. Esse tipo de entrevista foi escolhido consoante à abordagem que utilizamos nas atividades, o construtivismo radical, que afirma que o único acesso que podemos ter ao pensamento do aluno é através de mecanismos indiretos, conforme descreve Fossa (1998b). Outra razão para essa escolha se dá pelo fato de trabalharmos a avaliação segundo a concepção de compreensão relacional (SKEMP 1976, 1980), uma vez que procuramos, a partir dessa entrevista, levar o aluno a exteriorizar o seu pensamento por meio de um diálogo com o entrevistador e, assim, entendermos os aspectos relacionais que estão presentes na sua compreensão.

A entrevista episódica consiste em nove fases: preparação da entrevista; introdução da lógica da entrevista; concepção do entrevistado sobre o tema e sua biografia com relação a ele; sentido que o assunto tem para a vida cotidiana do entrevistado; enfoque das partes centrais do tema estudado; tópicos gerais mais

---

<sup>11</sup>Todas as entrevistas foram gravadas e transcritas para análise posterior.

relevantes; avaliação e conversa informal; documentação e, por fim, a análise da entrevista.

Em seguida apresentaremos as nove fases das entrevistas, descrevendo os aspectos mais relevantes para a intervenção realizada.

- Primeira fase: preparação da entrevista.

Para realizarmos essa primeira fase, procuramos estabelecer os aspectos mais importantes de toda a intervenção e destacamos as questões centrais da entrevista, a fim de abranger o máximo de pontos sem que a entrevista se tornasse longa ou desmotivante para o aluno. Os pontos escolhidos foram: o significado de definição matemática; comparação entre os questionários inicial e final; a importância das definições matemáticas para o ensino de Matemática; as dificuldades e barreiras encontradas no emprego das definições; a relação existente entre linguagem matemática e definições; os efeitos causados pelo minicurso; a responsabilidade com o ensino e aprendizagem das definições e, por fim, comentários e sugestões que poderiam ser feitas pelos próprios alunos sem direcionamento particular.

- Segunda fase: introdução da lógica da entrevista.

A segunda fase da entrevista foi bastante simples; no último encontro, conversamos inicialmente sobre o que conversaríamos nas entrevistas e, em seguida, no dia da entrevista dialogamos com cada aluno separadamente, de modo a introduzir a lógica da entrevista. Para isso, destacamos a sua importância para a pesquisa que estava sendo realizada e, também, para futuros encaminhamentos e/ou estudos sobre o tema.

- Terceira fase: concepção do entrevistado sobre o tema e sua biografia com relação a ele.

Essa fase foi iniciada com um questionamento sobre as respostas que o entrevistado tinha dado às perguntas do primeiro e segundo questionário, para analisarmos o que significava o tema em questão e as definições matemáticas para cada um deles. É importante destacar, nessa fase, a segurança quanto às respostas dadas. Notamos que o assunto em questão já havia se tornado mais familiar para tais alunos.

- Quarta fase: sentido que o assunto tem para a vida cotidiana do entrevistado.

A próxima fase correspondeu ao sentido que o assunto tem para a vida cotidiana do entrevistado. Nessa fase, focamos nossos questionamentos na importância das definições matemáticas no dia a dia de sala de aula, seja como alunos, pesquisadores ou professores. Aproveitando as respostas dadas, aprofundamos o questionamento sobre as dificuldades relacionadas à metodologia utilizada pela maioria dos professores, com relação às definições. Enfatizamos que muitos alunos, após os estudos no curso, demonstraram preocupação em não repetir o que acontece na maioria das vezes no ensino de Matemática, ou seja, atribuir uma maior ênfase à parte mecânica ou repetitiva das questões e não na compreensão dos conceitos envolvidos na aprendizagem de determinados conteúdos.

- Quinta fase: enfoque das partes centrais do tema estudado.

Na sequência, foi pedido aos alunos que comentassem a relação existente entre linguagem matemática e definições matemáticas. Esse tópico refere-se à quinta fase da entrevista episódica, que trata do enfoque das partes centrais do tema estudado. Pedimos ainda que comentassem sobre os textos que utilizamos, sobre a metodologia abordada e sobre suas experiências com relação ao tema, enquanto estudantes de Matemática ou até mesmo pesquisadores.

- Sexta fase: tópicos gerais mais relevantes.

Esta fase da entrevista abordou os tópicos gerais mais relevantes. Nesse item, conversamos com os alunos sobre dois aspectos que consideramos mais relevantes: sua aprendizagem no curso e a responsabilidade quanto ao ensino e a aprendizagem das definições matemáticas. Diante das respostas, tentamos perceber se o objetivo da pesquisa de levar os alunos a uma compreensão relacional do papel das definições em matemática havia sido alcançado, e mais do que isso, se eles conseguiam relacionar as definições a todos os assuntos estudados nas disciplinas cursadas ao longo da Licenciatura, levando-os a se tornarem criativos e gerando uma melhoria no ensino e na aprendizagem de Matemática.

- Sétima fase: avaliação e conversa informal.

Nessa fase, pedimos que os alunos tecessem comentários, sugestões ou críticas relacionadas ao curso. Essa é uma fase de grande importância, pois, para Flick (2002),

nesse momento é proporcionado ao aluno a oportunidade de falar sobre sua experiência e sua avaliação do tema em questão.

- Oitava fase: documentação.

Para a documentação das entrevistas, foram realizadas gravações e transcrições de cada uma delas; no capítulo a seguir analisaremos as falas dos alunos, destacando os pontos que consideramos mais importantes para a análise e avaliação da intervenção.

- Nona fase: a análise da entrevista.

A última fase da entrevista, a análise, será discutida com detalhes no capítulo a seguir.

## 4 ANÁLISE

Neste capítulo, nos propomos a analisar os dados referentes ao desenvolvimento do Módulo de Ensino e avaliar cada aluno, a fim de perceber se eles atingiram uma compreensão relacional das definições matemáticas no ensino e na aprendizagem de Matemática.

Como exposto no segundo capítulo, Skemp (1976, 1980) classifica a compreensão de duas formas: compreensão instrumental e compreensão relacional. Na instrumental, o aluno apenas repete de forma mecânica o que aprendeu; na relacional, após a fase de compreensão instrumental, o aluno chega a uma compreensão mais analítica de suas respostas, adquirindo uma autonomia sobre elas, apresentando-a de forma criativa e enriquecida por uma rede conceitual. Ressaltamos que a compreensão instrumental é um caminho para a compreensão relacional, e isso se dá através de uma progressão qualitativa do conhecimento. Tal progressão é, na verdade, um enriquecimento das conexões entre os conceitos envolvidos.

Para a apresentação da análise dos dados, dividimos esse capítulo em três partes. Na primeira, descrevemos o contexto em que o Módulo de Ensino foi realizado e o perfil dos estudantes que participaram da intervenção. Na segunda parte, apresentamos, através da observação, caracterização e análise do primeiro questionário, a base cognitiva dos alunos evidenciada num diagnóstico inicial. Por fim, apresentamos individualmente os dados analisados, ou seja, cada aluno será estudado na totalidade das atividades desenvolvidas, por meio de questionário inicial, desenvolvimento das atividades, questionário final e, especialmente, nas entrevistas realizadas no final da intervenção. A escolha por estudar cada aluno separadamente se deu por entendermos que assim podemos analisar os dados de maneira global, e não somente pontual, como sugerido por Silva (2013).

### 4.1 CONTEXTO DO CAMPO DE PESQUISA E CARACTERIZAÇÃO DO PERFIL DOS PARTICIPANTES

A intervenção foi realizada no Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia do Rio Grande do Norte – IFRN – Campus Santa Cruz, sob a forma de Curso de Extensão, nos meses de maio e junho de 2014.



Figura 03: Ilustração do Mapa do Rio Grande do Norte com destaque para a cidade de Santa Cruz e IFRN/SC



O curso de Extensão foi intitulado Intervenção Didática: Módulo de Ensino sobre Definições Matemáticas. Tal curso teve o apoio da Coordenação de Extensão do referido Campus e, como público alvo, foi escolhida uma turma de alunos do curso de Licenciatura em Matemática, embora um dos alunos inscritos fosse licenciando em Física.

A escolha por alunos de Licenciatura em Matemática se deu por acreditarmos que, ao trabalhar com esse público, teremos trabalhado o aluno, visto que eles ainda são estudantes, e, ainda, os professores, pois é o que eles anseiam se tornar, se já não o são. A abordagem com esse tipo de público na Dissertação nos fez notar que, no decorrer da pesquisa, já é possível observar que as atividades realizadas na intervenção surtem efeitos no que eles realizam na sala de aula de Licenciatura, e já os conscientiza da importância que devem dar à metodologia que utilizam ou utilizarão em suas atividades como professores, o que é comum na pesquisa qualitativa, especialmente na pesquisa-ação.

Para caracterizar o perfil dos participantes, procuramos saber sua faixa etária, sexo, curso, período do curso na época e se haviam cursado o Ensino Médio em escola pública ou privada.

Participaram da intervenção nove alunos, sendo quatro mulheres e cinco homens. Oito alunos cursavam o terceiro período da Licenciatura em Matemática e um o segundo período do curso de Licenciatura em Física, todos oriundos de escolas públicas, tendo cursado o Ensino Médio em escolas estaduais da cidade de Santa Cruz/RN. Destacamos que sua faixa etária era bastante jovem, todos tinham menos que vinte e seis anos e, dentre estes, sete menores de vinte e um.

#### 4.2 ANÁLISE DA BASE COGNITIVA DOS ALUNOS EVIDENCIADA NO DIAGNÓSTICO INICIAL (PRIMEIRO QUESTIONÁRIO)

Conforme apresentado nos objetivos da intervenção no terceiro capítulo, o questionário foi dividido em três partes. A primeira, nomeada parte A, tem a finalidade de traçar o perfil dos alunos envolvidos na pesquisa<sup>12</sup>. A segunda, chamada parte B, traz o objetivo de realizar uma sondagem para avaliar a base cognitiva dos participantes sobre as questões relacionadas à linguagem matemática, conceitos e definições matemáticas. A parte C possui o objetivo de avaliar a importância que os participantes dão ao uso da História da Matemática como recurso didático.

Com base nos dados da parte B, traçamos a base cognitiva dos alunos e colhemos informações necessárias para a elaboração e aplicação das outras fases da intervenção. Pelas próprias limitações do instrumento, não almejamos apresentar uma percepção tão contundente da referida base, mas, pelos menos, um ponto de partida do que iremos trabalhar na nossa investigação. Com base no Construtivismo radical, poderíamos dizer que fazer isso é tentar perceber como o aluno pensa e o que ele já traz de conhecimento prévio sobre o conteúdo abordado, bem como a importância que dá a tais questões.

Através das respostas apresentadas na parte B, traremos a seguir um modelo inicial da base cognitiva dos alunos referentes às definições matemáticas, bem como de suas habilidades de interpretação, tendo em vista que algumas questões não dependem de conhecimento prévio, mas sim da interpretação do quesito. O modelo apresenta a avaliação do que esperávamos que o aluno alcançasse e o que de fato foi alcançado. A seguir, apresentamos como foi realizada a observação, seguida da descrição das respostas e, em sequência, a análise. A junção dessas três características: observação, descrição e análise resultará no que chamamos de base cognitiva dos participantes da intervenção.

Nas questões 06 e 07 foi pedido que os alunos respondessem aquilo que entendiam por conceitos e definições matemáticas, respectivamente. Para melhor caracterizar as respostas, elencamos os alunos em 04 classes:

- 01) os que não sabem responder ou deixaram a questão em branco;
- 02) os que responderam de maneira incorreta;

---

<sup>12</sup>Os dados referentes a essa parte foram apresentados na seção anterior.

- 03) os que responderam de maneira incompleta ou parcialmente correta;
- 04) os que responderam de maneira correta, demonstrando compreensão do conteúdo abordado.

Quadro 01: Respostas das questões 06 e 07

Classificação	Quantidade (Questão 06)	Quantidade (Questão 07)
Não sabem responder ou deixaram a questão em branco	0	0
Responderam de maneira incorreta	4	5
Responderam de maneira incompleta ou parcialmente correta	4	3
Responderam de maneira correta	1	1

Fonte: Pesquisa (Maio, 2014)

Pelo quadro anterior, podemos perceber que nenhum aluno deixou as questões em branco, ou seja, houve um esforço por parte de todos em dar alguma resposta para as questões.

Analisando as respostas referentes à questão 06, notamos que somente um aluno respondeu de maneira correta; esse foi o aluno I. Dos demais, 04 responderam de maneira incompleta ou parcialmente correta e 04 de maneira incorreta. Inferimos que o termo conceito não parecia ser uma novidade para eles, uma vez que todos responderam a questão; porém, quase metade dos participantes não soube responder de maneira coerente e tampouco se aproximou da resposta correta, o que nos leva a perceber que havia uma fragilidade na noção de conceito, e isso deveria ser tratado na intervenção, uma vez que o estudo das definições matemáticas está ligado à compreensão de conceitos.

Com relação à questão 07, foco do nosso estudo, foi pedido que eles escrevessem o que entendem por definições matemáticas. Notamos que também houve um esforço por parte de todos os alunos em responder a questão, pois nenhum deixou o espaço em branco. Porém, a maioria (cinco alunos) respondeu de maneira incorreta a questão. Percebemos, por esse quesito, a real necessidade de tratar o tema e de buscar

não somente que eles aprendessem o que é definição matemática, mas que pudessem principalmente alcançar uma compreensão relacional da mesma. Destacamos, por fim, que somente um aluno soube responder a questão de maneira correta.

Na questão 08, nosso intuito foi analisar se já existia um interesse prévio dos alunos em estudar os conceitos ou definições referentes a conteúdos matemáticos utilizados em seus estudos. A pergunta era a seguinte:

Você costuma, antes de começar a demonstrar teoremas ou trabalhar determinados conteúdos matemáticos, estudar e/ou pesquisar os conceitos e definições matemáticas envolvidas na resolução? Explique sua resposta.

Para a apresentação da resposta, utilizaremos 03 classes:

- 1) Os que responderam **não**;
- 2) Os que responderam **sim**, mas não explicaram com detalhes o porquê ou a necessidade de fazerem isso;
- 3) Os que responderam **sim**, e explicaram com detalhes a importância ou a atenção que têm com relação a essa questão.

Quadro 02: Resposta da questão 08.

Classificação	Quantidade
Responderam <b>não</b>	1
Responderam <b>sim</b> , mas não explicaram com detalhes o porquê ou a necessidade de fazerem isso	1
Os que responderam <b>sim</b> , e explicaram com detalhes a importância ou a atenção que têm com relação a essa questão	7

Fonte: Pesquisa (Maio, 2014).

Pela quantidade de repostas, podemos perceber que aparentemente grande parte dos alunos tem um interesse em pesquisar de maneira prévia os conceitos e definições que aparecem nos conteúdos matemáticos: somente um aluno respondeu que não fazia isso, e oito responderam que sim. Ao longo das atividades da intervenção, percebemos

que essa resposta não indicava a realidade, pois eles mesmos iam comentando que não era comum fazerem isso e, quando questionados sobre essa resposta dada no primeiro questionário, pelo menos metade respondeu que teve vergonha de responder que não tinham esse interesse. Desse modo, concluímos que, pela forma que a questão foi apresentada, a maior probabilidade seria de que os alunos respondessem sim, pois, por ter sido nosso primeiro contato com a turma, para eles parecia que responder não, levaria o professor a ter uma má impressão da turma.

Após ter questionado sobre o que os estudantes entendiam por conceitos, definições matemáticas e se antes de estudar algum conteúdo específico eles tinham a atenção de pesquisar sobre os conceitos e definições que embasavam tais conteúdos, na nona questão pedimos que eles definissem quatro termos: homem, ângulo, reta e raio.

Para apresentação das respostas, utilizaremos quatro classes:

- 1) Não definiu;
- 2) Definição incorreta;
- 3) Definição incompleta ou parcialmente correta;
- 4) Definição correta.

Quadro 03: Resposta da questão 09.

Classificação	Quantidade (Def. de homem)	Quantidade (Def. de ângulo)	Quantidade (Def. de reta)	Quantidade (Def. de raio)
Não definiu	1	1	0	0
Definição incorreta	0	1	2	0
Definição incompleta ou parcialmente correta	3	5	4	1
Definição correta	5	2	3	8

Fonte: Pesquisa (Maio, 2014).

Notamos que, nesse quesito, só um aluno não soube definir os conceitos de homem e ângulo. Os demais, pelo menos, tentaram escrever algo para responder às definições. Os termos que mais tiveram respostas corretas para a definição foram homem e raio. Raio teve quase 100% de acertos e a pessoa que não acertou ainda

conseguiu definir, pelo menos de maneira incompleta. O que nos chama a atenção nesta questão é que alguns desses termos apareciam já definidos nas questões seguintes, como é o caso do termo reta, que aparecerá na décima questão. Mesmo assim, muitos não tiveram a atenção de usar a definição para responder. Notamos uma fragilidade considerável no conceito de ângulo, com somente dois acertos. Isso nos faz pensar que definições matemáticas tão comuns e tão estudadas em diversos conteúdos, como é o caso da definição de ângulo, parecem não ser compreendidos pelos alunos que já estão cursando a Licenciatura e, destes, alguns já atuam em sala de aula, o que nos motivou ainda mais na elaboração das atividades que foram desenvolvidas nos outros encontros.

A questão 10 buscava perceber se os alunos avaliam as características fundamentais de uma definição. Para isso, pedimos que discutissem a definição de reta que, segundo Tahan (1966), foi dada pelo geômetra Arquimedes 200 anos antes de Cristo e repetida pelo matemático Legendre no século XVIII. Essa definição apresenta duas fragilidades: a primeira envolve o que foi apresentado, visto que corresponde à definição de segmento de reta, e a segunda é que, para a maioria dos autores, filósofos e matemáticos famosos, reta não possui definição e é chamada de conceito primitivo, junto com ponto e plano.

Para a apresentação das respostas, as agruparemos em quatro classes:

- 01) Não discutiu/questão em branco;
- 02) Discussão sem argumentos válidos;
- 03) Discussão com argumentos incompletos ou de maneira superficial;
- 04) Discussão coerente utilizando argumentos válidos e/ou citando a questão de ser um conceito primitivo.

Quadro 04: Resposta da questão 10.

Classificação	Quantidade
Não discutiu/questão em branco	2
Discussão sem argumentos válidos	4
Discussão com argumentos incompletos ou de maneira superficial	1
Discussão coerente utilizando argumentos válidos e/ou citando a	3

questão de ser um conceito primitivo	
--------------------------------------	--

Fonte: Pesquisa (Maio, 2014).

Essa questão demonstrou mais uma vez a fragilidade da turma com relação às definições. Somente dois alunos perceberam que a definição correspondia à de segmento de reta; dois sequer souberam responder, deixando o quesito em branco, e quatro responderam de maneira completamente incorreta, utilizando argumentos fracos ou inválidos.

Na décima primeira questão, colocamos um enunciado bem extenso, dávamos um exemplo e pedíamos que fosse feito o mesmo para simplificar a linguagem, substituindo uma frase por uma palavra correspondente a essa frase. A resposta seria reescrever a frase substituindo o trecho *menor número inteiro, positivo, diferente de zero, que seja divisível exatamente por esses números*, por *M.M.C.* Para a apresentação das respostas, usaremos três classes:

- 01) Não respondeu/questão em branco;
- 02) Utilizou uma resposta errada;
- 03) Acertou a questão.

Quadro 05: Resposta da questão 11.

Classificação	Quantidade
Não respondeu/ questão em branco	2
Utilizou uma resposta errada	7
Acertou a questão	0

Fonte: Pesquisa (Maio, 2014).

Dentre as questões apresentadas nessa primeira fase, essa foi uma das que mais nos surpreenderam, uma vez que era uma questão interpretativa e que não necessitava de conhecimentos específicos, além de operações com números naturais. Nenhum aluno acertou a questão e dois deixaram em branco, tendo sete, errado completamente a resposta. Aqui, percebemos uma dificuldade dos mesmos em relação à linguagem matemática, especialmente na questão interpretativa, bem como o fato de não saberem relacionar a definição ao termo ou palavra a que ela se refere.

Na questão seguinte, nosso intuito era saber se eles eram capazes de perceber o qual a limitação da definição utilizada no livro *Primeira aritmética para meninos* (1926), do autor José Theodoro de Souza Lobo. Para o autor, ângulo seria a extensão plana limitada, em parte, por duas linhas que se cortam. A partir dessa definição, é possível destacar diversas limitações do conceito de ângulo utilizado pelo autor, das quais esperávamos que eles destacassem pelo menos uma: duas linhas que se cortam formam quatro regiões, que poderiam formar assim quatro ângulos, e não somente um ângulo. Utilizamos quatro classes para a apresentação das respostas:

- 01) Não respondeu/questão em branco;
- 02) Comentou a definição apresentando alguma limitação, mas sem argumentos válidos;
- 03) Comentou a definição apresentando alguma limitação para a mesma e utilizando argumentos válidos;
- 04) Comentou a definição concordando que o autor a tinha apresentado de maneira correta.

Quadro 06: Resposta da questão 12.

Classificação	Quantidade
Não respondeu/ questão em branco	1
Comentou a definição apresentando alguma limitação, mas sem argumentos válidos	6
Comentou a definição apresentando alguma limitação para a mesma e utilizando argumentos válidos	1
Comentou a definição concordando que o autor a tinha apresentado de maneira correta	1

Fonte: Pesquisa (Maio, 2014).

Aqui percebemos mais uma fragilidade da turma, ou seja, não conseguir perceber limitações na maneira como uma definição é apresentada. Apesar disso, somente um aluno concordou com a definição utilizada por Souza Lobo; a maioria dos alunos comentou a definição, mas sem utilizar argumentos válidos. Entre estes, alguns



pareciam não ter noção do que estavam escrevendo. Isso pode ser algo bastante prejudicial no ensino de Matemática, uma vez que, se os livros didáticos não forem bem analisados ou criticados, podem ser somente objeto de transmissão de conhecimento, que pode por diversas vezes não ser correto.

Na décima terceira questão, apresentávamos um ângulo e vários pontos próximos e pedíamos que os alunos circulassem os pontos que estariam dentro do ângulo. Aqui, esperávamos perceber se eles seriam capazes de aplicar corretamente a definição de ângulo e, assim, deveriam circular os pontos B e C, aparentemente externos ao ângulo, mas que pela definição sabíamos que pertenciam ao interior do mesmo. Usaremos três classes para as respostas:

- 01) Não respondeu/questão em branco;
- 02) Não circulou os pontos B e C;
- 03) Circulou os pontos B e C.

Quadro 07: Resposta da questão 13.

Classificação	Quantidade
Não respondeu/ questão em branco	1
Não circulou os pontos B e C	0
Circulou os pontos B e C	7

Fonte: Pesquisa (Maio, 2014).

Somente um aluno não respondeu o que era solicitado, deixando a questão em branco. Destacamos que quase todos entenderam que, mesmo não estando aparentemente dentro do ângulo, os pontos B e C, pela definição, eram também internos ao ângulo.

Apresentaremos e analisaremos as questões 14 e 15 juntas, uma vez que elas foram inseridas no questionário com o intuito de observar se o participante conseguia perceber a relação entre as duas e a atitude de Diógenes. Citaremos o enunciado da questão para uma maior clareza na apresentação das respostas.

14) Platão, ensinando aos seus alunos, definiu **homem** como **bípede implume**. Compare a definição usada por Platão com a que você realizou na questão 9.

15) Diógenes, o cínico, depenou um galo e o levou ao local de suas aulas, exclamando: “Eis o homem de Platão!”. Comente a afirmação de Diógenes sobre a definição de homem usada por Platão.

Como a questão 14 pedia somente uma comparação com a definição apresentada por cada aluno, passaremos direto para a análise da questão 15, onde apresentaremos as respostas através de:

- 1) Não respondeu/questão em branco;
- 2) Respondeu a questão, mas comentou utilizando argumentos inválidos ou que não tinham relação com a questão 14;
- 3) Respondeu de maneira correta com compreensão da atitude de Diógenes.

Quadro 08: Resposta da questão 15.

Classificação	Quantidade
Não respondeu/ questão em branco	0
Respondeu a questão, mas comentou utilizando argumentos inválidos ou que não tinham relação com a questão 14	5
Respondeu de maneira correta com compreensão da atitude de Diógenes	4

Fonte: Pesquisa (Maio, 2014).

Percebemos que a maioria dos alunos demonstrou dificuldade de interpretação da questão, uma vez que não conseguiu perceber a atitude de Diógenes quando utilizou o galo sem penas para representar o homem de Platão. Contudo, percebemos que quatro alunos se destacaram não só por compreenderem a razão do argumento de Diógenes, mas também pela forma com que argumentaram suas respostas.

Finalizamos a apresentação da parte B do primeiro questionário com algumas considerações que nos permitem diagnosticar a base cognitiva dos participantes da intervenção. Concluímos que:

1. Apesar de demonstrarem interesse em responder as questões, pois foram poucas as questões deixadas sem resolução, notamos que existe uma carência no que diz respeito ao estudo das definições. Somente um aluno soube responder o que era de fato definição;
2. Apesar de terem respondido na questão 08 que tinham o hábito de pesquisar os conceitos ou definições de algum conteúdo matemático antes de estudá-lo, não percebemos isso, pois bastava uma leitura geral do questionário para que nele mesmo encontrassem respostas para diversas questões que foram solicitadas e, como veremos na análise da entrevista, alguns responderam que tinham esse hábito para que pudessem ser melhor vistos no curso;
3. Muitos apresentam dificuldades nas interpretações das questões; tais dificuldades nos parecem relacionadas à leitura;
4. Dificuldade de perceber as limitações de uma definição apresentada, se elas estão corretas, completas ou coerentes com o assunto relacionado;
5. Dificuldade de definir termos considerados comuns no ensino de Matemática, como foi o caso do termo ângulo.

Todas essas conclusões serviram de base para a construção das atividades da intervenção, bem como daquilo que demandaria mais carga horária para ser estudado ou debatido.

A parte C do questionário inicial, como já foi dito, tinha como objetivo avaliar a importância que os participantes dão ao uso da História da Matemática como recurso didático. Nessa parte, esperávamos compreender, através das respostas dos entrevistados, o grau de importância e a explicação de tal escolha.

Dividimos em quatro classes as respostas apresentadas pelos alunos:

- 1) Extremamente importante;
- 2) Importante;
- 3) Pouco importante
- 4) Desnecessário.

Quadro 09: Resposta da questão 16.

Classificação	Quantidade
Extremamente importante	4
Importante	5

Pouco importante	0
Desnecessário	0

Fonte: Pesquisa (Maio, 2014).

Podemos perceber, pelas respostas apresentadas, que todos consideram pelo menos *importante* o uso da História da Matemática. Isso nos serviu de estímulo, uma vez que, ao responderem esse questionário, os alunos ainda não sabiam que as atividades seriam atividades construtivistas, informadas pela História da Matemática como um recurso pedagógico.

Ainda nessa questão, solicitamos aos alunos que explicassem suas respostas e, apesar de não terem cursado a disciplina História da Matemática, as respostas que os mesmos utilizaram era coerentes com uma utilização apropriada dessa tendência da Educação Matemática.

Como dito anteriormente, nessa primeira etapa da intervenção – questionário inicial –, nosso objetivo era observar, caracterizar e avaliar as dificuldades encontradas pelos alunos antes da aplicação do Módulo de Ensino, para termos uma percepção inicial dos entrevistados. Feito isso, apresentaremos a seguir a análise de cada aluno, com o objetivo de realizar uma avaliação global de seu desenvolvimento na intervenção.

#### 4.3 ANÁLISE GLOBAL DOS DADOS DA INTERVENÇÃO

O objeto principal do Módulo de Ensino foi o entendimento das definições matemáticas, ressaltando o seu papel no ensino e na aprendizagem em Matemática. Para realizar esse estudo, como já dito anteriormente, realizamos algumas atividades com os nove participantes do curso: dois questionários, a aplicação de um roteiro didático e uma entrevista. O objetivo dessa seção é apresentar a análise de todas essas atividades de maneira individual, numa perspectiva global.

Para teorizar a construção da aprendizagem de cada aluno e inferir se atingiram uma compreensão relacional ou instrumental, será preciso construir uma análise para cada aluno e avaliar suas respostas em todos os aspectos, observar o seu desenvolvimento no Módulo e, especialmente, a maneira com que vários conceitos são relacionados. Dessa forma, a análise não pode ser pontual, mas, como aponta Silva (2013), deve ser global.

Para identificar os alunos, empregamos uma nomenclatura com as letras do alfabeto: aluno A, aluno B, aluno C, aluno D, aluno E, aluno F, aluno G, aluno H e aluno I.

A seguir apresentamos um quadro que traz os dados básicos de identificação dos alunos.

Quadro 10: Perfil dos alunos

ALUNO	SEXO	IDADE
Aluno A	Masculino	19 a 21 anos
Aluno B	Feminino	16 a 18 anos
Aluno C	Masculino	19 a 21 anos
Aluno D	Masculino	19 a 21 anos
Aluno E	Feminino	16 a 18 anos
Aluno F	Masculino	24 a 26 anos
Aluno G	Feminino	24 a 26 anos
Aluno H	Feminino	19 a 21 anos
Aluno I	Masculino	19 a 21 anos

Fonte: Pesquisa (Junho, 2014)

A compreensão relacional do papel das definições matemáticas para o ensino e a aprendizagem em Matemática será evidente quando o aluno:

- a) Progredir qualitativamente nas respostas, apresentadas do questionário inicial para o final, apresentando um desenvolvimento de esquemas com mais ligações externas e internas do conteúdo em questão, no contexto do ensino e da aprendizagem em Matemática, através de respostas contextualizadas e enriquecidas com o que foi estudado ao longo da intervenção;
- b) Apresentar na entrevista que as questões não foram respondidas de maneira mecânica, limitada às situações originárias desse saber, mas de forma original e autônoma, demonstrando capacidade de agir criativamente em situações novas e

assumindo que adotará essa prática em sua atuação de futuro professor de Matemática.

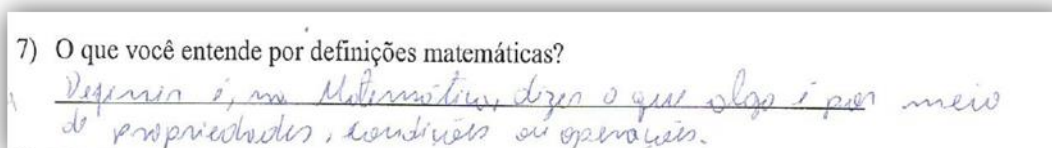
Nos casos em que os critérios anteriores não estiverem explícitos na análise dos dados e o aluno tiver compreendido as atividades da intervenção, classificaremos essa compreensão como instrumental.

#### 4.3.1 Análise global dos dados: aluno A

O primeiro questionário tinha como principais objetivos realizar uma sondagem para avaliar a base cognitiva dos participantes sobre as questões relacionadas às definições em Matemática, bem como avaliar a importância que os participantes dão ao uso da História da Matemática.

Para a análise não utilizamos todas as respostas, mas somente as que nos chamaram mais a atenção, pela contribuição à percepção da compreensão relacional.

Figura 04<sup>13</sup>: Resposta apresentada pelo aluno A, sétima questão (Questionário Inicial).



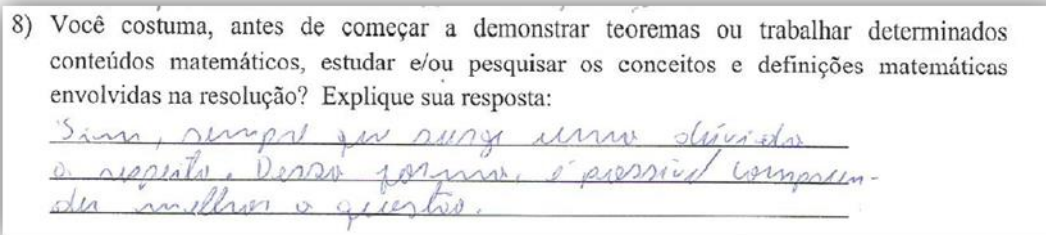
Fonte: Pesquisa (Junho, 2014).

A sétima questão tratava do entendimento do aluno sobre definições matemáticas. Com base em sua resposta, notamos que já tinha um entendimento sobre o assunto e que talvez necessitasse somente de um aprofundamento do tema. Destacamos que o mesmo foi o único a conseguir apresentar um entendimento sobre definições matemáticas de maneira coerente, antes da aplicação das atividades da intervenção.

<sup>13</sup> Para uma melhor visualização das respostas dos alunos, transcreveremos, a partir dessa questão, todas as respostas escaneadas.

Resposta do aluno A: *Definir é, na Matemática, dizer o que algo é por meio de propriedades, condições ou operações.*

Figura 05<sup>14</sup>: Resposta apresentada pelo aluno A, oitava questão (Questionário Inicial).

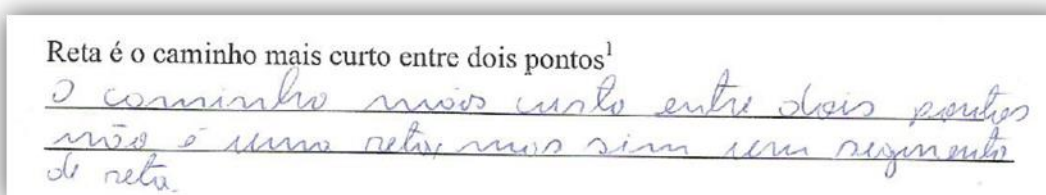


Fonte: Pesquisa (Junho, 2014).

Na oitava questão, o aluno demonstra ter uma atenção com os conceitos e definições matemáticas ao estudar um conteúdo específico. Observamos, por sua resposta, que nem sempre ele pesquisa os conceitos e definições matemáticas antes de utilizá-las, mas afirma fazer isso quando tem dúvidas sobre tal conceito ou definição. Comparando essa resposta ao seu comportamento ao longo da intervenção, poderíamos dizer que ela empobreceu um pouco o perfil do aluno, pois o mesmo demonstrou bastante interesse nas atividades desenvolvidas e sempre pesquisava anteriormente os conteúdos que iríamos tratar na aula seguinte, diferentemente do que respondeu.

A questão nove pedia que se comentasse a definição de reta apresentada; a resposta do aluno A foi:

Figura 06<sup>15</sup>: Resposta apresentada pelo aluno A, nona questão (Questionário Inicial).



Fonte: Pesquisa (Junho, 2014).

Na nota de rodapé da questão, havíamos comentado que, segundo Tahan (1965), essa definição é atribuída ao geômetra Arquimedes que viveu 200 anos antes de Cristo e repetida pelo matemático francês Legendre no século XVIII.

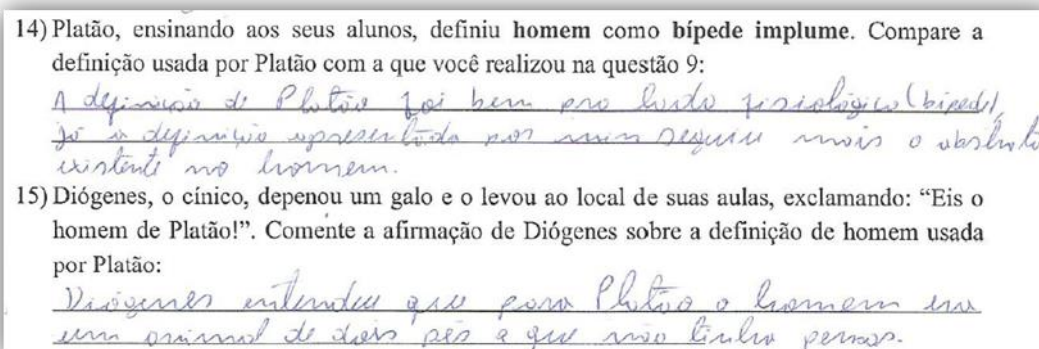
<sup>14</sup> Sim, sempre que surge uma dúvida a respeito. Dessa forma, é possível compreender melhor a questão.

<sup>15</sup> O caminho mais curto entre dois pontos não é uma reta mas sim um segmento de reta.

O aluno A conseguiu detectar a limitação da definição, uma vez que no seu comentário ele a corrige, mesmo sabendo pela informação da nota de rodapé que esta era uma definição usada por matemáticos famosos.

As questões 14 e 15 são apresentadas em conjunto por terem uma ligação e por fazerem parte de um mesmo contexto.

Figura 07<sup>16</sup>: Resposta apresentada pelo aluno A, questões 15 e 16 (Questionário Inicial).



Fonte: Pesquisa (Junho, 2014).

Esperávamos que na questão 14 ele tratasse da interpretação da definição dada por Platão, e na questão 15 ele mostrasse que Diógenes havia utilizado um galo deitado porque, de acordo com a definição de Platão, esse poderia ser um homem, uma vez que atendia às características da definição utilizada pelo mesmo. Na questão 14 sua resposta foi coerente com o esperado, e na questão 15 mostrou que conseguiu entender a atitude de Diógenes com relação à definição de Platão.

Na última questão, tratamos da importância do uso da História da Matemática como recurso didático; é notório que existe um grau de importância por parte do aluno a essa questão, como podemos observar na sua resposta.

<sup>16</sup> 14) A definição de Platão foi bem pro lado fisiológico (bípede), já a definição apresentada por mim seguiu mais o abstrato existente no homem.

15) Diógenes entendeu que para Platão o homem era um animal de dois pés e que não tinha penas.



Figura 08<sup>17</sup>: Resposta apresentada pelo aluno A, questão 16 (Questionário Inicial).

16) A importância do uso da História da Matemática como recurso didático é:

( ) extremamente importante (X) Importante ( ) Pouco importante ( ) Desnecessário

Explique: *Saber a origem da Matemática, seu desenvolvimento e como as coisas aconteceram até o atual momento nos dá uma melhor compreensão dessa ciência exata.*

Fonte: Pesquisa (Junho, 2014).

No desenvolvimento das atividades, o aluno sempre se mostrou assíduo e dedicado, sendo, dentre todos os participantes, aquele que mais se destacou nas aulas. Vale ressaltar que foi esse mesmo aluno que, no terceiro encontro, levou a definição de limite, que depois utilizamos para fazer a comparação com a noção intuitiva que havíamos tratado na aula anterior.

Ao fim das atividades, pedimos que cada aluno escrevesse uma avaliação do curso, e o texto do aluno A foi bastante favorável, como veremos a seguir.

---

<sup>17</sup> Saber a origem da Matemática, seu desenvolvimento e como as coisas aconteceram até o atual momento nos dá uma melhor compreensão dessa ciência exata.

Figura 09<sup>18</sup>: Avaliação do curso escrita pelo aluno A.

Avaliação do curso de definições e  
conceitos matemáticos

O curso de definições matemáticas foi um curso muito importante para a noção de conceito e definição. Foi possível trabalhar conteúdos matemáticos, filosóficos e linguísticos de rica importância para o conhecimento acerca da Matemática. Além disso, proporcionou a leitura de vários textos, nos quais foi possível retirar alguns conhecimentos importantes, assim, como a ampliação do vocabulário.

Por fim, o curso trouxe apenas resultados positivos, os quais foram citados acima e enriqueceram bastante meu conhecimento sobre alguns elementos da Matemática.

Fonte: Pesquisa (Junho, 2014).

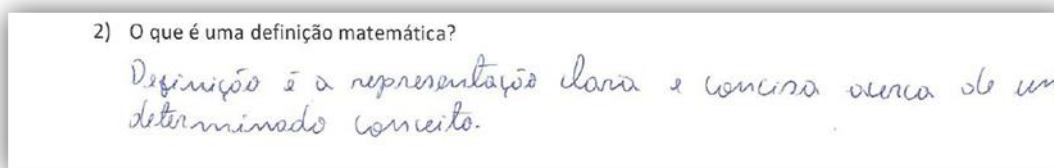
Neste texto, o participante demonstra ter compreendido o sentido do curso e até relaciona o estudo que realizamos com outras áreas do conhecimento, como Filosofia e Linguística.

O segundo questionário tinha como principais objetivos: avaliar a importância que os participantes passaram a dar ao estudo das definições matemáticas após a intervenção e a metodologia utilizada pela professora. Ressaltamos que, à medida que fomos comentando as respostas, iremos sempre que possível realizando a comparação com alguma questão do questionário anterior.

A segunda questão dizia respeito às definições matemáticas, e notamos que o aluno, embora já tivesse entendimento sobre o assunto, como visto na análise anterior, dessa vez conseguiu explicar de forma ainda mais clara o que ela representa. Inferimos que isso foi devido ao que estudamos sobre definições no curso de extensão realizado.

<sup>18</sup>O curso de definições matemáticas foi um curso muito importante para a noção de conceito e definição. Foi possível se trabalhar conteúdos matemáticos (sic), filosóficos e linguísticos de rica importância para o conhecimento acerca da matemática. Além disso, proporcionou a leitura de vários textos, nos quais foi possível retirar alguns conhecimentos importantes assim, como a ampliação do vocabulário. Por fim o curso trouxe apenas resultados positivos, os quais foram citados acima e enriqueceram bastante meu conhecimento sobre alguns elementos da Matemática.

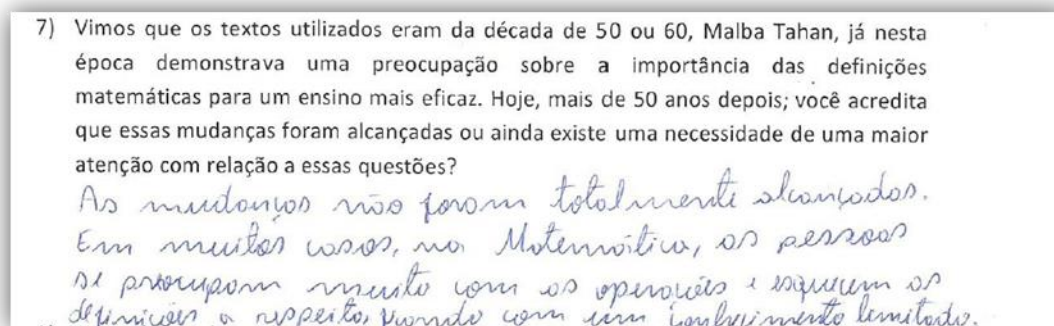
Figura 10<sup>19</sup>: Resposta apresentada pelo aluno A, segunda questão (Questionário Final).



Fonte: Pesquisa (Junho, 2014).

A questão 07 trata da utilização de textos históricos na intervenção, e com ela pretendíamos saber se o aluno conseguiria relacionar os temas e a preocupação do autor com o ensino de Matemática nos dias atuais.

Figura 11<sup>20</sup>: Resposta apresentada pelo aluno A, sétima questão (Questionário Final).



Fonte: Pesquisa (Junho, 2014).

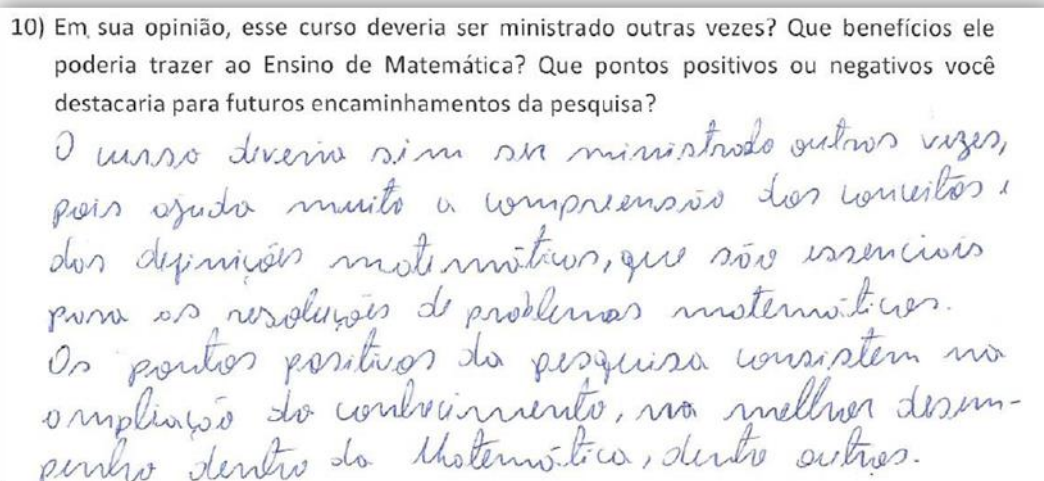
Observamos, com base na resposta dada, que o aluno A tem esse entendimento e consegue perceber que as dificuldades com o ensino de definições matemáticas continuam notórias nos dias atuais.

A última questão tratava de uma avaliação do curso. Já havíamos realizado uma avaliação através do texto citado anteriormente, mas, diferentemente da anterior, na qual a avaliação não tinha direcionamento específico, tentamos nortear a forma com que realizariam a avaliação.

<sup>19</sup>Definição é a representação clara e concisa acerca de um determinado conceito.

<sup>20</sup>As mudanças não foram totalmente alcançadas. Em muitos casos, na Matemática, as pessoas se preocupam muito com as operações e esquecem as definições a respeito, ficando com um conhecimento limitado.

Figura 12<sup>21</sup>: Resposta apresentada pelo aluno A, décima questão (Questionário Final).



Fonte: Pesquisa (Junho, 2014).

Nessa décima questão, a resposta do aluno A foi semelhante ao texto escrito anteriormente, no qual só apontou aspectos positivos com relação às atividades realizadas ao longo do curso de extensão.

Diante do exposto, podemos afirmar que o aluno A progrediu qualitativamente nas respostas apresentadas do questionário inicial para o final, apresentando um desenvolvimento de esquemas com mais ligações externas e internas do conteúdo em questão, no contexto do ensino-aprendizagem em Matemática, através de respostas contextualizadas e enriquecidas com o que foi estudado ao longo da intervenção. Cumpre, portanto, o primeiro critério da avaliação global. Porém, é possível que, antes da intervenção, o aluno já tivesse uma compreensão relacional sobre as definições matemáticas, isto é, o que pretenderíamos inferir com base na entrevista realizada.

Na entrevista, gostaríamos de perceber mais profundamente o que o aluno A compreendeu das questões e tentar fazer com que ele mesmo se expressasse quanto à comparação de suas respostas, antes e depois da intervenção.

Iniciamos a entrevista tratando das questões que se repetiam nos dois questionários e que se referiam ao entendimento do aluno sobre conceitos e definições. Comentamos que ele já entendia do assunto, com base no que respondeu no primeiro

<sup>21</sup>O curso deveria sim ser ministrado outras vezes, pois ajuda muito a compreensão dos conceitos e das definições matemáticas, que são essenciais para as resoluções de problemas matemáticos. Os pontos positivos da pesquisa consistem na ampliação do conhecimento, no melhor desempenho dentro da matemática, dentre outras.

questionário, mas que no segundo questionário havia especificado melhor as suas respostas. Ouvindo isso, ele fez o seguinte comentário: “Bem, eu acho que depois das aulas eu passei a ter uma ideia melhor sobre conceitos e definições. Ficou mais claro pra mim, por isso que eu escrevi já mais expandido”.

Com relação à sua resposta sobre as definições matemáticas, questionamos se ele tinha essa compreensão por já ter estudado antes, sozinho ou em alguma disciplina, ou se sua resposta tinha como base a experiência construída por seu conhecimento ao longo do tempo. Quanto a isso, o aluno respondeu:

Bem, isso vem da bagagem que eu tenho hoje no meu conhecimento, sempre quando eu tenho dúvida em alguma palavra ou significado eu sempre vou pesquisar o significado das palavras pra não ficar com dúvida nas coisas. Então, a ideia da definição eu já tinha fixado um pouco. Lembro que algum professor já tinha falado sobre isso. E eu acho que embora eu já tivesse uma noção vasta de definição e conceito, o curso fez com que eu ampliasse esse entendimento que eu tinha. As dúvidas que ficaram foram sanadas com o curso. Ficou tudo mais claro pra mim, entendeu? Foi mais uma retrospectiva pra mim, foi possível melhorar o entendimento que eu tinha (Aluno A).

Com base em sua resposta, fizemos uma provocação para que pudesse dar mais detalhes sobre a importância do curso. Afirmamos que, para muitas pessoas que tinham uma compreensão limitada do tema, o curso foi importante, pois as levou a aprender mais sobre os conteúdos abordados, diferentemente dele, que já tinha essa base. Assim, questionamos se ele achava que, se uma turma fosse mista, com alunos que soubessem do tema e outros não, seria válido aplicar uma intervenção dessas para o todo, como se fosse parte de uma disciplina, ou se deveria ser ministrado como um curso paralelo, onde aqueles que tivessem mais dificuldades poderiam ter esse auxílio. Ele respondeu:

Sim, sem sombra de dúvidas. O curso deveria entrar na ementa sim, como um conteúdo introdutório aos outros assuntos de Matemática. No meu caso eu já sabia, então numa sala de alunos quem não sabe aprende, e quem já sabe melhora o que já sabia. Então, não tem nenhum malefício, só tem benefício que esse curso traz pra gente que estuda Matemática (Aluno A).

Essas questões nos motivaram a tratar do papel da linguagem em Matemática, e o questionamos a respeito desta ser uma disciplina em que muitas pessoas reprovam, acham difícil, algumas tendo dificuldade de compreender um determinado conteúdo porque o pré-requisito para aquilo não foi bem trabalhado. Perguntamos se ele achava que isso estava relacionado à compreensão dos conceitos e definições. Sua resposta foi:

Sim, o maior problema que eu vejo nos meus colegas de sala e que eu vejo na escola que eu dou aula no PIBID<sup>22</sup> é que o pessoal aprendeu apenas como

---

<sup>22</sup>Programa de Iniciação de Bolsa de Iniciação a Docência (PIBID).

operar e só sabem resolver o cálculo como se fosse uma máquina, como se fosse uma calculadora e na parte de pensar e procurar outras saídas para se chegar aquele mesmo resultado, de dizer o que significa, essa parte tá faltando muito nas pessoas, nos professores de Matemática e nos alunos e isso é o que dificulta bastante a compreensão e só consegue fazer uma conta se for daquele jeito, algo bem mecânico, não consegue pensar pra fazer diferente. Eu acho que os professores focam muito no resultado, no achar o resultado, mas eles não dão foco na compreensão no achar o significado da coisa, pra que serve, onde é aplicado, apenas no início do assunto mostram o conceito ou a definição bem rápido e vão logo para a parte do cálculo. Na minha opinião falta muito o foco nas ideias que giram em torno do assunto (Aluno A).

Por sua resposta, percebemos um interesse em ser um professor com posturas diferentes, pois apresenta um certo desconforto com a postura tradicional voltada à repetição; notamos assim um interesse em levar também os seus alunos a uma aprendizagem que valorizasse a compreensão relacional. Mesmo não tendo citado isso claramente, conseguimos perceber, pelas características apresentadas em seu discurso.

Continuando a entrevista, procuramos saber o porquê de na questão que solicitava que ele sugerisse a disciplina onde ele gostaria que fosse incluído esse modelo de ensino sobre definições matemáticas, ele ter respondido que gostaria que fosse a de Cálculo Diferencial e Geometria Analítica. Ele respondeu:

Porque nessa disciplina aí, de cálculo, se foca muito nas contas mesmo (sic), cálculos gigantescos e nessa parte dos cálculos o foco do que você está fazendo ou o porquê, some. Então muitos respondem as questões, mas ficam sem saber onde aplicar, não sabiam onde aplicar derivadas, integrais e então vejo que faltou a explicação daquele conteúdo no dia-a-dia e isso deixa uma lacuna bem grande (Aluno A).

Ao perceber que, na verdade, o aluno focou nos problemas que ele percebia na disciplina que estava cursando paralelamente ao curso, voltamos a conversar sobre o assunto, afirmando a ele que, dentre tantas disciplinas – nesse momento mostramos o fluxograma com as disciplinas de todo o curso de Licenciatura em Matemática –, ficamos surpresos por sua escolha ter sido Cálculo. Solicitamos que ele desse mais detalhes dessa escolha, e ele respondeu que

Como essas disciplinas se focam mais nas contas, acredito que seria importante deixar claro que deveria ter um espaço no tempo para discutir as definições do conteúdo a ser estudado. Também por eu estar pagando essa disciplina foi a que me veio em mente na hora (Aluno A).

Por fim, conversamos um pouco sobre as questões 14 e 15 do primeiro questionário, e o que mais nos chamou a atenção foi o aluno ter concordado que Diógenes estava certo e sugerir que Platão, para resolver o problema, deveria repensar sua definição de homem, e comparou ao que acontece por vezes em sala de aula, onde a falta de atenção na construção de um conceito ou uma definição pode levar os alunos a terem grandes erros na aplicação das mesmas.

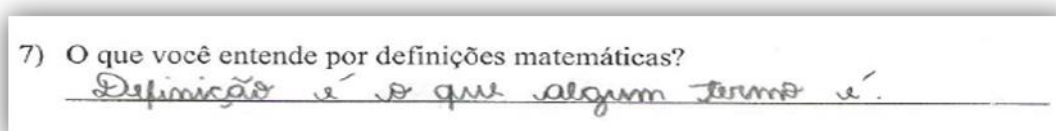
A partir da análise da entrevista, notamos que as questões não foram respondidas de maneira mecânica, limitada às situações originárias desse saber, mas de forma criativa e autônoma, demonstrando capacidade de agir criativamente em situações novas e assumindo que adotará essa prática em sua atuação de futuro professor de Matemática, obedecendo também o segundo critério da avaliação global.

Inferimos, dessa maneira, que o aluno A obteve uma compreensão relacional do papel das definições matemáticas para o ensino e a aprendizagem em Matemática, sendo que desde o início das atividades já demonstrava ter uma compreensão relativamente positiva das mesmas.

#### 4.3.2 Análise global dos dados: aluno B

Destacamos, a seguir, as respostas que nos chamaram mais a atenção na primeira atividade, questionário inicial. Na análise anterior, sempre apresentávamos a questão, em seguida, a imagem da mesma e, por fim, o comentário. A partir daqui apresentaremos diretamente a questão e, em seguida, a análise.

Figura 13<sup>23</sup>: Resposta apresentada pelo aluno B, sétima questão (Questionário Inicial).

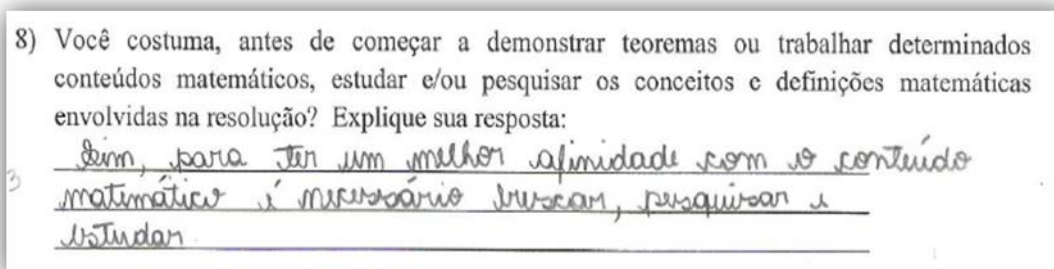


Fonte: Pesquisa (Junho, 2014).

Pela resposta do aluno B, não foi possível perceber se ele conhecia com mais profundidade o assunto em questão ou se seu conhecimento se limitava ao que escreveu. Porém, demonstrou ter algum entendimento sobre o tema.

<sup>23</sup>Definição é o que algum termo é.

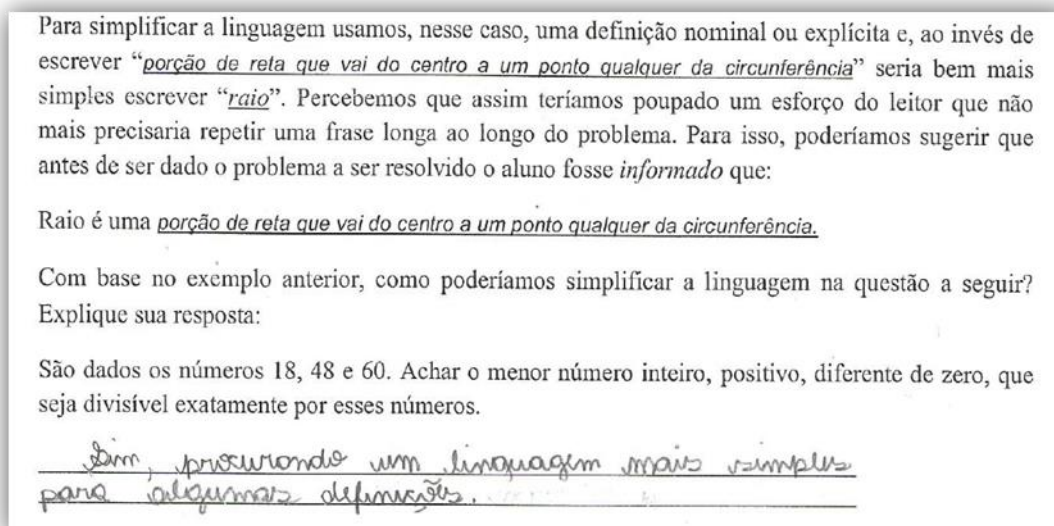
Figura 14<sup>24</sup>: Resposta apresentada pelo aluno B, oitava questão (Questionário Inicial).



Fonte: Pesquisa (Junho, 2014).

Na oitava questão, o aluno afirmou que já tinha esse interesse, mas seus argumentos ficaram restritos ao próprio enunciado, deixando sua resposta superficial. Entretanto, como veremos na análise da entrevista e na participação do aluno nas atividades da intervenção, o aluno demonstrou não fazer parte do grupo de alunos que respondeu *sim*, e que não tem o hábito de pesquisar conceitos antes de estudar ou fazer demonstrações.

Figura 15<sup>25</sup>: Resposta apresentada pelo aluno B, questão 11 (Questionário Inicial).



Fonte: Pesquisa (Junho, 2014).

Nessa questão, o aluno demonstrou ter dificuldade de interpretar o enunciado e, ao invés de escrever M.M.C. no lugar da frase *menor número inteiro, positivo, diferente*

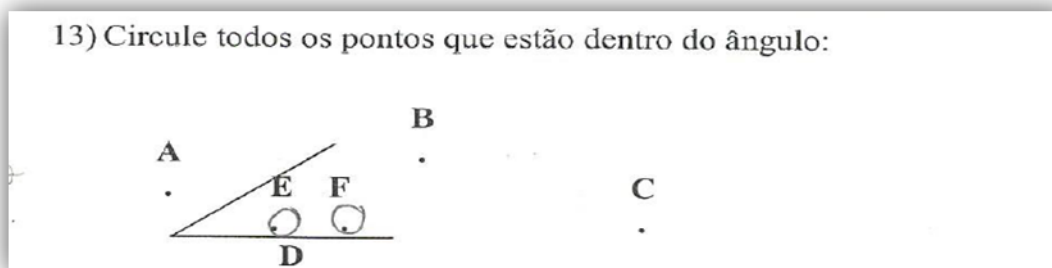
<sup>24</sup>Sim, para ter um melhor afinidade (sic) com o conteúdo matemático é necessário ariscar, pesquisar e estudar.

<sup>25</sup>Sim, procurando um linguagem (sic) mais simples para algumas definições.



de zero que seja divisível exatamente por esses números, acabou justificando a razão da substituição, como já estava escrito no enunciado completo<sup>26</sup>.

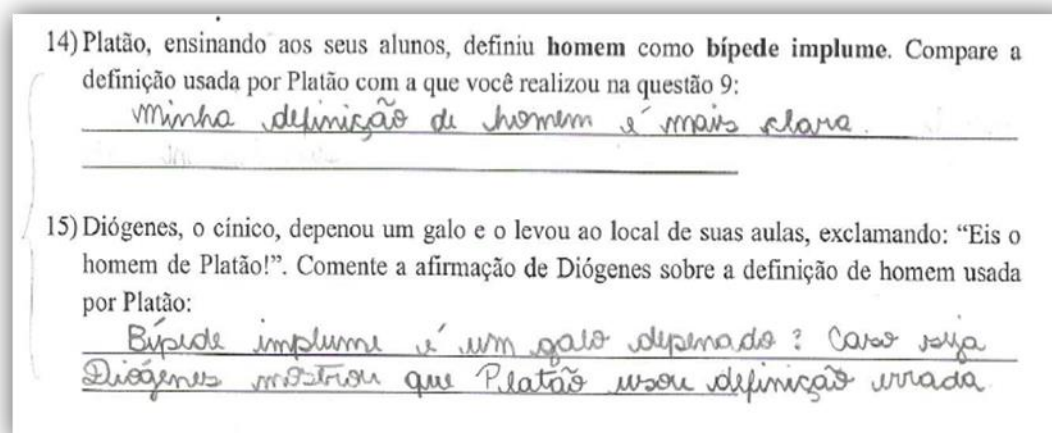
Figura 16: Resposta apresentada pelo aluno B, questão 13 (Questionário Inicial).



Fonte: Pesquisa (Junho, 2014).

A questão 15 mostrou certa dificuldade do estudante com relação à definição de ângulo, pois não circunscou os pontos B e C que aparentemente estavam fora do ângulo, mas que, como sabemos pela definição, pertence ao interior do mesmo. Percebendo essa limitação, podemos inferir que as questões anteriores que mostravam superficialidade eram sinais de que o mesmo tem pouca compreensão dos aspectos relacionados à aprendizagem das definições matemáticas.

Figura 17<sup>27</sup>: Resposta apresentada pelo aluno B, questões 14 e 15 (Questionário Inicial).



Fonte: Pesquisa (Junho, 2014).

<sup>26</sup>O enunciado completo encontra-se nos Apêndices do trabalho.

<sup>27</sup>14) minha definição de homem é mais clara.

15) Bípede implume é um galo depenado: caso seja. Diógenes mostrou que Platão usou definição errada.

Aqui, mesmo apresentando as duas questões, nos deteremos na análise da questão 15. Acharmos interessante a indagação do aluno: se bípede implume é um galo depenado, então Diógenes mostrou que Platão usou uma definição errada, uma vez que o galo depenado se enquadra na definição de homem sugerida pelo mesmo. Nessa questão, percebemos que o aluno tinha facilidade de interpretação e demonstrou certa capacidade argumentativa, apesar das análises anteriores terem demonstrado uma base fragilizada.

Figura 18<sup>28</sup>: Resposta apresentada pelo aluno B, questão 16 (Questionário Inicial).

16) A importância do uso da História da Matemática como recurso didático é:

( ) extremamente importante (X) Importante ( ) Pouco importante ( ) Desnecessário

Explique: É um fonte que pode ajudar o aluno a  
entender os porquês da criação do assuntos  
matemáticos.

Fonte: Pesquisa (Junho, 2014).

A questão 16 dizia respeito ao uso da História da Matemática que, para a aluna (aluno B), é um recurso didático importante. Acreditamos que as razões que a mesma dá para essa importância são superficiais, e atribuímos isso ao fato de estar cursando o terceiro período do curso e não ter estudado ainda as características que sustentam essa importância para o ensino e a aprendizagem em Matemática.

Embora no primeiro questionário a aluna (aluno B) tenha demonstrado fragilidade quanto às definições e dificuldades de interpretação no decorrer das atividades, ela mostrou-se bastante assídua e participativa, cumprindo com tudo o que era direcionado na intervenção. A seguir, apresentaremos a análise da avaliação escrita realizada no fim das atividades e questionário final.

<sup>28</sup>É um fonte (sic) que pode ajudar o aluno a entender os porquês da criação do assuntos matemáticos.

Figura 19<sup>29</sup>: Avaliação do curso escrita pelo aluno B.

Contribuições que o curso me proporcionou:

Os textos trabalhados e com as discussões dos mesmos pude perceber a diferença entre conceitos e definições, algo que sempre possui a curiosidade de descobrir, porém por descuido não procurei esclarecer. Outra contribuição, talvez a mais importante foi a de me preocupar com as definições que vejo, pois caso elas estejam erradas posso "aprender" algo de forma errada, ou pior, posso transmitir para os outros (como futura professora) de forma errada, o que pode ocasionar em outras deficiências.

Em suma o curso foi de extrema importância para mim, como futura professora.

Fonte: Pesquisa (Junho, 2014).

Ao fim da intervenção, como já dito, solicitamos que eles se expressassem de maneira escrita sobre a intervenção, sem darmos nenhum direcionamento específico do que deveriam escrever. No texto do aluno B, foi possível perceber uma progressão na sua aprendizagem, uma vez que o mesmo relata coisas que aprendeu e a preocupação com o seu papel de futura professora.

Figura 20<sup>30</sup>: Resposta apresentada pelo aluno B, sexta questão (Questionário Final).

6) Malba Tahan (1966) escrevendo sobre a importância dos conceitos e ilustrando essa importância, afirma que seria uma grave contradição um professor ensinar aos seus alunos os casos de semelhança de triângulos, sem esclarecer ou ensinar previamente o conceito de semelhança. Você acha que esse é um problema já resolvido nos tempos atuais? Comente:

Este problema não foi sanado, pois os professores esperam que os alunos tenham um aprendizado anterior que muitas vezes este aluno não possui.

Fonte: Pesquisa (Junho, 2014).

<sup>29</sup> Contribuições que o curso me proporcionou: Os textos trabalhados e com as discussões (sic) dos mesmos pude perceber diferença entre conceitos e definições, algo que sempre possui a curiosidade de descobrir, porém por descuido não procurei esclarecer. Outra contribuição, talvez a mais importante foi a de me preocupar com as definições que vejo, pois caso elas estejam erradas passo "aprender" algo de forma errada, ou pior, posso transmitir para os outros como uma futura professora de forma errada, o que pode ocasionar em outras deficiências. Em suma, o curso foi de extrema importância para mim como futura professora.

<sup>30</sup> Este problema não foi sanado, pois os professores esperam que os alunos tenham (sic) um aprendizado anterior que muitas vezes este aluno não possui.

Na questão 06 do segundo questionário tratamos de um texto de Malba Tahan, no qual ele chamava a atenção para as diversas vezes em que o professor trabalha atividades de certos conteúdos sem esclarecer os conceitos necessários para a aprendizagem do mesmo. Na questão, era solicitado que os alunos fizessem uma comparação com os tempos atuais, comentando se isso ainda acontecia. O aluno citou o fato desse problema ainda ser comum nos dias atuais e, depois, quando conversamos sobre isso na entrevista, aparentou preocupação quanto a esses aspectos e desejo de fazer diferente como futuro professor.

Figura 21<sup>31</sup>: Resposta apresentada pelo aluno B, sétima questão (Questionário Final).

7) Vimos que os textos utilizados eram da década de 50 ou 60, Malba Tahan, já nesta época demonstrava uma preocupação sobre a importância das definições matemáticas para um ensino mais eficaz. Hoje, mais de 50 anos depois, você acredita que essas mudanças foram alcançadas ou ainda existe uma necessidade de uma maior atenção com relação a essas questões?

*Existe ainda uma necessidade de um maior rigor nas definições, os professores se detêm muito na matemática operativa e esquece da importância de*

8) Segundo o plano de curso para a Licenciatura em Matemática (2012) no PERFIL PROFISSIONAL DE CONCLUSÃO DE CURSO um dos itens se refere ao desenvolvimento de estratégias de ensino que favoreçam a criatividade, a autonomia e a flexibilidade do pensamento matemático dos estudantes, buscando trabalhar com mais ênfase nos conceitos do que nas técnicas, fórmulas e algoritmos. Isso é também uma orientação

*um defini-  
ção clara  
e correta  
para seu  
aluno.*

Fonte: Pesquisa (Junho, 2014).

Como visto na análise da sexta questão, a aluna mostra um interesse pela mudança nas atitudes que terá como professora, como nesse caso, o cuidado em não trabalhar somente focada na parte operativa da Matemática, mas também nas definições que embasam os conteúdos matemáticos.

<sup>31</sup> Existe ainda uma necessidade de um maior rigor nas definições, os professores se detêm (sic) muito na matemática operativa e esquece da importância de um definição clara e correta para seu aluno.

Figura 22<sup>32</sup>: Resposta apresentada pelo aluno B, oitava questão (Questionário Final).

No recorte da ementa é possível perceber que um dos objetivos da disciplina é a compreensão dos conceitos. Como você avalia o que acontece realmente? Na disciplina de Cálculo cursada esse semestre houve essa preocupação por parte de vocês e/ou do professor em gastar tempo na compreensão dos conceitos envolvidos? Explique:

Os alunos não apresentam muita preocupação ou cuidado na formação de conceitos. O professor expõe e explica os conceitos, porém dá um maior importância para a parte operativa.

Fonte: Pesquisa (Junho, 2014).

A oitava questão<sup>33</sup> trazia a ementa do curso de Cálculo Diferencial e Integral I, para alunos de Licenciatura, e a seguir um comentário sobre a mesma, ressaltando um de seus objetivos, que era compreender os conceitos de limite e derivada. Em seguida, questionávamos sobre o que acontece em sala de aula: aqui, gostaríamos de saber se os alunos percebiam no professor da disciplina em questão e nos alunos essa preocupação em trabalhar os conceitos em questão antes da parte operativa. Pela resposta do aluno, percebemos que isso não acontece entre os alunos e que o professor explica os conceitos, mas isso não é visto como o mais importante.

Figura 23<sup>34</sup>: Resposta apresentada pelo aluno B, nona questão (Questionário Final).

Por estar no 3º período não sei a emenda de algumas disciplinas, mas acredito que este modelo de ensino pode ser introduzido em metodologia do Ensino de Matemática.

Fonte: Pesquisa (Junho, 2014).

A nona questão se referia à opinião dos alunos com relação a que disciplina poderia ser acrescentada a esse modelo de ensino das definições matemáticas. Avaliamos como coerente a resposta apresentada pelo aluno B, pois assumiu não ter

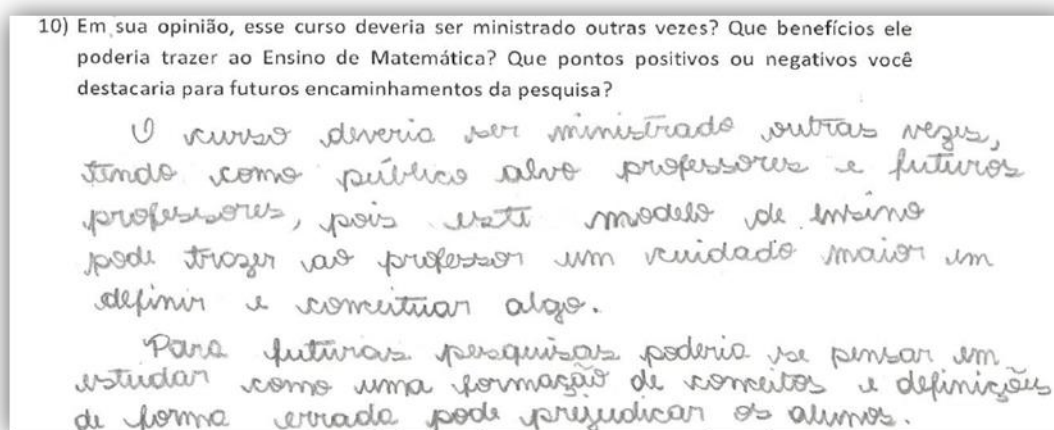
<sup>32</sup>Os alunos não apresentam muita preocupação ou cuidado na formação de conceitos. O professor expõe e explica os conceitos, porém dá um maior importância (sic) para a parte operativa.

<sup>33</sup> Ver questão completa nos apêndices do trabalho.

<sup>34</sup> Por estar no 3º período não sei a emenda de algumas disciplinas, mas acredito que este modelo de ensino pode ser introduzido em metodologia do Ensino de Matemática.

conhecimento das outras disciplinas do curso, visto que estava no terceiro período, mas que pela sua experiência poderia ser inserida na disciplina Metodologia do Ensino da Matemática. Aqui, fica claro que o curso trouxe à aluna um entendimento de que definições matemáticas fazem parte do ensino-aprendizagem da Matemática, e que podem ser ensinadas numa disciplina que contribui na formação dos métodos que o futuro professor utilizará em sala de aula.

Figura 24<sup>35</sup>: Resposta apresentada pelo aluno B, décima questão (Questionário Final).



Fonte: Pesquisa (Junho, 2014).

A última questão a ser analisada trata da opinião dos alunos sobre ministrar outras vezes esse Módulo de Ensino das definições matemáticas. Notamos, a partir de sua resposta, que há uma notória atenção do aluno B quanto ao público-alvo do curso, quando indica que seja aplicado a professores e futuros professores. Outro ponto de destaque do aluno B foi a sua sugestão de trabalhar em futuras pesquisas como a formação de conceitos e definições de forma errada pode prejudicar os alunos. Como veremos na entrevista, ele sugere isso, porque se sente prejudicado por não ter tido esse cuidado anteriormente e nem ter visto seus professores com essa preocupação.

Analisando de maneira geral os dados referentes aos questionários do aluno B e, também, sua avaliação escrita do curso, podemos afirmar que houve uma progressão qualitativa, uma vez que, inicialmente, percebíamos que o mesmo tinha algumas limitações, que suas repostas eram superficiais e que demonstrava ter pouca

<sup>35</sup>O curso deveria ser ministrado outras vezes, tendo como público alvo professores e futuros professores, pois este modelo de ensino pode trazer ao professor um cuidado maior em definir e conceituar algo. Para futuras pesquisas poderia se pensar em estudar como uma formação de conceitos e definições de forma errada pode prejudicar os alunos.

compreensão dos aspectos relacionados à aprendizagem das definições matemáticas, mas que, ao longo do curso, através do interesse por parte desse aluno em participar das atividades e do esforço na participação nas aulas, tivemos como resultado a resolução do segundo questionário com apresentação das respostas de maneira contextualizada e com mais coerência, atendendo ao primeiro critério que nos levará a inferir sobre a compreensão relacional deste aluno.

Analisando a entrevista realizada ao final da intervenção perceberemos se o segundo critério também foi atendido.

Iniciamos a entrevista do aluno B comentando sobre as questões que eram idênticas nos dois questionários e tratavam do entendimento dos mesmos sobre conceitos e definições matemáticas. Com relação a conceitos, no primeiro questionário o aluno B respondeu que seria “a explicação de algo”, e, no segundo, que conceito é “algo amplo que os indivíduos tem (sic) em comum uns com os outros”. Apresentando ao mesmo as duas respostas, perguntamos se ele achava que havia uma evolução da primeira para a segunda, e sua resposta foi: “bem, acho que evolui, passei a ter uma compreensão maior do que é um conceito. Para mim é como se eu tivesse aprendido a redefinir conceito a partir de uma compreensão maior”. Concordamos com a sua fala e, mesmo sabendo que sua segunda resposta foi superficial, ele (aluno B) conseguiu compreender algumas características que estudamos sobre conceitos, como a questão das características comuns apresentadas pelo mesmo.

Da mesma forma procedemos com as questões que tratavam das definições matemáticas. No primeiro questionário, sua resposta foi “definição é o que algum termo é”. Já na segunda, respondeu que definição “é uma temática, é a explicação de algo, mostrando as características próprias daquele objeto de forma clara e simples”. Apresentadas as duas respostas, conversamos um pouco sobre as diferenças das duas, destacando algumas características elencadas na segunda, como importância da clareza e importância de definir de forma simples e objetiva. Por fim, questionamos o porquê de ter respondido assim e obtivemos como resposta:

Eu sabia o que era uma definição, entre aspas, mas não de forma tão clara. E a partir do curso eu pude ver que definição era muito mais do que eu achava que era. Eu, enquanto professora terei uma preocupação maior em definir algo para os alunos, pois antigamente eu acho que não tinha essa preocupação de ver se essa definição era falha ou não e hoje eu vou querer utilizar uma definição melhor, que eu ache que o aluno vá aprender de forma mais significativa (Aluno B).

Percebemos aqui que a questão do cuidado com a clareza das definições foi algo que chamou a atenção do aluno B, pois no questionário citou isso várias vezes, e aqui também percebemos essa ênfase.

Continuamos comentando que, por fazer parte do Programa Institucional de Bolsas de Iniciação à Docência (PIBID), de alguma forma ele já estava exercendo atividades em sala de aula, e questionamos quais contribuições esse curso trouxe para a sua prática. Sobre isso, ele comentou:

Bem, já tive que explicar melhor alguns conceitos para alguém que teve maior dificuldade, esmiuçando para os que tem mais dificuldade e ressaltando melhor as características para levá-lo a entender melhor. Eu acho que definição e conceito de algo é importante pois ajuda o aluno a ter uma maior noção do que aquilo é, tipo da significabilidade da coisa. Algumas vezes os alunos acham que Matemática é só aquela coisa automática de pegar uma fórmula, botar números nessa fórmula e tentar resolver uma conta. E não é só isso, pois atrás dessa conta tem o porquê disso e tal. E tenho hoje a preocupação de ensinar assim (Aluno B).

Apontando para a nona questão do primeiro questionário, comentamos que nela era pedido para definirem os termos: homem, ângulo, reta e raio. Escolhemos analisar uma das respostas apresentadas, que foi a definição ao termo ângulo. Segundo a sua definição, ângulo seria o espaço formado por duas retas. Perguntamos, em seguida, se hoje ela (aluno B) responderia o mesmo. Sem respostas para o questionamento, continuamos com um exemplo: desenhamos duas retas paralelas e perguntamos se o espaço que foi formado entre elas seria um ângulo. Ela nos interrompeu rapidamente, dizendo: “Não formaria. Entendo que respondi assim por dois motivos. O primeiro, era que eu não sabia escrever a definição de ângulo e segundo, em não me preocupava em ler se o que eu tinha escrito fazia sentido”. Dito isto, continuamos com outro questionamento: procuramos saber se ela achava que, se fosse definir novamente, teria que procurar outras características; a partir desse questionamento, ela respondeu:

Se eu não tivesse participado desse curso, nesse momento iria passar de forma errada, porque eu aprendi errado. É igual reta, que eu achava que terminava o desenho e iria acabar, mas não, no curso eu pude ver e redefinir algumas coisas na minha cabeça (Aluno B).

Comentamos sobre outra resposta do primeiro questionário, na questão 13, onde pedíamos que circulassem todos os pontos que estavam dentro do ângulo apresentado. Mostramos sua resposta e perguntamos se o aluno B conseguia perceber que havia



deixado a resposta incompleta. Sua resposta foi: “Consgo, porque eu delimito a reta e achei que o ângulo só seria formado no espaço onde elas estavam delimitando e não todo esse espaço que ela vai estar. Agora eu incluiria os pontos B e C”.

Comentamos mais um pouco sobre essa questão, sobre as consequências daquela falta de compreensão inicial do conceito de ângulo e dos outros erros que ela passou a ocasionar, e procuramos saber se ele percebe as consequências disso no ensino de Matemática. Segundo o aluno B:

Eu acho que percebo muito que as coisas que de mim era errado (sic) por exemplo, na parte da geometria muitos conceitos ficam só desenhos e você acha que é só o que está ali (sic), eu acho que muita gente passa por isso, que tem a definição errada na cabeça e não consegue resolver alguma questão ou algo que necessite desse conhecimento (Aluno B).

Correlacionamos o que estávamos tratando com as questões 14 e 15, que mostravam a definição de homem como um bípede implume, definição dada por Platão, e, em sequência, o ato de Diógenes em comparar um galo depenado com o homem definido por Platão. Pedimos que o aluno B falasse sobre isso. Segundo ele: “Diógenes tava certo, porque a definição de Platão em suas características abrange outro tipo de ser, então é como se fosse deixar a desejar porque a definição dele foi muito ampla”.

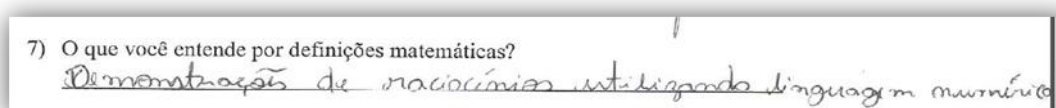
Perguntamos como ele achava que Platão poderia resolver esse problema e sua resposta foi: “Ele teria que procurar características que diferencie (sic) o homem dos outros animais, e a partir dessas características iria definir o homem”.

Destacamos essa parte da entrevista como uma das mais importantes, uma vez que aponta várias características da compreensão do aluno B; entre elas, destacamos a atenção que passou a ter com a clareza da definição, a percepção do que Platão poderia fazer para que sua definição pudesse caracterizar somente o termo homem e, pelas primeiras questões, percebemos que ele já entendia o papel das definições para o ensino de Matemática. Inferimos que, somente com essa parte da entrevista, já tínhamos atendido ao segundo critério para atestar que o aluno B adquiriu uma compreensão relacional das definições matemáticas, pois demonstrou capacidade de agir criativamente em situações novas e assumiu que adotará essa prática em sua atuação de futura professora de Matemática. A entrevista teve ainda continuidade tratando de várias outras questões como o material utilizado, os pontos positivos do curso, os encaminhamentos sugeridos pelo aluno para que outros pudessem usufruir desse conhecimento *etc.*

### 4.3.3 Análise global dos dados: aluno C

A seguir, apresentamos os dados referentes à análise do aluno C; destacamos que esse aluno tem uma característica peculiar, pois, dentre os participantes, era o único que não cursava Licenciatura em Matemática, e sim, em Física.

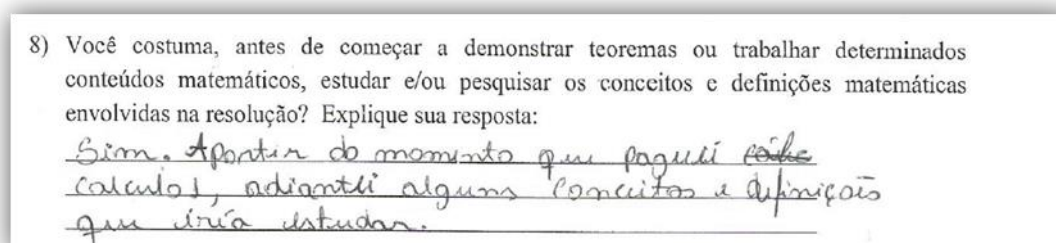
Figura 25<sup>36</sup>: Resposta apresentada pelo aluno C, sétima questão (Questionário Inicial).



Fonte: Pesquisa (Junho, 2014).

Pela resposta apresentada pelo aluno C, percebemos que o mesmo tentou formular uma resposta usando uma linguagem matemática, mas o que conseguiu escrever demonstrou que o mesmo não tinha um bom entendimento sobre definições matemáticas.

Figura 26<sup>37</sup>: Resposta apresentada pelo aluno C, oitava questão (Questionário Inicial).



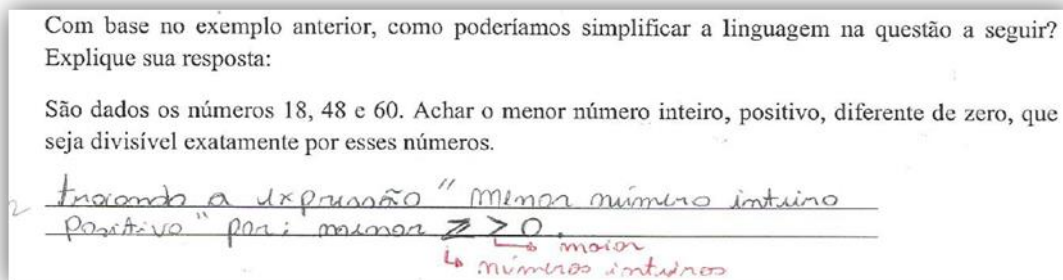
Fonte: Pesquisa (Junho, 2014).

Na oitava questão, o aluno afirma que costuma estudar e/ou pesquisar os conceitos e definições envolvidos nas demonstrações de teoremas ou conteúdos matemáticos, porém os restringe à disciplina de Cálculo. Talvez tenha feito isso por ser aluno de outro curso e por estar cursando ainda o segundo período do mesmo.

<sup>36</sup>Demonstrações de raciocínios utilizando linguagem numérica.

<sup>37</sup>Sim. Apartir (sic) do momento que paguei cálculo, adiantei alguns conceitos e definições que iria estudar.

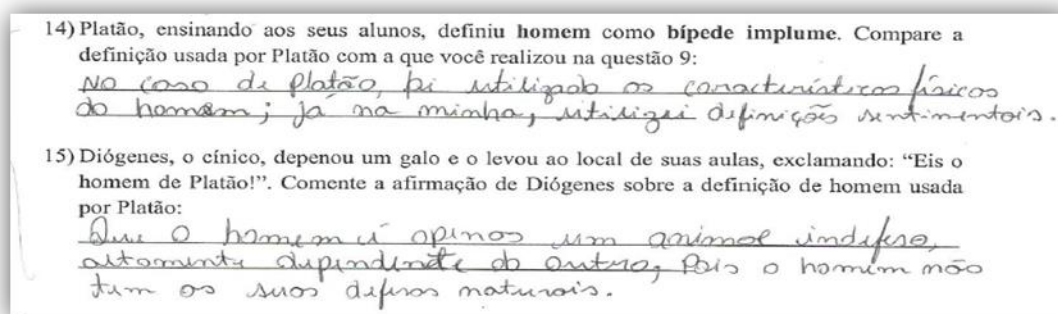
Figura 27<sup>38</sup>: Resposta apresentada pelo aluno C, questão 11 (Questionário Inicial).



Fonte: Pesquisa (Junho, 2014).

Na questão 11, esperávamos que escrevesse *M.M.C.* no lugar da frase *menor número inteiro, positivo, diferente de zero que seja divisível exatamente por esses números*, mas o aluno acabou escrevendo outra coisa e tentando inserir uma simbologia matemática. Concluímos que não teve entendimento do que era solicitado na questão e criou uma resposta. Ressaltamos que nessa questão<sup>39</sup> havíamos dado um exemplo e, na verdade, além de conhecer a definição de *M.M.C.*, o único requisito era a interpretação da questão, pois era só seguir a orientação do enunciado. Percebemos que esse aluno, como a maioria, tinha no início do curso dificuldade de interpretar um texto matemático.

Figura 28<sup>40</sup>: Resposta apresentada pelo aluno C, questões 14 e 15 (Questionário Inicial).



Fonte: Pesquisa (Junho, 2014).

<sup>38</sup> Trocando a expressão “menor número inteiro positivo” por:  $Z > 0$ .

<sup>39</sup> Ver enunciado completo no apêndice A.

<sup>40</sup> 14) No caso de Platão, utilizado as características físicas do homem, já na minha, utilizei definições sentimentais.

15) Que o homem é apenas um animal indefeso, altamente dependente dos outros, pois o homem não tem as suas defesas naturais.

Nessas duas questões, fica ainda mais clara a dificuldade de interpretação do aluno C, uma vez que esperávamos que ele notasse que Diógenes utiliza o galo depenado porque é o mesmo que um bípede implume. Nesse caso, Platão teria deixado a sua definição deficiente<sup>41</sup>e, assim, abrangia além do termo homem, também o galo depenado. A resposta apresentada não tem argumentos válidos para o que estamos tratando, como pode ser observado.

Figura 29<sup>42</sup>: Resposta apresentada pelo aluno C, questão 16 (Questionário Inicial).

16) A importância do uso da História da Matemática como recurso didático é:

( ) extremamente importante  Importante ( ) Pouco importante ( ) Desnecessário

Explique: *Compreender as questões e os problemas encontrados na história da humanidade.*

Fonte: Pesquisa (Junho, 2014).

Na última questão, levando em conta que estudante é aluno do curso de Física e não deve ter tido contato com as tendências da Educação Matemática consideramos coerente e satisfatória a sua resposta.

O aluno C não conseguiu estar presente em todas as atividades, precisando se ausentar algumas vezes; por isso, não realizou a avaliação escrita, pois no dia em que a mesma foi aplicada ele havia faltado. Porém, sempre que estava presente, se mostrava bastante participativo e, algumas vezes, quando dividíamos a turma em grupos menores, ele era o representante de seu grupo na discussão geral.

A seguir, analisaremos os dados do questionário final para percebermos se houve progressão qualitativa no entendimento do aluno C em relação às definições matemáticas.

<sup>41</sup>Segundo Tahan (1966, p. 44), numa definição deficiente, “os atributos citados não caracterizam o ser, e a definição abrange outros conceitos além do definido”.

<sup>42</sup>Compreender as questões e os problemas encontrados na história da humanidade.

Figura 30<sup>43</sup>: Resposta apresentada pelo aluno C, segunda questão (Questionário Final).

2) O que é uma definição matemática? Definição é um conjunto de características que diferenciam determinado elemento de outros.

Fonte: Pesquisa (Junho, 2014).

Pela resposta da segunda questão já é possível perceber que o aluno escreveu o que era uma definição matemática de maneira satisfatória, e que houve um desenvolvimento com relação ao primeiro questionário, onde ele parecia não compreender nada dessa definição.

Figura 31<sup>44</sup>: Resposta apresentada pelo aluno C, quarta questão (Questionário Final).

4) Os textos discutidos em sala de aula ao longo do curso acrescentaram algo positivo à sua aprendizagem? Explique: Em muito ajuda as discussões sobre os textos, pois trazem uma noção bem melhor dos conteúdos e de como transmiti-los de uma forma mais clara, focando, também, o ponto conceitual.

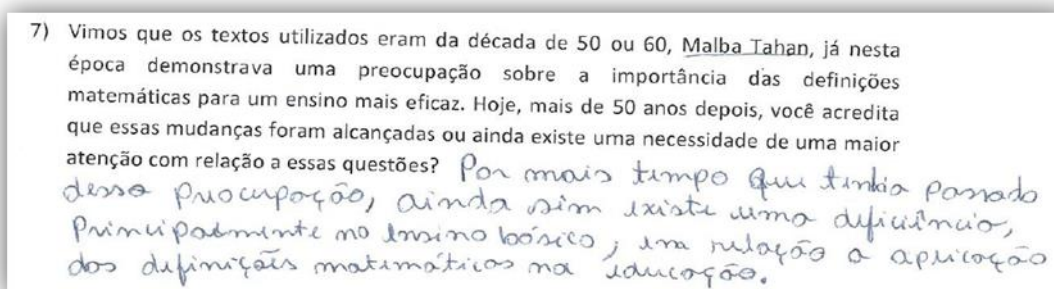
Fonte: Pesquisa (Junho, 2014).

Tomando como base a resposta da segunda questão, procuramos saber na quarta se os textos discutidos ao longo das atividades haviam, na opinião do aluno, acrescentado algo à sua aprendizagem. A resposta dele foi que sim, e o que nos chamou atenção foi o fato de ter relacionado isso ao que irá fazer futuramente como professor. Aqui, percebemos uma preocupação do mesmo com a sua aprendizagem e de seus futuros alunos.

<sup>43</sup>Definição é um conjunto de características que diferenciam determinado elemento de outras (sic).

<sup>44</sup>Em muito ajuda as discussões sobre os textos, pois trazem uma noção bem melhor dos conteúdos e de como transmiti-los de uma forma mais clara, focando, também, o ponto conceitual.

Figura 32<sup>45</sup>: Resposta apresentada pelo aluno C, sétima questão (Questionário Final).

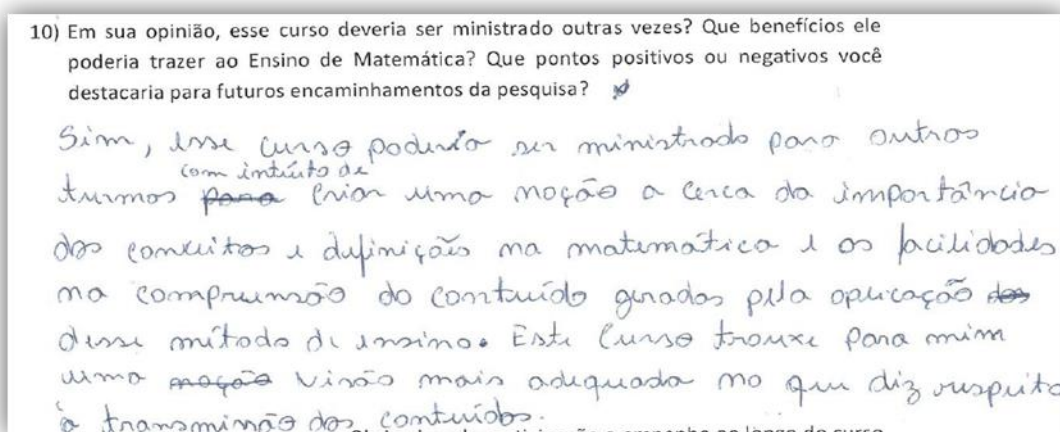


Fonte: Pesquisa (Junho, 2014).

Na sétima questão o aluno observa que, por mais que Malba Tahan tenha lutado por essas mudanças, ainda há, especialmente na Educação Básica, deficiências com relação à aplicação das definições matemáticas. Notamos, através de sua resposta, que já existe nele esse olhar para o ensino de Matemática, e perceber essa deficiência, principalmente no ensino básico, se dá pela presença do mesmo nas atividades proporcionadas pela bolsa do Programa Institucional de Bolsas de Iniciação à Docência (PIBID). Ressaltamos essa informação porque diversas vezes, ao longo das atividades da intervenção, quando estávamos discutindo os problemas relacionados às definições matemáticas, esse aluno exemplificava sua fala através de experiências concretas vividas por ele nas atividades da bolsa.

<sup>45</sup>Por mais tempo que tenha passado dessa preocupação, ainda sim existe uma deficiência, principalmente no ensino básico, em relação a aplicação das definições matemáticas na educação (sic).

Figura 33<sup>46</sup>: Resposta apresentada pelo aluno C, décima questão (Questionário Final).



Fonte: Pesquisa (Junho, 2014).

A décima questão confirma o que tratamos nas questões anteriores, especialmente na visão do aluno como um futuro professor. Observamos que, mesmo tendo encontrado dificuldades no primeiro questionário e tendo que se ausentar de algumas atividades, o aluno C demonstrou ter alcançado uma compreensão do papel das definições matemáticas, da sua importância para o ensino e a aprendizagem de Matemática e, ao longo das atividades, progrediu de maneira bastante satisfatória. Dessa forma, concluímos que atendeu ao primeiro critério estabelecido para identificarmos sua compreensão como relacional.

Apresentamos a descrição e análise do segundo critério, que se refere à entrevista individual realizada ao fim da intervenção, para inferirmos se o segundo critério foi também atendido.

Iniciamos a entrevista comentando o fato do aluno C cursar Licenciatura em Física, e mesmo assim ter insistido em participar do curso de extensão promovido para alunos de Licenciatura em Matemática. O aluno comentou a nossa observação:

Bem, sempre gosto de aprender coisas novas e ter cursado a disciplina de Cálculo me fez perceber o quanto a Matemática é interessante e aí quando soube desse curso e vi o título tão diferente tive curiosidade de participar (Aluno C).

<sup>46</sup>Sim, esse curso poderia ser ministrado para outras turmas com intuito de criar uma noção a cerca (sic) da importância dos conceitos e definições na matemática e as facilidades na compreensão do conteúdo geradas pela aplicação desse método de ensino. Este curso trouxe para mim uma visão mais adequada no que diz respeito a transmissão dos conteúdos (sic).

Continuamos questionando: o que ele percebia que o curso tinha oferecido como contribuição para sua formação? Ouvindo a pergunta, ele ficou pensativo e logo respondeu:

Contribuiu porque busca uma visão, com relação ao passar o conteúdo pro aluno (sic), e essa é uma visão que dá mais importância a parte conceitual e até a psicológica (sic). A psicologia diz que pra gente desenvolver um conteúdo, um conceito, a gente tem que ter um pré-formado, um conceito pré-formado, uma base, que é o desenvolvimento real. Então acho que é bom dar essa parte conceitual pra depois entrar na parte técnica do conteúdo (Aluno C).

Aqui, já notamos o desenvolvimento do aluno não só na sua aprendizagem, mas também no comprometimento com o seu papel de futuro professor. Destacamos, também, o fato dele ter citado outra disciplina, no caso a Psicologia, e isso é um fato interessante, porque já demonstra que ele vai enriquecendo os conceitos adquiridos e adicionando-os a outras áreas do conhecimento.

Demos continuidade à entrevista enfatizando que ele não era aluno do curso de Matemática, mas que estava cursando Cálculo Diferencial e Integral. Aqui, fizemos referência ao oitavo quesito do questionário final, que trazia a ementa do curso de cálculo e citava que um dos objetivos do curso, segundo a ementa, é compreender os conceitos abordados antes de realizar os cálculos. Perguntamos a ele se na turma que estava cursando a disciplina havia essa preocupação dos professores e dos alunos em dedicar tempo na compreensão dos conceitos, conforme orienta a ementa. Ele respondeu que sim, e continuou dizendo:

Quando o professor iniciou o curso, ele começou com uma noção intuitiva de limites. Que é algo que é necessário pra a gente aprender. Ah, mas só que não foi tão algo aprofundado (sic), foi algo mais como uma base, uma pincelada, foi o básico, não foi aprofundado. Acredito que isso é a noção conceitual. Depois ele começou a parte técnica, a parte operacional. Como operar limites, as propriedades dos limites e assim foi por diante (Aluno C).

Ainda sobre o mesmo assunto, perguntamos se para ele isso foi importante, e se foi importante dedicar esse tempo conhecendo um pouco a noção intuitiva, o conceito, para, em seguida, começar a fazer os cálculos. Sua resposta foi enfática: “Foi importante por que ele tanto mostrou a nossa Matemática como a aplicação dessa noção em Física”.

Continuamos tratando do questionário. Ainda sobre o primeiro, lembramos a questão que tratava do conceito de homem dado por Platão e do que Diógenes tinha feito, ao levar um galo sem penas e apresentá-lo como o homem de Platão. Pedimos que ele comentasse essas questões. Seu comentário foi: “Ele pegou a falha do conceito de



Platão”. Questionamos qual foi essa falha, e ele respondeu: “Ele não deu as características mais particulares, ele deu algo generalizado. Porque o homem, ele tem outras características, ele não frisou a racionalidade. Eu utilizaria na resposta, se pudesse responder novamente que a definição é algo que diferencia um elemento dos outros”. Comentamos que quando ele foi responder o primeiro questionário não havia essa compreensão e, ao mostrar a resposta que tinha dado, ele se admirou bastante. Continuamos o diálogo chamando a sua atenção para as características de uma boa definição. Ele nos interrompeu, dizendo:

Entendo que é assim, que quando a gente vai definir alguma coisa eu preciso dar o máximo de característica pra que aquilo sirva pra definir que eu to querendo e não outras coisas né? A definição ela serve pra diferenciar (sic). Que no conceito ele mostra a essência do objeto. Eu coloquei a definição a essência... (sic) a definição é um conjunto de características que diferenciam um elemento de outro. Quero dar o mesmo exemplo que você nos deu. O que é uma cadeira? Se eu responder que cadeira é tudo aquilo que eu posso sentar e eu sentar na mesa, poderei dizer que a mesa é uma cadeira. Então, tem que dar uma característica pra diferenciar. Foi isso que Platão não fez (Aluno C).

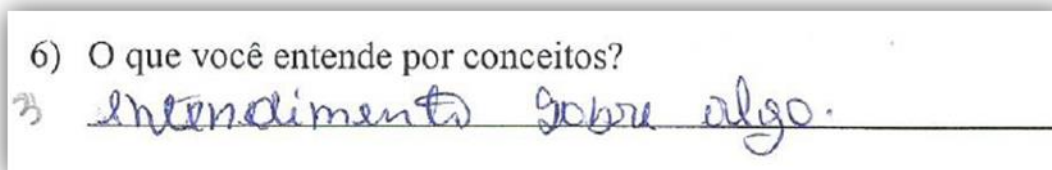
Neste ponto, queremos destacar que, no início do curso, como podemos observar na análise do primeiro questionário, não havia por parte do aluno C uma compreensão sobre os assuntos abordados nas atividades, diferentemente do aluno A, que já tinha uma compreensão no início do curso. Porém, nesse momento da entrevista, percebemos o quanto seu entendimento evoluiu, visto que já era capaz de interpretar melhor as questões e era perceptível que havia compreendido não só o que era definição, mas as suas características fundamentais, bem como conseguiu relacionar, através da metáfora da definição de cadeira, que havia adquirido uma independência no que diz respeito ao entendimento do assunto abordado, pois não estava repetindo o que absorveu, mas, com criatividade e autonomia, ia respondendo ou comentando o que íamos abordando, demonstrando capacidade de agir criativamente em situações novas e, por sua postura, acreditamos que adotará essa prática em sua atuação de futuro professor de Matemática.

Dessa forma, concluímos que o mesmo atendeu ao segundo critério estabelecido para avaliarmos a sua compreensão como relacional. Assim, concluímos que, de maneira global, o aluno C adquiriu, ao longo do curso, os objetivos propostos e atingiu a compreensão relacional das definições matemáticas.

#### 4.3.4 Análise global dos dados: aluno D

A seguir, apresentamos os dados referentes à análise do aluno D, com o objetivo de perceber se o mesmo alcançou a compreensão relacional das definições matemáticas. Procederemos conforme realizado com os alunos anteriores.

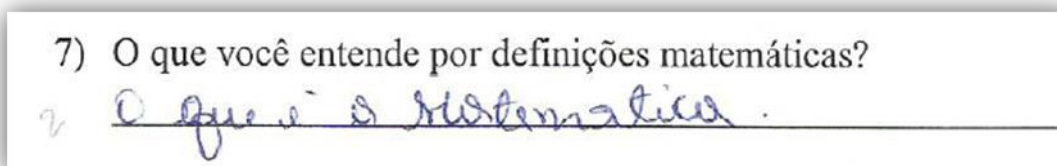
Figura 34<sup>47</sup>: Resposta apresentada pelo aluno D, sexta questão (Questionário Inicial).



Fonte: Pesquisa (Junho, 2014).

Pela resposta apresentada na sexta questão do questionário inicial, podemos perceber que o aluno não tem uma compreensão clara sobre o que são conceitos.

Figura 35<sup>48</sup>: Resposta apresentada pelo aluno D, sétima questão (Questionário Inicial).



Fonte: Pesquisa (Junho, 2014).

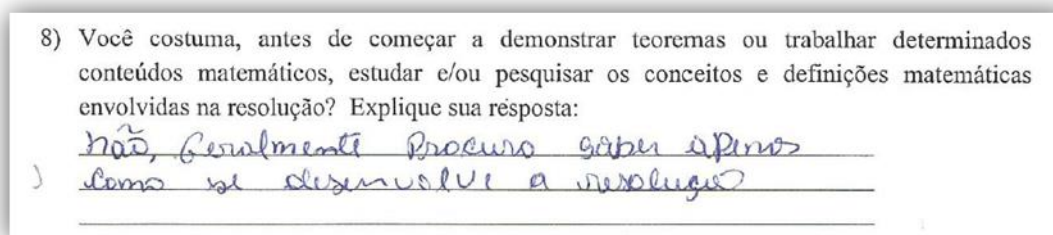
Como na sexta questão, percebemos que na sétima, o aluno D apresenta dificuldade quanto ao entendimento dos conceitos e definições matemáticas. Acreditamos que ele respondeu essas questões sem o mínimo de compreensão dos conteúdos relacionados.

---

<sup>47</sup>Entendimento sobre algo.

<sup>48</sup>O que é a Matemática.

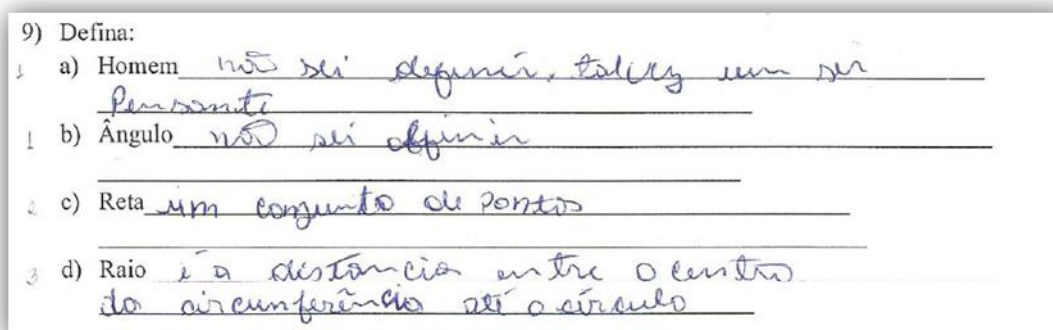
Figura 36<sup>49</sup>: Resposta apresentada pelo aluno D, oitava questão (Questionário Inicial).



Fonte: Pesquisa (Junho, 2014).

A oitava questão demonstra que o aluno parece não ter essa preocupação com relação às definições matemáticas; entretanto, observamos que, diferentemente de uma parte da turma que respondeu *sim* a essa questão, mas que não tinha esse hábito, este aluno se destaca pela transparência e sinceridade. Responder dessa forma facilitou o entendimento inicial que queríamos sobre o perfil da turma, uma vez que, reconhecendo suas limitações, poderíamos melhor contribuir na superação de suas limitações quanto ao referido conteúdo.

Figura 37<sup>50</sup>: Resposta apresentada pelo aluno D, nona questão (Questionário Inicial).



Fonte: Pesquisa (Junho, 2014).

A nona questão confirmou a dificuldade do aluno, pois, em suas respostas, ele admitia não saber definir dois termos, não soube definir bem o que era reta, acertando somente o último quesito que, como citamos na seção 4.2, foi o termo que todos os alunos souberam definir.

<sup>49</sup>Não, geralmente procuro saber apenas como se desenvolve a resolução.

<sup>50</sup>a) não sei definir, talvez um ser pensante.

b) não sei definir.

c) um conjunto de pontos.

d) é a distância entre o centro da circunferência até o círculo.

Figura 38<sup>51</sup>: Resposta apresentada pelo aluno D, questão 11 (Questionário Inicial).

Com base no exemplo anterior, como poderíamos simplificar a linguagem na questão a seguir? Explique sua resposta:

São dados os números 18, 48 e 60. Achar o menor número inteiro, positivo, diferente de zero, que seja divisível exatamente por esses números.

Achar o MDC de 18, 48 e 60

Fonte: Pesquisa (Junho, 2014).

A questão 11 mostrou algo que não era claro na análise dos quesitos anteriores: o aluno, mesmo tendo essa dificuldade com conceitos e definições, mostrou capacidade interpretativa, realizando o que era pedido na questão conforme o modelo apresentado, confundindo somente o termo M.M.C., com M.D.C., o que nos leva a concluir que ele poderia ter um bom rendimento ao longo da intervenção, já que tinha essa facilidade interpretativa.

Figura 39<sup>52</sup>: Resposta apresentada pelo aluno D, questões 14 e 15 (Questionário Inicial).

14) Platão, ensinando aos seus alunos, definiu **homem** como **bípede implume**. Compare a definição usada por Platão com a que você realizou na questão 9:

Platão está definindo o homem por suas características físicas, ou defini (sic) o homem diferenciando dos outros animais pelo fato dele ser racional

15) Diógenes, o cínico, deitou um galo e o levou ao local de suas aulas, exclamando: “Eis o homem de Platão!”. Comente a afirmação de Diógenes sobre a definição de homem usada por Platão:

ele quis criticar a definição de Platão

Fonte: Pesquisa (Junho, 2014).

As questões 14 e 15 só confirmam o que afirmamos na análise anterior, isto é, o aluno conseguiu perceber uma das limitações na definição de Platão, e observa que a atitude de Diógenes foi crítica. Inferimos, assim, que houve compreensão, mesmo que ele não tenha explicitado que tipo de crítica seria essa.

<sup>51</sup> Achar o MDC de 18, 48 e 60.

<sup>52</sup> 14) Platão está definindo o homem por suas características físicas, ou defini (sic) o homem o diferenciando dos outros animais pelo fato dele ser racional.

15) ele quis criticar a definição de Platão.

Figura 40<sup>53</sup>: Resposta apresentada pelo aluno D, questão 16 (Questionário Inicial).

16) A importância do uso da História da Matemática como recurso didático é:

( ) extremamente importante (X) Importante ( ) Pouco importante ( ) Desnecessário

Explique: é importante para que os alunos entendam como surgiu a matemática

Fonte: Pesquisa (Junho, 2014).

Aqui, na questão 16, o aluno admite que utilizar a História da Matemática como recurso didático é importante, mas a explicação que utiliza é um pouco superficial; por outro lado, o mesmo ainda não havia cursado nenhuma disciplina no curso que pudesse auxiliar no entendimento das contribuições da História da Matemática para o ensino e, por isso, não avaliamos a sua explicação como negativa.

Com base na avaliação do primeiro questionário, inferimos que o aluno D possuía uma boa capacidade interpretativa; porém, sua base relacionada a conceitos e definições matemáticas se encontrava fragilizada. A seguir, analisaremos os dados coletado após as atividades realizadas pela intervenção e procuraremos avaliar se houve uma progressão qualitativa quanto à sua compreensão.

<sup>53</sup> é importante para que alunos entendam como surgiu a matemática.

Figura 41<sup>54</sup>: Avaliação do curso escrita pelo aluno D.

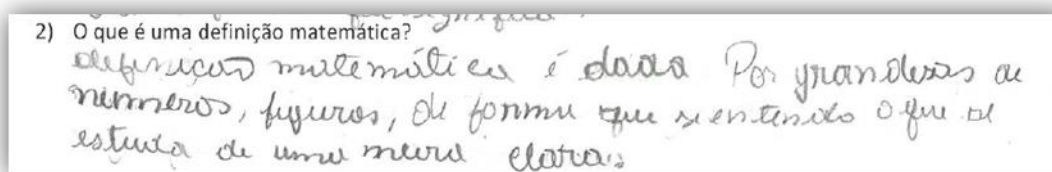
O curso foi bastante Proveitoso, Pelo fato de que antes eu não tinha a mínima noção de definição postulada entre outras coisas que vimos no curso. Após ter essa breve noção de definições e sua importância, pude ter uma melhor noção de como dar aulas, repassar os conhecimentos adquiridos, não só no meio acadêmico, mas, também na vida pessoal, de uma maneira que meus alunos possam entender o que eu estou tentando passar sem que haja muitas dúvidas, e caso tenha dúvida procurar a melhor maneira para sanar essas dúvidas.

Fonte: Pesquisa (Junho, 2014).

Analisando a avaliação escrita (Figura 40), percebemos uma mudança na postura do aluno, quando admite que no início das atividades não tinha noção do que seria definição matemática e, além de afirmar que adquiriu essa noção, também associou essa contribuição ao seu papel como futuro professor. Queremos ainda destacar que, pela forma como apresenta sua resposta, existem outras fragilidades bem perceptíveis na elaboração do seu texto, como por exemplo, dificuldades associadas à escrita: sua base de conhecimento da Língua Portuguesa parece bem comprometida.

<sup>54</sup> O curso foi bastante proveitoso pelo fato de que antes eu não tinha a mínima noção de definição postulada entre outras coisas que vimos no curso após ter essa breve noção de definições e sua importância, pude ter uma melhor noção de como dar aulas, repassar os conhecimentos adquiridos (sic), não só no curso acadêmico (sic), mas, também na vida pessoal (sic), de uma maneira que meus alunos possam entender o que eu estou tentando passar sem que haja muitas dúvidas e caso tenha dúvida procurar a melhor maneira para sanar essas dúvidas.

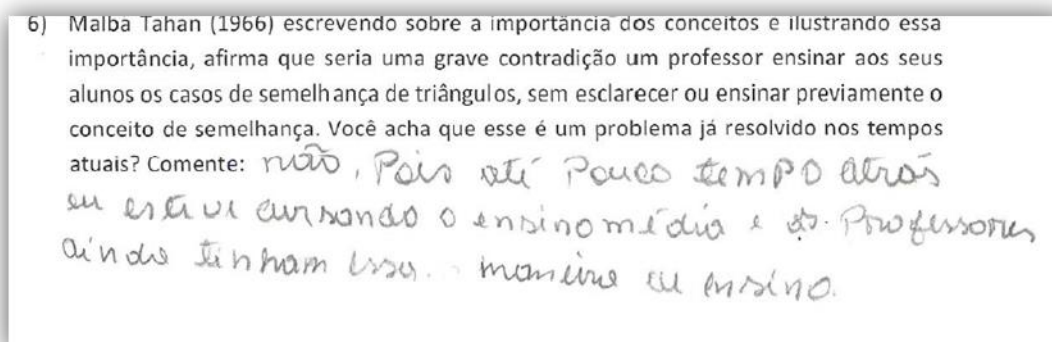
Figura 42<sup>55</sup>: Resposta apresentada pelo aluno D, segunda questão (Questionário Final).



Fonte: Pesquisa (Junho, 2014).

Na segunda questão, repetíamos a pergunta do primeiro questionário sobre as definições matemáticas; percebemos que aqui, embora o aluno não tenha respondido corretamente, ele demonstra mais segurança para responder. Notamos que ele foi tentando a repetir coisas que aprendeu, e tentando utilizar umas das características da definição, que é a de ter clareza. Assim, apesar de ser clara a progressão que adquiriu, não é possível perceber que ele conseguiu compreender o que seria uma definição.

Figura 43<sup>56</sup>: Resposta apresentada pelo aluno D, sexta questão (Questionário Final).



Fonte: Pesquisa (Junho, 2014).

Na sexta questão, o aluno argumenta bem a sua resposta e consegue perceber as dificuldades presentes com relação à prática dos professores e as definições matemáticas, mas acreditamos que ter respondido bem esse quesito não nos permite inferir que houve uma progressão qualitativa nas suas respostas e na sua compreensão, mas sim a facilidade interpretativa que o aluno já possuía.

<sup>55</sup> Definição matemática é dada por grandezas de números, figuras, de forma que se entenda o que se estuda de maneira clara.

<sup>56</sup> não, pois até pouco tempo atrás eu estive cursando o ensino médio e os professores ainda tinham essa maneira de ensino.

Figura 44<sup>57</sup>: Resposta apresentada pelo aluno D, sétima questão (Questionário Final).

7) Vimos que os textos utilizados eram da década de 50 ou 60, Malba Tahan, já nesta época demonstrava uma preocupação sobre a importância das definições matemáticas para um ensino mais eficaz. Hoje, mais de 50 anos depois, você acredita que essas mudanças foram alcançadas ou ainda existe uma necessidade de uma maior atenção com relação a essas questões? *Concertosa existe uma grande necessidade de ver como estão sendo ministradas as aulas, principalmente nas escolas publicas*

Fonte: Pesquisa (Junho, 2014).

Finalizamos a análise do segundo questionário apresentando a resposta da sétima questão, onde é notório que o aluno percebe a necessidade de mudanças em vista de um ensino mais eficaz; entretanto, a sua explicação é superficial e parece repetir o que sempre se comenta sobre a necessidade primeira de mudanças na escola pública, não sendo possível inferir que ele tenha atingido uma compreensão mais profunda do que estudamos na intervenção.

Com base em todas as questões que foram apresentadas, afirmamos que o aluno conseguiu adquirir uma compreensão das definições matemáticas e do seu papel para o ensino de Matemática, porém, não atende ao primeiro critério estabelecido para confirmar que houve por parte dele uma compreensão relacional, limitando-se ainda ao âmbito da compreensão instrumental. Destacamos que ter atingido somente a instrumental não é algo negativo, uma vez que o mesmo afirma, na sua avaliação escrita, que antes não possuía nenhuma compreensão.

Dando sequência à análise dos dados, passaremos para a entrevista realizada com o aluno D.

Começamos tratando do primeiro questionário e mostrando ao aluno sua resposta sobre conceitos que, segundo o mesmo, era o entendimento sobre algo. Perguntamos a ele se quando era lida essa resposta e comparada com a resposta do segundo questionário ele percebia alguma mudança. Ele nos responde:

Sim, percebo uma grande mudança. Teve uma evolução do que eu sabia. Não só sobre o que é, o que é o conceito em si, mas, através do conceito, todas as

<sup>57</sup>Concertosa (sic) existe uma grande necessidade de ver como estão sendo ministradas as aulas, principalmente nas escolas publicas (sic).



outras coisas, e não apenas o conceito do que é conceito. Ficou até mais fácil de eu visualizar o conceito no dia a dia (Aluno D).

Continuamos questionando se o mesmo era percebido com relação às definições matemáticas. Segundo ele:

Aí a mesma coisa que aconteceu com definição matemática, né? Passei a ter um entendimento mais claro. Até porque a dificuldade também é que a gente, nunca, assim, mais ou menos, antes até chegar aqui no IF, nunca tinha trabalhado sobre o que é conceito, essas coisas, principalmente no ensino médio, que eles não procuram dar esse tipo de definição, essas coisas assim. Então só agora vim aprender sobre isso (Aluno D).

Em seguida, lemos a oitava questão: “você costuma, antes de começar a demonstrar teoremas ou trabalhar determinado conteúdo matemático, estudar e/ou pesquisar conceitos e definições matemáticas?”. Terminada a leitura, mostramos a ele que a sua resposta tinha sido *não*, e o indagamos se após esse curso ele mudaria essa postura. Sua resposta foi:

Sim, com certeza. Porque eu, também, através desse curso, também, eu vi que, com a definição, se você entender bem o assunto, você vai também ter mais facilidade de conseguir aprender a resolução dos problemas (sic) (Aluno D).

Falamos ainda da nona questão, onde ele não soube responder sobre a definição de homem e de ângulo. Aqui, o aluno comentou:

“Hoje eu faria diferente, talvez eu não saiba exatamente qual é a definição, mas eu sei procurar melhor e, às vezes, até, talvez assim, sem precisar de tanto esforço posso escrever as características que possam compor essa coisa, né? E assim tentar formular uma definição (Aluno D).

Com base no que analisamos até essa questão, percebemos que o aluno mudou completamente a sua postura após a intervenção, quando se tornou mais comunicativo, o que não ocorria ao longo das atividades na turma; por ser muito tímido, sempre evitava falar. Na entrevista a sua postura foi bem diferente, pois expressou sua opinião deixando claro o quanto foi importante para ele ter participado do curso no qual havia se matriculado somente para acumular carga horária, segundo nos relatou informalmente.

Conversamos ainda sobre algumas características da definição, como clareza, objetividade e simplificação da linguagem, dentre outros. Ele mesmo citou o exemplo da questão 13 do primeiro questionário:

Pelo que eu vi dos meus colegas, alguns, não entenderam que essa parte, que também é o ângulo, englobava os pontos B e C e, eu além desses circulei também o ponto A e D, pois você professora não especificou se era o ângulo de dentro ou de fora (Aluno D).

Notamos aqui uma curiosidade: ele não soube definir ângulo na nona questão, mas compreendeu o que fazer na questão 13, circulando os pontos pertencentes a esse ângulo, e até chamou a nossa atenção, porque cometemos a falha de, ao elaborar o quesito, não especificar o ângulo com nomenclatura adequada. Isso nos fez perceber que o aluno estava atento aos detalhes e, como já dissemos, ele interpretava bem os enunciados.

Nas questões 14 e 15 em que ele respondeu coerentemente, mas não especificou qual era a crítica que Diógenes havia feito a Platão, sugerimos que ele comentasse sua resposta. E foi dada a resposta:

Platão, ensinando a seus alunos, definiu o homem como bípede implume. Então, pra Platão (sic), todo bípede que não tivesse pena poderia ser um homem. Aí o que que o Diógenes faz (sic)? Ele pega um galo, que tem dois pés, então é bípede, de pena esse galo, então o galo virou um bípede sem pena, porque ele depenou o galo todo. Aí ele joga o galo em Platão, dizendo olha aí o teu homem. Ele, assim, quis criticar a definição de Platão, mostrando que a definição dele estaria errada. Que se eu pegar um galo, arrumar um galo mesmo de verdade e depenar também poderia ser um homem, e não é verdade (Aluno D).

Em seguida, ainda no mesmo assunto, perguntamos o que Platão poderia fazer para se corrigir. O aluno falou: “Essa definição de Platão não tava errada, mas com poucas características, né? Ele poderia ter dito que o homem era racional, ao invés de só falar das características físicas”. Complementamos a sua fala afirmando que, quanto mais caracterizada for a definição, melhor ela vai se aplicar.

Passamos para o comentário do segundo questionário, especificamente a oitava questão, que trata da ementa do curso de Cálculo e cita como seu primeiro objetivo compreender os conceitos de limites e derivadas. Perguntamos ao aluno se na turma em que ele está cursando a disciplina isso ocorreu, e ele respondeu:

Sim, aconteceu assim. Antes desse curso, eu até acharia que seria um pouco besteira isso que o professor perdia tempo com essas coisas bestas e que poderia mesmo era ensinar logo os cálculo diretos, mas agora eu entendo bem melhor o que a ementa queria dizer. Até meu pensamento aplicado antes desse curso. Eu não entendia muito bem o que ele queria dizer com isso, mas

agora entendo. Então, tá sendo assim, com certeza. O professor da gente de cálculo, ele está bem entoadado com essas coisas ai (sic) (Aluno D).

Achamos interessante sua resposta, pois os outros alunos afirmaram que o professor não agia assim, e acreditamos que isso ocorreu porque como o aluno D não se preocupava com esses aspectos e a partir do curso foi alterando a sua postura, passando a ter atenção para esses aspectos e percebendo que o professor sempre fala da definição de algo específico. No caso em questão, definição de limites, derivadas, entre outros.

Terminamos a entrevista falando da importância das definições matemáticas para o ensino-aprendizagem de Matemática. Vimos que aqui o aluno tinha já outra postura com relação a como chegou no curso. Segundo ele isso é algo essencial, e dará mais atenção a essas questões enquanto aluno e, futuramente, como professor. Terminamos citando a décima questão, onde dávamos a ementa e perguntávamos em que disciplina esse curso poderia ser inserido. Nessa questão ele sugeriu quatro disciplinas, e percebemos que as disciplinas citadas eram todas do início do curso; diante disso, perguntamos o porquê da sugestão ser para essas disciplinas e ele respondeu:

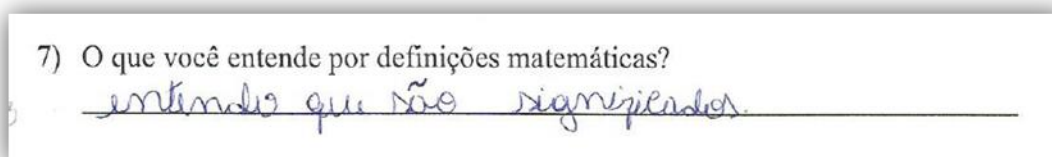
Porque melhor mesmo é ver logo essas questões para não deixar pra depois do meio do curso. Deveria, sim entrar na ementa, porque, às vezes, quando tem assim, fora, à parte, como a gente teve (sic), poucos alunos vão dar valor a esse curso. Eles pensam: não, vou perder meu tempo fazendo esse curso?. E quando é integrado às disciplinas, eles, assim, veem como obrigatoriedade deles isso, então... mesmo que eles não saibam a importância, eles vão descobrir fazendo, né? Como eu (Aluno D).

Agradecemos a participação na entrevista e a finalizamos. Analisando-a de modo geral, vimos que algumas questões não foram respondidas de maneira mecânica, limitada às situações originárias desse saber, mas de forma criativa e autônoma, demonstrando capacidade de agir criativamente em situações novas e assumindo que adotará essa prática em sua atuação de futuro professor de Matemática. Entretanto, ainda havia uma fragilidade no entendimento das definições matemáticas; isto evidencia o fato de que mostrar que adquiriu compreensão não implica necessariamente que ela se configure como relacional. No caso do aluno em questão, a abordagem configurou-se como instrumental, uma vez que os critérios anteriores não estiveram explícitos na análise dos dados, mostrando que ele ainda não compreendera as atividades da intervenção.

### 4.3.5 Análise global dos dados: aluno E

Apresentamos a seguir a análise dos dados coletados no questionário inicial, avaliação escrita, questionário final e entrevista do aluno E. O número de questões analisadas deste aluno se diferenciou um pouco dos demais porque o mesmo deixou algumas em branco.

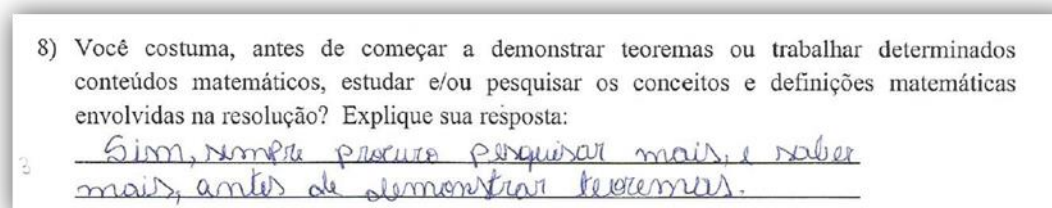
Figura 45<sup>58</sup>: Resposta apresentada pelo aluno E, sétima questão (Questionário Inicial).



Fonte: Pesquisa (Junho, 2014).

A primeira questão analisada refere-se ao segundo quesito da atividade inicial e demonstra que o aluno tem dificuldade com a forma de escrita. Responder que definições matemáticas são significados, embora faça sentido, diz muito pouco daquilo que realmente significa e não nos permite saber se já havia aqui algum entendimento claro sobre o que havíamos questionado.

Figura 46<sup>59</sup>: Resposta apresentada pelo aluno E, oitava questão (Questionário Inicial).



Fonte: Pesquisa (Junho, 2014).

Na oitava questão o aluno afirma que costuma, antes de começar a demonstrar teoremas ou trabalhar determinados conteúdos matemáticos, estudar e/ou pesquisar os conceitos e definições envolvidos na resolução dos mesmos. Essa afirmação feita pelo aluno se contradiz um pouco ao longo das atividades, uma vez que quase sempre o

<sup>58</sup> entendo que são significados.

<sup>59</sup> Sim, sempre procuro pesquisar mais e saber mais, antes de demonstrar teoremas.

mesmo não realizava as atividades propostas seguindo as orientações de leitura prévia, entre outras coisas.

Figura 47<sup>60</sup>: Resposta apresentada pelo aluno E, questão 11 (Questionário Inicial)

Com base no exemplo anterior, como poderíamos simplificar a linguagem na questão a seguir? Explique sua resposta:

São dados os números 18, 48 e 60. Achar o menor número inteiro, positivo, diferente de zero, que seja divisível exatamente por esses números.

*Poderíamos simplificá-las, utilizando o símbolo  $\mathbb{Z}^*$ .*

Fonte: Pesquisa (junho, 2014)

Na questão 11 esperávamos que, após termos dado um exemplo de uma das funções da definição que é abreviar a linguagem, o aluno interpretasse esse enunciado substituindo a frase *o menor número inteiro, positivo, diferente de zero, que seja divisível exatamente por esses números* por *M.M.C.* Baseados em sua resposta percebemos que houve uma dificuldade de entendimento do enunciado e, conversando depois sobre a questão, o aluno afirmou que confundiu essa simplificação da linguagem com a substituição por linguagem simbólica, e por isso escreveu o símbolo dos números inteiros positivos.

Figura 48<sup>61</sup>: Resposta apresentada pelo aluno E, questões 14 e 15 (Questionário Inicial).

14) Platão, ensinando aos seus alunos, definiu **homem** como **bípede implume**. Compare a definição usada por Platão com a que você realizou na questão 9:

\_\_\_\_\_

15) Diógenes, o cínico, depenou um galo e o levou ao local de suas aulas, exclamando: “Eis o homem de Platão!”. Comente a afirmação de Diógenes sobre a definição de homem usada por Platão:

*Diógenes criticou a afirmação de Platão, e se mostrou totalmente contrário à mesmo.*

Fonte: Pesquisa (Junho, 2014).

<sup>60</sup>Poderíamos (sic) simplificá-las, utilizando o símbolo  $\mathbb{Z}^*$

<sup>61</sup> 15) Diógenes criticou a afirmação de Platão. E se mostrou totalmente contrário à mesmo (sic).

As questões 14 e 15 são analisadas juntas pela relação que têm entre si. O aluno não comparou a definição de Platão com a sua e, na questão seguinte, só afirmou que Diógenes tinha criticado a afirmação de Platão, mas não deixou claro o porquê dele ter feito isso.

Figura 49<sup>62</sup>: Resposta apresentada pelo aluno E, questão 16 (Questionário Inicial).

16) A importância do uso da História da Matemática como recurso didático é:

( ) extremamente importante (X) Importante ( ) Pouco importante ( ) Desnecessário

Explique: *É importante, pois já que estamos cursando matemática, é interessante e indispensável sabermos ~~de~~ conhecermos a história da matemática.*

Fonte: Pesquisa (Junho, 2014).

Finalizando o primeiro questionário, o aluno E afirma considerar importante o uso da História da Matemática como recurso didático, porém, como nas outras respostas, sua escrita superficial não nos permite perceber se há um entendimento claro dessa importância. Por outro lado, essa resposta não influenciaria na avaliação de sua base cognitiva, pois a base que gostaria de saber se o aluno possuía era referente às questões que envolviam as definições matemáticas, parte B do questionário.

Com base nas questões analisadas e ressaltando o fato de suas respostas serem sempre apresentadas de maneira superficial, sendo que algumas também foram deixadas em branco, inferimos que o mesmo não possuía uma compreensão das definições matemáticas, bem como de seu papel no ensino e na aprendizagem em Matemática.

<sup>62</sup> É importante, pois já que estamos cursando matemática, é interessante e indispensável sabermos e conhecermos a história da matemática.

Figura 50<sup>63</sup>: Avaliação do curso escrita pelo aluno E.

Este minicurso foi de grande importância para aprendermos qual a diferença de definição, conceitos, postulados, etc, o que é necessário, para nós que iremos ser professores, sabermos perfeitamente o que é, para repassarmos para nossos alunos.

Agora, por exemplo, não só sabemos calcular o limite, como também sabemos qual o conceito de limite. A partir de agora, a cada novo assunto, procuraremos aprender os cálculos, mas também as suas definições e conceitos.

Fonte: Pesquisa (Junho, 2014).

Na avaliação escrita já foi possível perceber que, ao final do curso, o aluno E já demonstrava compreensão quanto ao que estudamos ao longo das atividades. Com base no seu texto, notamos que chamou a sua atenção a atividade realizada sobre a definição de limite, e que esse exemplo poderá servir de modelo para o aluno no que diz respeito à forma em que deve estudar definições de determinados conteúdos.

As questões a seguir dizem respeito à análise do segundo questionário.

Figura 51<sup>64</sup>: Resposta apresentada pelo aluno E, segunda questão (Questionário Final).

2) O que é uma definição matemática? As definições Matemáticas explicam o significado e como funcionam determinado assunto.

Fonte: Pesquisa (Junho, 2014).

A segunda questão era referente ao entendimento do que seria uma definição matemática. Percebemos que a única diferença apresentada pelo aluno quanto à resposta

<sup>63</sup> Este minicurso foi de grande importância para aprendermos qual a diferença de definição, conceitos, postulados, etc, (sic) o que é necessário, para nos que iremos ser professores (sic), sabermos perfeitamente o que é, para repassarmos para nossos alunos. Agora, por exemplo, não só sabemos calcular o limite, como também sabemos qual o conceito de limite. A partir de agora, a cada novo assunto, procuraremos aprender os cálculos, mas também as suas definições e conceitos (sic).

<sup>64</sup> As definições Matemáticas explicam o significado e como funcionam determinado assunto (sic).

da mesma questão do questionário inicial é que agora, além de tratar do significado, afirma que as definições explicam como funcionam determinados conteúdos. Mas, pela superficialidade da resposta, não é possível atestar que houve uma compreensão do que seriam definições matemáticas.

Figura 52<sup>65</sup>: Resposta apresentada pelo aluno E, quarta questão (Questionário Final).

4) Os textos discutidos em sala de aula ao longo do curso acrescentaram algo positivo à sua aprendizagem? Explique: Sim, pois antes achava que conceito e definição era a mesma coisa, o que não é bom, para nós que seremos futuros professores, e temos que saber disso para poder explicar melhor para nossos alunos.

Fonte: Pesquisa (Junho, 2014).

Nessa resposta, o aluno afirma que os textos discutidos em sala de aula acrescentaram algo positivo à sua aprendizagem, mas na sua explicação ele limita essa importância à diferença entre o significado de definições e conceitos, sendo esse um aspecto muito particular de tudo o que foi estudado no curso.

Figura 53<sup>66</sup>: Resposta apresentada pelo aluno E, sexta questão (Questionário Final).

6) Malba Tahan (1966) escrevendo sobre a importância dos conceitos e ilustrando essa importância, afirma que seria uma grave contradição um professor ensinar aos seus alunos os casos de semelhança de triângulos, sem esclarecer ou ensinar previamente o conceito de semelhança. Você acha que esse é um problema já resolvido nos tempos atuais? Comente: Não, pois na maioria das vezes os professores não explicam o que é definição, só mostram aos alunos quais são as definições do determinado assunto, confundindo a cabeça dos alunos que não sabem qual o motivo de terem de aprender, às vezes nem aprendem, só decoram naquele momento.

Fonte: Pesquisa (junho, 2014).

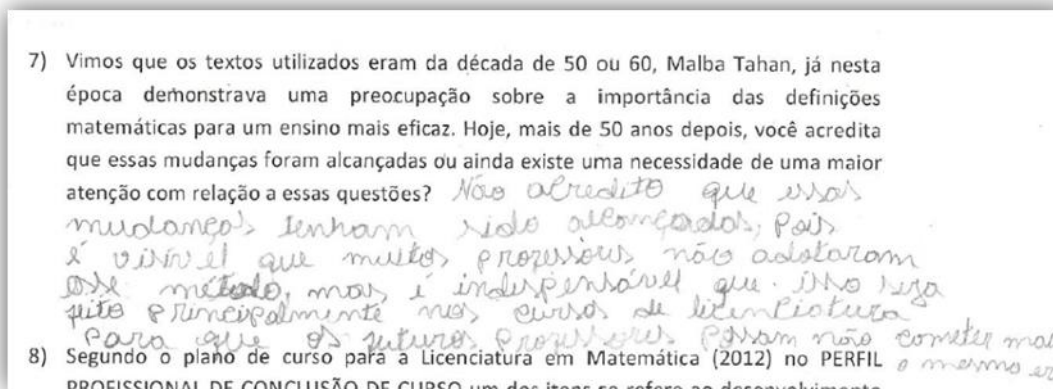
<sup>65</sup> Sim, pois antes achava que conceito e definição era a mesma coisa (sic), o que não é bom, para nós que seremos futuros professores, temos que saber disso para poder explicar melhor para nossos alunos.

<sup>66</sup> Não, pois na maioria das vezes os professores não explicam o que é definição, já mostram aos alunos quais são as definições do determinado assunto, confundindo a cabeça dos alunos que não sabem qual o motivo de terem de aprender, às vezes (sic) nem aprendem, só decoram naquele momento.



Na sexta questão, observamos que houve uma melhor apresentação da resposta, sua argumentação foi mais rica e enfatizou aspectos importantes que ocorrem no ensino atual, como a falta de explicação devida às definições que aparecem em determinados conteúdos e o hábito dos alunos em decorarem as questões sem focarem na sua aprendizagem.

Figura 54<sup>67</sup>: Resposta apresentada pelo aluno E, sétima questão (Questionário Final).

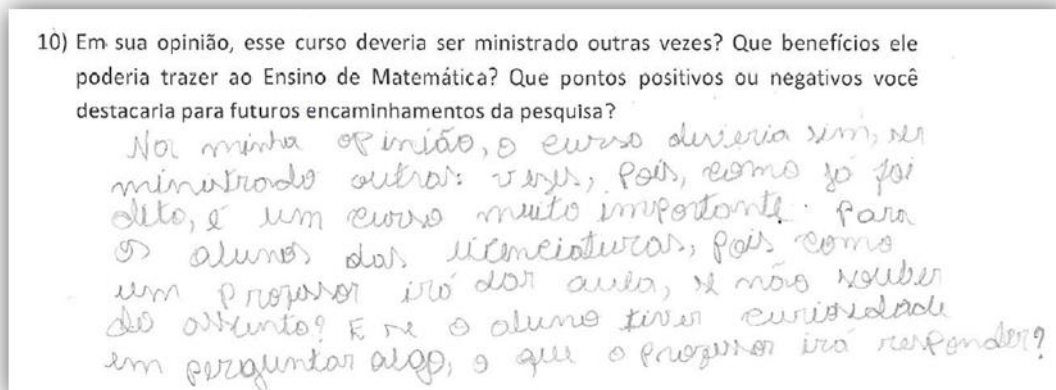


Fonte: Pesquisa (junho, 2014).

Como na questão anterior, a argumentação da resposta foi coerente com o que foi questionado e o aluno demonstrou perceber a importância do ensino das definições e as mudanças que precisam ocorrer nos cursos de Licenciatura em Matemática, para que seja possível haver benefícios na aprendizagem através da postura de novos professores.

<sup>67</sup> Não acredito que essas mudanças tenham sido alcançadas, pois é visível que muitos professores não adotaram esse método, mas é indispensável que isso seja feito principalmente nos cursos de licenciatura para que os futuros professores possam não cometer o mesmo erro.

Figura 55<sup>68</sup>: Resposta apresentada pelo aluno E, décima questão (Questionário Final).



Fonte: Pesquisa (Junho, 2014).

A última questão nos surpreendeu pelo fato de, ao longo do questionário inicial, o aluno demonstrar pouco interesse em escrever ou dificuldade de se expressar e, aqui nesse quesito, como nas duas análises anteriores, o aluno ter escrito um texto com mais linhas e apontar a importância desse estudo para a Licenciatura em Matemática. O interessante é que o aluno faz outros questionamentos sobre o assunto que, apesar de não estarem diretamente ligados ao ensino de definições, aparentam ser questões que o inquietam como estudante.

Tivemos dificuldade de perceber se o aluno compreendeu o que seriam definições, por escrever de maneira muito limitada e superficial sua resposta que tratavam mais diretamente do assunto. Com base na sua participação nas discussões dos textos e no pouco empenho do mesmo em participar das atividades, inferimos que houve um ganho de compreensão, mas que esta se deteve ao nível de compreensão instrumental, apesar de percebermos que do questionário inicial para o final houve uma diferença significativa na postura do aluno quanto à resolução das questões, não tendo deixado, no segundo questionário, nenhuma questão em branco e escrevendo de maneira menos superficial e com melhores argumentos.

Analisaremos a entrevista realizada com o aluno para percebermos se o segundo critério para sabermos se houve uma compreensão relacional das definições matemáticas foi adquirida.

<sup>68</sup> Na minha opinião, o curso deveria sim ser ministrado outras vezes, pois, como já foi dito, é um curso muito importante para os alunos das licenciaturas, pois como um professor irá dar aula (sic), se não souber do assunto? E se o aluno tiver curiosidade em perguntar algo, o que o professor irá responder?

Nessa entrevista, tivemos muita dificuldade em entender o pensamento do aluno, pois o mesmo era bastante tímido e não se aprofundava nas respostas para os questionamentos que apresentávamos.

Iniciamos mostrando a diferença das respostas apresentadas nos quesitos dos dois questionários que se referiam ao que ele entendia sobre as definições matemáticas. No primeiro, o aluno respondeu “entendo que são significados”, e no segundo, “as definições matemáticas explicam significados e como funcionam determinado assunto”. Perguntamos a ele o que ele diferenciava nos dois questionários, e ele respondeu: “a diferença está no detalhamento da questão, hoje entendo mais o que é uma definição”. Pedimos que falasse mais sobre essa diferença e o aluno não conseguiu falar nada.

Dando continuidade à entrevista, falamos sobre a oitava questão, que se referia ao hábito do aluno em antes de começar a demonstrar teoremas, ou trabalhar determinado conteúdo, estudar ou pesquisar conceitos e definições envolvidos na resolução. Apontamos ao aluno que sua resposta foi *sim* e perguntamos a ele sobre como adquiriu esse hábito. O mesmo respondeu: “Assim, quando comecei a estudar geometria plana. Que tem teoremas, definições... (sic) Aí eu procurei saber mais”. Tentando fazer com que o aluno se expressasse mais, nós o indagamos, dizendo: “Então você já entendia que se tratava de algo importante para sua aprendizagem?”. Sua resposta foi: “Como falei, eu sempre confundi os conceitos e as definições envolvidas e acho que sempre percebi a importância”.

Perguntamos se ele acreditava que o minicurso enriqueceria essa questão sobre a importância das definições matemáticas, e sua resposta foi curta e sem explicações: “sim”. Como dissemos, suas respostas eram bem simples e, por mais que questionássemos, tivemos dificuldade em levar o aluno a se expressar melhor ou a falar mais sobre os conteúdos abordados.

O próximo ponto da entrevista diz respeito à definição de ângulo apresentada pelo aluno. Para fazer com que ele falasse mais, fomos contextualizando da seguinte forma: levamos o aluno a perceber que, ao escrever uma definição, é preciso que ela seja bem explícita, que dê o máximo de características possíveis para o termo a ser definido sem ser repetitiva, devendo ser clara e objetiva. Em seguida, citamos a definição que ele deu para ângulo, que foi “duas retas transversais formam um ângulo”, e, em seguida, perguntamos se o mesmo percebia as limitações de sua definição. Sobre isso, ele respondeu: “eu poderia ter detalhado mais, tanto detalhado mais como ter

deixado mais claro”. Mais uma vez, notamos que dificilmente ele explicava mais a sua resposta.

No questionamento seguinte tentamos perceber com mais detalhes o que ele quis dizer com a resposta anterior e também ter uma maior clareza de seu entendimento sobre os assuntos tratados no curso. Assim, perguntamos como ele poderia caracterizar melhor a sua definição de ângulo com base no que havíamos estudado no curso. Ele respondeu: “sei fazer, mas não sei explicar, tipo a questão 13 que eu acertei porque entendo que os pontos B e C mesmo parecendo fora tão dentro do ângulo e sei que outros colegas não acertaram”.

Passamos então para as questões 14 e 15, quando questionamos por que o aluno havia deixado a questão 14 em branco e porque na questão 15 ele escreveu que Diógenes fez uma crítica a Platão, mas não explicou que crítica seria essa. Sua resposta foi:

Quanto a questão 14 (sic) eu não havia entendido o que era implume e na questão 15 falei que Diógenes tinha feito uma crítica a Platão, porque foi o que pareceu, mas não tinha certeza de que crítica ele tinha feito, só notei isso porque Platão deveria ter falado que o homem tem inteligência, é racional, detalhado mais e não fez isso (Aluno E).

Perguntei se ele percebia o quão delicado era quando, ao definirmos algo, não sermos muito claros na escrita e características dessa definição, assim abrindo espaço para que aquela definição sirva para definir outras coisas, além daquilo a que nos propomos. Sua resposta mais uma vez foi curta, só respondeu que sim.

Passando para o segundo questionário, conversamos sobre a oitava questão, que trazia a ementa do curso de Cálculo, apontando que um de seus objetivos é compreender os conceitos de limites e derivada. Perguntamos se ele percebia, na postura dos professores e alunos dessa disciplina, essa atenção ao objetivo apresentado. Ela respondeu: “Não. Eu já ouvi aluno dizendo que gosta do cálculo em si, não gosta da teoria. Quer logo partir pro cálculo, como também é o que a maioria dos professores fazem. Mas eu acho importante”.

A próxima questão a ser comentada foi a nona que trazia o fluxograma do curso, e pedia para apontar em que disciplina as atividades que realizamos poderiam ser incluídas na Ementa. Nossa pergunta foi porque que ele respondeu que deveria ser História da Matemática. Sua resposta foi curiosa, pois afirmou que, como “na aplicação do primeiro questionário tinha uma pergunta sobre essa disciplina e utilizamos textos

antigos nas aulas era sinal de que seria uma boa colocar esse assunto nessa disciplina”. Mais uma vez, vimos que o aluno se limitava muito na forma de se expressar, e que as suas respostas tinham como base informações que ele tentava colher dentro do próprio questionário a ser respondido.

Por fim, quisemos saber se ele achava que o conteúdo, quando inserido na ementa de alguma disciplina, incentivaria os alunos a uma maior atenção para essas questões no futuro, ou correria o risco de passar despercebido, como tantas questões importantes estudadas no curso de Matemática. Sua resposta foi:

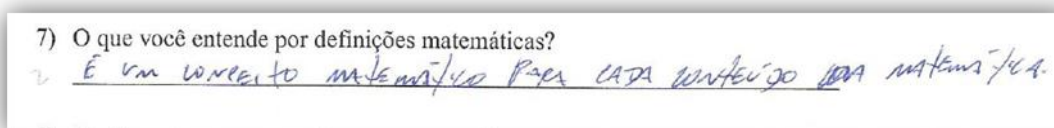
Acredito que sim, seria melhor. Como eu falei aqui, principalmente pra gente que vai ser professor, que a gente vai ter que explicar o que é, falar das definições, conceitos... Não partir pro cálculo diretamente. Se fosse uma disciplina específica (sic) teria mais gente participando. Tem gente que não se interessa, não vai quando é extra, como meus colegas de classe que se arrependem por não estarem aqui, eles não sabem o que perderam (Aluno E).

A compreensão relacional, por parte do entendimento do aluno, seria evidente se ele dissesse, na entrevista, que as questões não foram respondidas de maneira mecânica limitada às situações originárias desse saber, mas de forma criativa e autônoma, demonstrando capacidade de agir criativamente em situações novas. Ademais, teria assumido a assunção desta postura, ou prática em sua atuação de futuro professor de Matemática. Vimos, pelas respostas, que o aluno tem a preocupação com a prática em sala de aula, mas, quanto às respostas apresentadas, em sua maioria, não houve uma especificidade a contento. Muitas permaneceram na superficialidade dos conteúdos, mostrando que o aluno não atingiu a compreensão relacional, embora tenha progredido qualitativamente ao longo das atividades, atingindo um estágio da compreensão de caráter instrumental.

#### **4.3.6 Análise global dos dados: aluno F**

Apresentamos a seguir a análise global dos dados referentes ao aluno F, especificamente o questionário inicial, avaliação escrita, questionário final e entrevista.

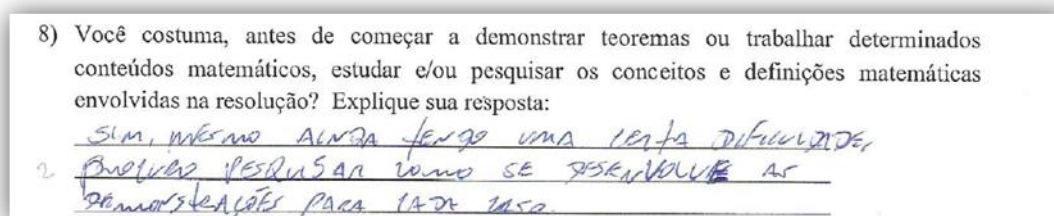
Figura 56<sup>69</sup>: Resposta apresentada pelo aluno F, sétima questão (Questionário Inicial).



Fonte: Pesquisa (junho, 2014).

A resposta dada pelo aluno demonstra que ele tem uma ideia do que seja uma definição matemática, embora o que escreveu esteja um pouco limitado e superficial.

Figura 57<sup>70</sup>: Resposta apresentada pelo aluno F, oitava questão (Questionário Inicial).



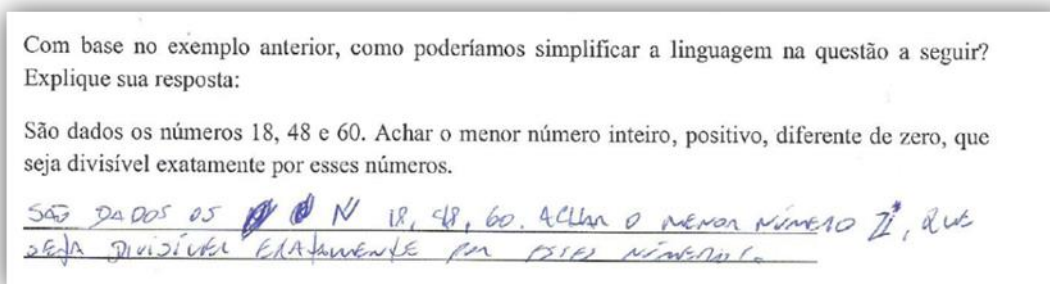
Fonte: Pesquisa (junho, 2014).

Na oitava questão, o aluno afirma que, embora tenha certa dificuldade, ele costuma antes de começar a demonstrar teoremas ou trabalhar determinados conteúdos matemáticos, estudar e/ou pesquisar os conceitos e definições envolvidos na resolução. Mais do que na resposta apresentada, ao longo das atividades realizadas, isso ficou bastante claro, uma vez que o aluno era participativo e sempre cumpria com as orientações propostas na intervenção.

<sup>69</sup> É um conceito matemático para cada conteúdo da matemática.

<sup>70</sup> Sim, mesmo ainda tendo uma certa dificuldade, procuro pesquisar como se desenvolve as demonstrações (sic) para cada caso.

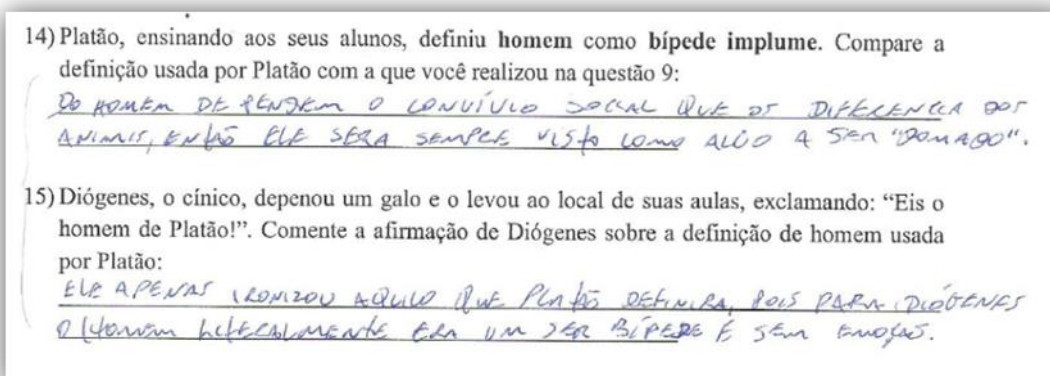
Figura 58<sup>71</sup>: Resposta apresentada pelo aluno F, questão 11 (Questionário Inicial).



Fonte: Pesquisa (Junho, 2014).

Como os outros alunos, percebemos que aqui o aluno F confundiu a simplificação da linguagem com aplicação de linguagem simbólica, uma vez que ao invés de substituir a frase *o menor número inteiro, positivo, diferente de zero, que seja divisível exatamente por esses números* por M.M.C., ele substituiu dois conjuntos numéricos apresentados por sua representação simbólica.

Figura 59<sup>72</sup>: Resposta apresentada pelo aluno F, questões 14 e 15 (Questionário Inicial).



Fonte: Pesquisa (Junho, 2014).

Como já dito, analisaremos as duas questões de forma única pela relação que têm entre si. Nestes quesitos o aluno F demonstra certa compreensão. Na primeira, ele não faz o que é solicitado comparar com a resposta que ele apresentou anteriormente e

<sup>71</sup> São dados os N 18,48, 60. Achar o menor número  $Z^*$ , que seja divisível exatamente por estes números.

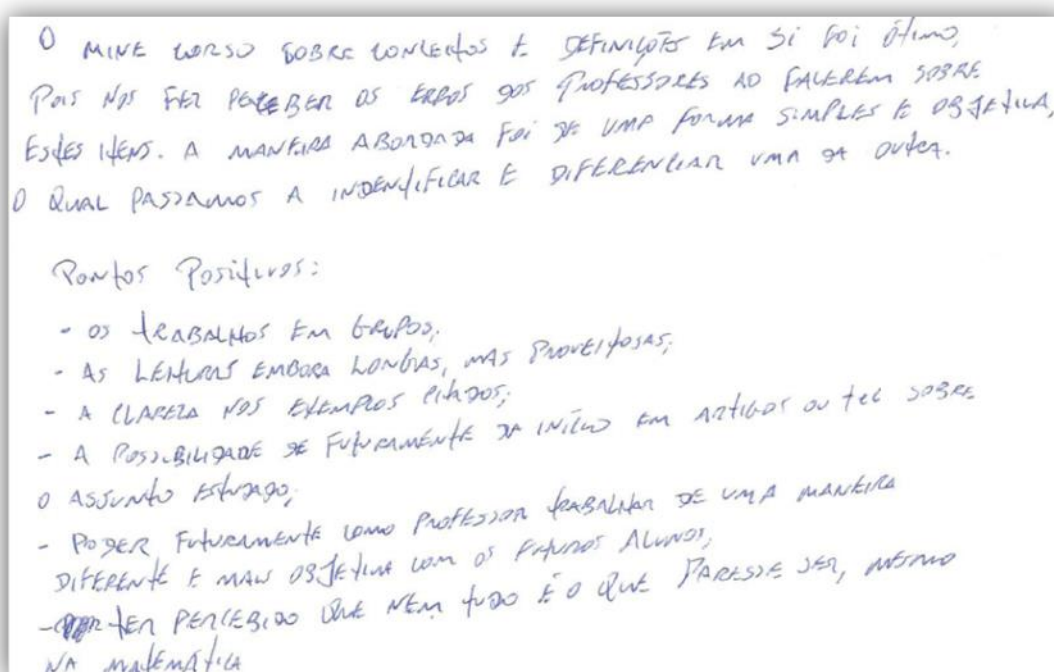
<sup>72</sup> 14) Do homem dependem o convívio social que os diferencia dos animais, então ele será (sic) sempre visto como algo a ser “domado”.

15) Ele apenas ironizou aquilo que Platão definira, pois para Diógenes o homem literalmente era um ser Bípede e sem emoção.

na segunda, entende que Diógenes ironizou a definição dada por Platão; porém ao invés de mostrar que as semelhanças entre o homem e o galo eram bípedes e implumes, ele, talvez por não ter entendido o que era implume, usa uma outra característica: “sem emoção”. Aparenta, assim, não ter compreendido por completo a questão, pois essa característica apresentada não seria verdadeira.

Pelas questões analisadas no primeiro questionário podemos inferir que a base do aluno quanto às definições matemáticas estava bastante fragilizada e o mesmo demonstrava pouca compreensão das questões, não respondendo de maneira satisfatória a maioria das questões.

Figura 60<sup>73</sup>: Avaliação do curso escrita pelo aluno F (Primeira parte).



Fonte: Pesquisa (junho, 2014).

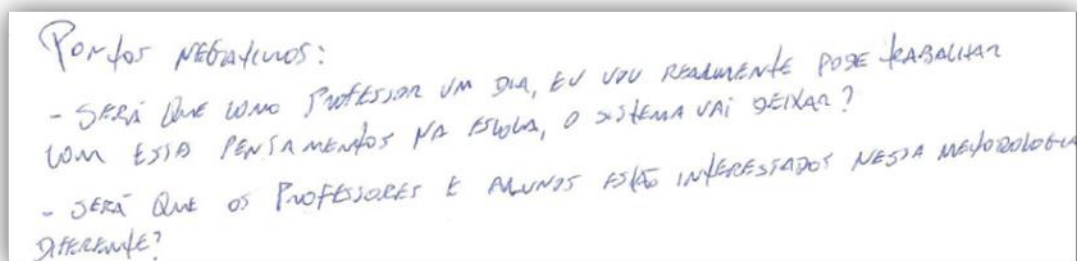
<sup>73</sup> O minicurso sobre conceitos e definições em si foi ótimo, pois nos fez perceber os erros dos professores ao falarem sobre estes itens. A maneira abordada foi de uma forma simples e objetiva, o qual (sic) passamos a identificar e diferenciar uma da outra.

Pontos positivos:

- os trabalhos em grupo;
- As leituras embora longas, mas proveitosas;
- A clareza nos exemplos citados;
- A possibilidade de futuramente dar início em artigos ou ter sobre o assunto estudado;
- Poder futuramente como professor trabalhar de uma maneira diferente e mais objetivas com os futuros alunos;
- ter percebido que nem tudo é o que parece ser, mesmo na matemática.



Figura 61<sup>74</sup>: Avaliação do curso escrita pelo aluno F (Segunda parte).



Fonte: Pesquisa (junho, 2014).

A avaliação escrita realizada pelo aluno F demonstrou que ele foi muito favorecido pelo curso. Seu texto foi dividido em duas partes: pontos fortes e fracos.

Nos pontos fortes achamos interessante o que ele citou: erros dos professores quanto às definições, trabalhos em grupos, clareza, possibilidade de futuramente escrever artigos sobre o tema e levar os conhecimentos adquiridos para sua prática enquanto professor. Pelos pontos citados é possível perceber que o aluno entendeu os objetivos do curso. Ressaltamos que no capítulo três citamos que a intervenção realizada gerou como fruto um grupo de estudos formados com cinco dos nove participantes e a ideia de dar continuidade aos estudos que realizamos e como isso pode ser colocado em prática através de artigos ou outras intervenções em sala de aula partiu desse aluno.

Os pontos fracos apresentados pelo aluno são questionamentos sobre como colocar as atividades desenvolvidas em prática de sala de aula e se os professores e alunos terão interesse nessa nova metodologia. Para nós, esses questionamentos deram provas concretas de que houve uma mudança na postura do aluno, além de ter a ideia de continuar as pesquisas, seus questionamentos poderão virar direcionamentos de estudos e até mesmo de algo que possa ser trabalhado no seu trabalho de conclusão de curso ou mesmo numa pós-graduação.

<sup>74</sup>Pontos negativos:

-será que como professor um dia eu vou realmente poder trabalhar com esses pensamentos na escola, o sistema vai deixar?  
- será que os professores e alunos estão interessados nessa metodologia diferente?

Figura 62<sup>75</sup>: Resposta apresentada pelo aluno F, segunda questão (Questionário Final).

2) O que é uma definição matemática?  
 A MATEMÁTICA BUSCOU SEMPRE ENCONTRAR MEIOS QUE FACILITASSE A  
 COMPREENSÃO DO ASSUNTO ESTUDADO, OS MATEMÁTICOS ESTABELECEAM REGRAS  
 QUE SÃO AS DEFINIÇÕES QUE INTERLIGAM TODO O CONHECIMENTO A ELAS. FOI  
 A MANEIRA MAIS CLARA E OBJETIVA DE AVANÇAR COM O CONHECIMENTO  
 MATEMÁTICO, CRIANDO DEFINIÇÕES.

Fonte: Pesquisa (junho, 2014).

Na resposta apresentada pelo aluno percebemos que ele quis escrever, além do que entendia por definição matemática, a importância da mesma. Porém não ficou claro se ele sabia responder o que a questão solicitava.

Figura 63<sup>76</sup>: Resposta apresentada pelo aluno F, quarta questão (Questionário Final).

4) Os textos discutidos em sala de aula ao longo do curso acrescentaram algo positivo à sua aprendizagem? Explique: SIM, CLAREOU OBJETIVAMENTE O VASTO MUNDO SOBRE AS DEFINIÇÕES E CONCEITOS, ME FEZ PERCEBER O QUANTO APRENDEMOS DE FORMA ERRÔNEA NAS ESCOLAS E UNIVERSIDADES E MOSTROU A REAL SITUAÇÃO QUE NOS ENCONTRAMOS HOJE EM DIA.

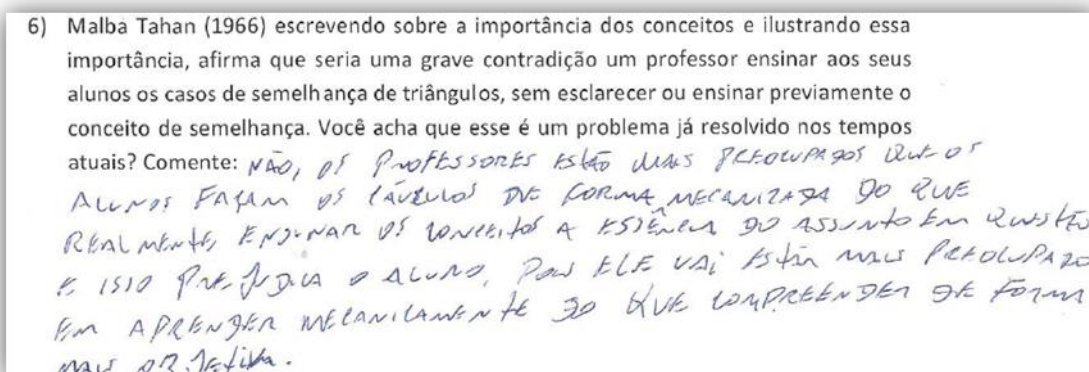
Fonte: Pesquisa (Junho, 2014).

Na quarta questão, percebemos que sua resposta apresentou argumentos válidos e demonstrou que o curso o ajudou a entender o papel das definições matemáticas e sua importância para o ensino de Matemática.

<sup>75</sup> A matemática buscou sempre encontrar meios que facilitasse (sic) a compreensão do assunto estudado, os matemáticos estabeleceram regras que são as definições que interligam todo o conhecimento a elas. Foi a maneira mais clara e objetiva de avançar com o conhecimento matemático, criando definições.

<sup>76</sup> Sim, clareou objetivamente o vasto mundo sobre as definições e conceitos, me fez perceber o quanto aprendemos de forma errônea nas escolas e universidades e mostrou a real situação que nos encontramos hoje em dia.

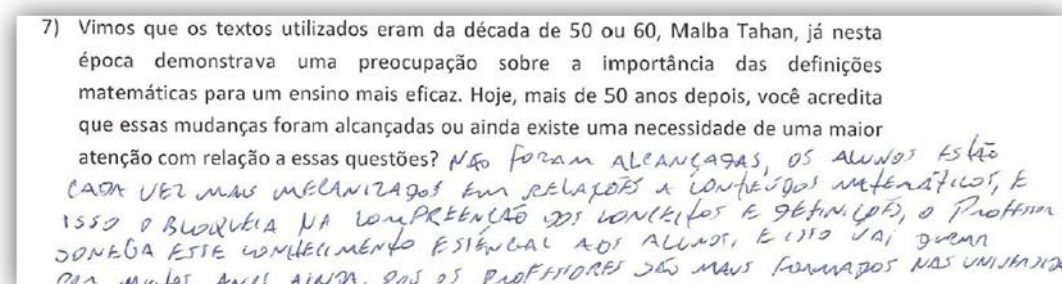
Figura 64<sup>77</sup>: Resposta apresentada pelo aluno F, sexta questão (Questionário Final).



Fonte: Pesquisa (Junho, 2014).

Notamos na sexta questão que o aluno entende que trabalhar os conceitos de forma repetitiva e sem compreensão pode trazer prejuízos à aprendizagem dos alunos. Aqui é notório que ele apresentou uma progressão qualitativa quanto à sua base inicial.

Figura 65<sup>78</sup>: Resposta apresentada pelo aluno F, sétima questão (Questionário Final).



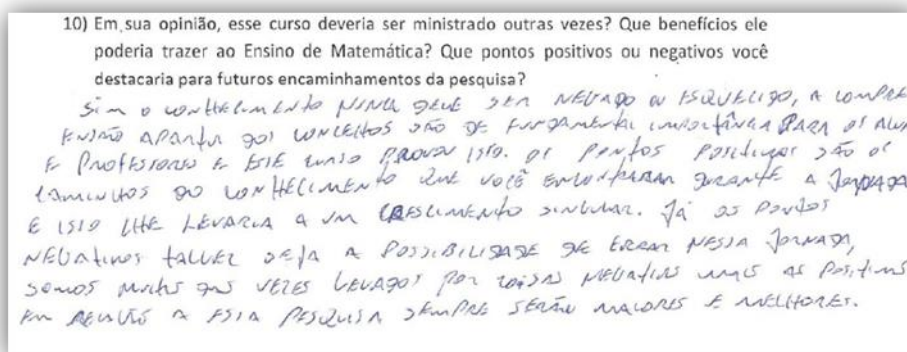
Fonte: Pesquisa (Junho, 2014).

Como na questão anterior o aluno aponta os desafios encontrados nos dias atuais pela prática de ensino que valoriza a repetição ao invés da compreensão. Apresenta ainda uma crítica à maneira pela qual as universidades têm formado os futuros professores.

<sup>77</sup> Não, os professores estão mais preocupados que os alunos façam os cálculos de forma mecanizada do que realmente ensinar os conceitos a essência do assunto em questão (sic). E isso prejudica o aluno pois ele vai estar mais preocupado em aprender mecanicamente do que compreender de forma mais objetiva.

<sup>78</sup> Não foram alcançadas, os alunos estão cada vez mais mecanizados em relações a conteúdos matemáticos, e isso o bloqueia (sic) na compreensão dos conceitos e definições, o professor sonega este conhecimento essencial aos alunos, e isso vai durar por muitos anos ainda, pois os professores são mais formados nas universidades.

Figura 66<sup>79</sup>: Resposta apresentada pelo aluno F, décima questão (Questionário Final).



Fonte: Pesquisa (Junho, 2014).

Por fim, na décima questão o aluno confirma que o curso deve ser ministrado outras vezes e reitera, ao citar os pontos positivos e negativos, a abordagem às questões relacionadas ao ensino.

Ao fim das análises das atividades citadas, e do empenho e desenvolvimento do aluno F ao longo da intervenção, percebemos que houve uma mudança considerável na sua aprendizagem, pois o mesmo demonstrou no primeiro questionário que tinha algumas limitações quanto ao entendimento das definições matemáticas. Porém, nas atividades desenvolvidas e no segundo questionário percebemos que progrediu qualitativamente nas respostas apresentadas. Desenvolvendo melhor seu raciocínio, construindo esquemas com ligações entre sua aprendizagem e sua futura prática como professor. Suas respostas foram contextualizadas e enriquecidas com o que foi estudado ao longo da intervenção e demonstrou interesse em dar continuidade aos estudos sobre o tema que tratamos. Dessa forma, podemos afirmar que atendeu ao primeiro critério quanto à compreensão relacional.

A seguir, detalharemos e analisaremos as principais partes da entrevista realizada, com o objetivo de perceber se sua aprendizagem atende ao segundo critério estabelecido para inferirmos que houve compreensão relacional das definições matemáticas.

<sup>79</sup> Sim o conhecimento nunca deve ser negado ou esquecido, a compreensão apartir (sic) dos conceitos é de fundamental importância para os alunos e professores e este curso provou isto. Pontos positivos são os caminhos ao conhecimento que você encontra durante a jornada. E isso lhe levaria a um crescimento singular. Já os pontos negativos talvez seja (sic) a possibilidade de errar nessa jornada, somos muitas vezes levados por coisas negativas mais as positivas (sic) em relação a essa pesquisa sempre serão maiores e melhores.

Iniciamos a entrevista tratando do interesse do aluno em continuar a estudar questões relacionadas às definições matemáticas. Questionamos o porquê desse interesse e ele nos respondeu:

Tudo começou quando eu fui lendo os textos que você me passava, daí fui vendo que os alunos são muito carentes de estudar linguagem matemática (sic) e vi que isso seria um estudo legal, já que penso em aprofundar meus conhecimentos matemáticos e quem sabe pode ser até um trabalho de TCC (Aluno F).

Dando continuidade à entrevista, falamos das questões que eram semelhantes nos dois questionários e perguntamos se ele percebia uma diferença entre as repostas, uma vez que as perguntas eram as mesmas, mas as respostas não. Sua resposta foi:

Quer ou não queira (sic) a gente já tem uma predefinição de tudo, mas o sentido tá em aprofundar isso, por isso que a Ciência existe pra dar uma compreensão a mais do que a gente já conhece. Pra definição a mesma coisa, antes eu tinha uma ideia do que era, mas quando eu passei a estudar você tem algo a mais, a gente compreende mais, tem algo a mais a dizer (Aluno F).

Questionamos se ele atribuía essa mudança ao curso realizado e ele disse: “claro que sim, antes você vê as coisas de maneira muito superficial, mas se você se aprofunda e tem interesse aprende mesmo. E o curso me ajudou”.

Em sequência, tratamos da oitava questão que perguntava se antes de realizar determinados teoremas ou estudar determinados conteúdos matemáticos havia um interesse por parte do aluno em pesquisar os termos e conceitos presentes. O aluno respondeu que sim, explicando que fazia pela curiosidade, por gostar de estudar e não por entender a importância, destacando que agora, depois de tudo o que foi estudado, continuará com a prática, mas com foco na importância dessas definições ou conceitos para sua aprendizagem e para sua prática como futuro professor. Notamos por sua resposta que embora no início do curso ele tivesse uma noção dos conceitos e definições e também de sua importância para o ensino, o curso contribuiu bastante para entender as contribuições que uma boa compreensão das definições matemáticas pode ser um auxílio eficaz para sua aprendizagem e para sua prática futura em sala de aula. Isso também pode ser visto nos pontos fortes e fracos elencados na análise já realizada.

Quisemos aprofundar o que ele entendia por definições matemáticas, já que no segundo questionário não conseguimos perceber se havia essa compreensão. Ele respondeu: “definição é a maneira mais clara e objetiva de se enunciar um conceito”.

Consideramos sua resposta coerente e, com base nela, mostramos a ele sua resposta na nona questão sobre a definição de ângulo que havia sido: “a junção de duas retas transversais”. Em seguida, perguntamos se nesse momento ele responderia a mesma coisa. Ele respondeu rindo de si mesmo que não, que essa resposta estava muito superficial e esse era seu conhecimento preconcebido, mas que agora definiria diferente. Fez ainda um comentário:

Quando a gente não tem cuidado com a clareza da definição ou a gente tenta repetir ou a gente acaba escrevendo alguma coisa que tá claro pra gente, mas que o outro que vai ler nem entende. Eu entendo que a finalidade da definição é isso, né? Facilitar o entendimento da pessoa que não é da área, quando ler já saber o que é o significado daquilo (sic) (Aluno F).

Nesta parte da entrevista já era claro para nós que o aluno tinha alcançado o segundo critério estabelecido para afirmar que ele havia adquirido compreensão relacional, pois suas respostas não eram respondidas mecanicamente ou por mera repetição do que falamos ao longo do curso, mas respondia de forma criativa e autônoma demonstrando capacidade de agir criativamente em situações novas.

Continuamos a entrevista falando um pouco da sua resposta sobre a ironia de Diógenes com relação à definição de homem apresentada por Platão. Ele comentou: “Diógenes ironizou Platão”. Perguntamos o porquê dessa ironia, se havia problema na definição usada por Platão, sua resposta foi:

Bípede significa que é quem tem dois pés, vários animais tem dois pés (sic). Implume é que não tem penas. Depois eu até li essa história, sou curioso, né? Ele na verdade tinha que dar mais características que servissem só pro homem, porque assim um galo depenado atendia o que Platão dizia sobre homem (Aluno F).

Notamos assim, que ele havia compreendido a atitude de Diógenes e as limitações da definição de homem usada por Platão, se não tivéssemos feito essa entrevista correríamos o risco de interpretar que o aluno não havia entendido a questão, uma vez que como vimos sua resposta escrita não apresentava elementos suficientes para essa conclusão.

Faltava perceber se ele assumiria que essas mudanças seriam adotadas na sua atuação como um futuro professor de Matemática, sendo esse o tema de nossos questionamentos finais. Sobre isso o aluno respondeu que não só queria colocar em prática, mas gostaria de escrever sobre isso, pesquisar mais do assunto. Porém, levantou

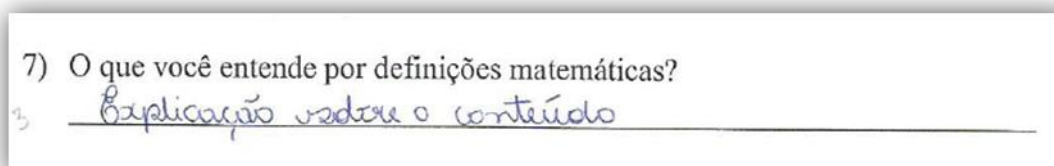
o mesmo questionamento da avaliação escrita: “será que como professor um dia eu vou realmente poder trabalhar com esses pensamentos na escola, o sistema vai deixar? Será que os professores e alunos que eu vou ensinar estão interessados nessa metodologia diferente? Essa é minha dúvida”.

Para nós essa postura final do aluno foi suficiente para afirmar que o segundo critério foi atendido e, como o primeiro já havia sido, ficou evidenciado que o aluno F atingiu a compreensão relacional sobre definições matemáticas através da intervenção realizada.

#### 4.3.7 Análise global dos dados: aluno G

Analisaremos a seguir os dados G com o intuito de inferirmos se ele atingiu a compreensão relacional das definições matemáticas através das atividades desenvolvidas no Módulo de Ensino.

Figura 67<sup>80</sup>: Resposta apresentada pelo aluno G, sétima questão (Questionário Inicial).



Fonte: Pesquisa (Junho, 2014).

Pela resposta apresentada na sétima questão, observamos que o aluno G deu uma indicação do que seriam as definições matemáticas, mas seu entendimento pareceu superficial e não demonstrou que o mesmo tinha compreensão do assunto em questão.

---

<sup>80</sup>Explicação sobre o conteúdo.

Figura 68<sup>81</sup>: Resposta apresentada pelo aluno G, nona questão (Questionário Inicial).

9) Defina:

a) Homem ser racional que é bípede

b) Ângulo são formados a partir de retas

c) Reta são vários pontos que a formam

d) Raio é duas vezes o valor do diâmetro

Fonte: Pesquisa (Junho, 2014).

Na nona questão observamos que o mesmo respondeu a todos os quesitos, porém no item a ele somente repetiu a definição encontrada na questão 14. No item b, sua definição ficou bastante abrangente e não caracterizou o que seria ângulo. No item c, aconteceu o mesmo que no item a e, por fim, no d ele errou; e poderia ter usado uma linguagem mais objetiva, uma vez que se a definição de diâmetro não for conhecida, a de raio também não será.

Figura 69<sup>82</sup>: Resposta apresentada pelo aluno G, questões 14 e 15 (Questionário Inicial)

14) Platão, ensinando aos seus alunos, definiu **homem** como **bípede implume**. Compare a definição usada por Platão com a que você realizou na questão 9:

Não sei o que significa implume.

15) Diógenes, o cínico, deitou um galo e o levou ao local de suas aulas, exclamando: “Eis o homem de Platão!”. Comente a afirmação de Diógenes sobre a definição de homem usada por Platão:

Ela acha que o homem e o galo se parecem

Fonte: Pesquisa (junho, 2014)

As questões 14 e 15 são analisadas juntas pela relação que têm entre si. Na questão 14 vimos que o mesmo afirma não saber o que seria implume e não comparou com o item a da questão 9 porque lá somente repetiu essa definição de homem apresentada aqui.

<sup>81</sup>a) ser racional que é bípede.

b) são formados a partir de retas.

c) são vários pontos que a formam.

d) é duas vezes o valor do diâmetro.

<sup>82</sup>14) Não sei o que significa implume.

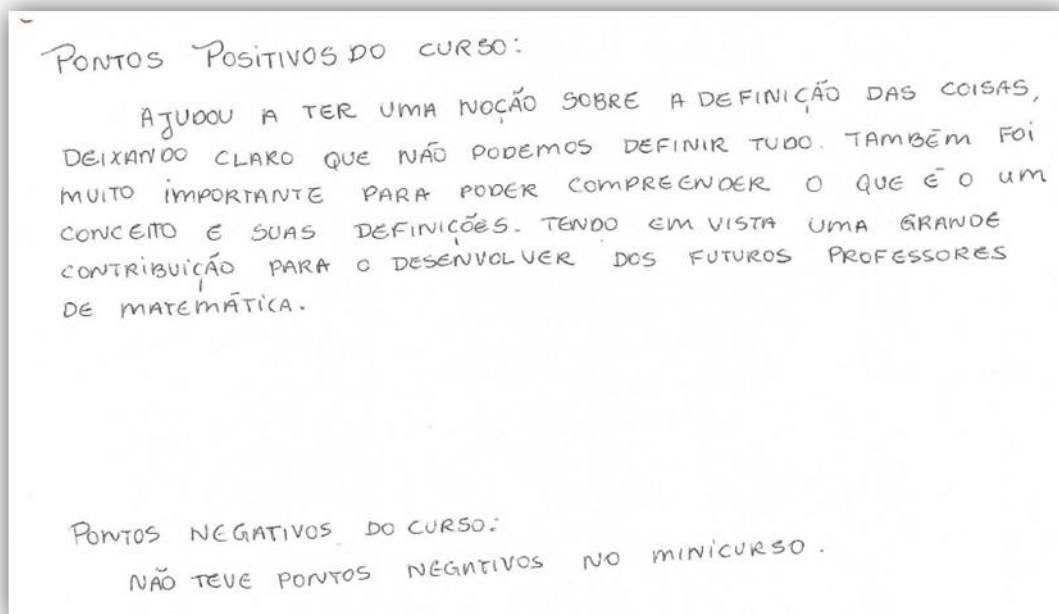
15) Ela acha que o homem e o galo se parecem.



Na questão 15 vemos uma dificuldade de interpretação, uma vez que a resposta apresenta argumentos inválidos quanto ao que é solicitado na questão.

O primeiro questionário demonstrou que o aluno possuía uma base fragilizada, tinha pouca compreensão dos conteúdos tratados e ainda, dificuldade de interpretação.

Figura 70<sup>83</sup>: Avaliação do curso escrita pelo aluno G.



Fonte: Pesquisa (Junho, 2014).

Na avaliação escrita foi possível detectar que o aluno avalia o curso de maneira positiva, mas suas razões se limitam a poucos aspectos do que estudamos no curso, embora tenha apontando três dos principais: os conceitos sem definição, a compreensão de conceitos e definições e, a contribuição desse estudo para o desenvolvimento dos futuros professores. Os pontos destacados foram, sem dúvidas, os mais importantes, mas aqui são apresentados sem os detalhes que destacam suas contribuições para o ensino.

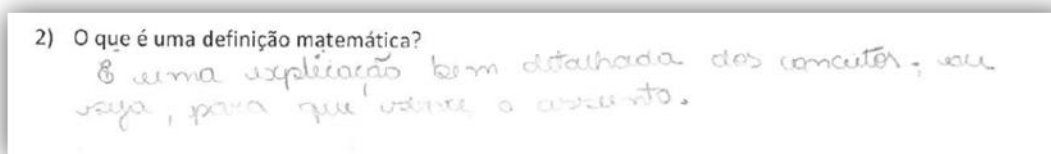
<sup>83</sup>Pontos Positivos do Curso:

Ajudou a ter uma noção sobre a definição das coisas, deixando claro que não podemos definir tudo. Também foi muito importante para poder compreender o que é o um conceito e suas definições. Tendo em vista uma grande contribuição para o desenvolver dos fututos professores de matemática.

Pontos Negativos do Curso:

Não teve pontos negativos no minicurso (sic).

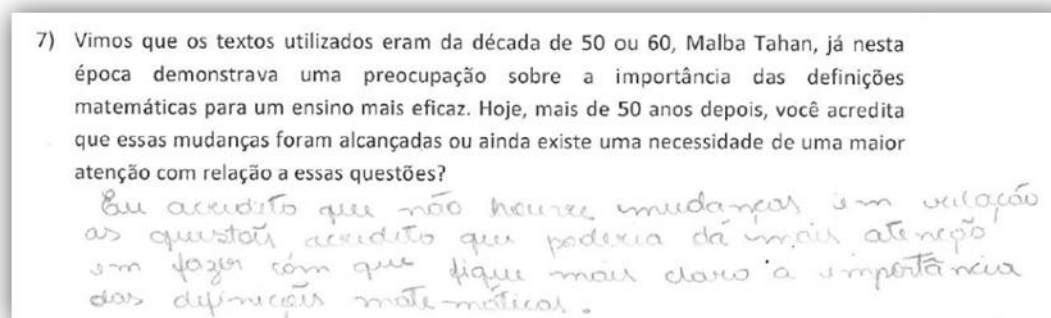
Figura 71<sup>84</sup>: Resposta apresentada pelo aluno G, segunda questão (Questionário Final).



Fonte: Pesquisa (Junho, 2014).

Quanto ao segundo questionário, analisamos a segunda questão que tratava também do entendimento do aluno sobre definições matemáticas. Sua resposta foi semelhante a apresentada no primeiro, com um pouco mais de detalhes, mas ainda superficial. Dessa forma, não foi possível perceber se o aluno já havia adquirido essa compreensão do que seriam as definições matemáticas.

Figura 72<sup>85</sup>: Resposta apresentada pelo aluno G, sétima questão (Questionário Final).



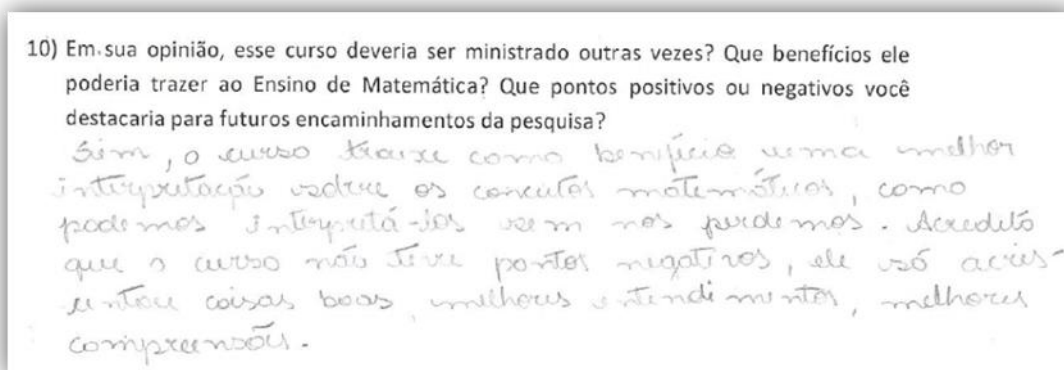
Fonte: Pesquisa (Junho, 2014).

Na sétima questão o aluno consegue perceber e apontar a necessidade de mudanças em relação a importância dada ao ensino de definições matemáticas.

<sup>84</sup>É uma explicação bem detalhada dos conceitos; ou seja, para que serve o assunto.

<sup>85</sup>Eu acredito que não houve mudanças em relação as questões (sic), acredito que poderia dá mais atenção (sic) em fazer com que fique mais claro a importância (sic) das definições matemáticas.

Figura 73<sup>86</sup>: Resposta apresentada pelo aluno G, décima questão (Questionário Final).



Fonte: Pesquisa (junho, 2014).

A décima questão procurava saber se na opinião do participante o curso deveria ser ministrado outras vezes e quais os benefícios que poderia trazer ao Ensino de Matemática. O aluno afirma que deveria ser ministrado outras vezes, mas quanto aos benefícios que poderia trazer ao ensino só cita um, que seria a interpretação dos conceitos e definições. Essa resposta, como as demais, não trouxeram detalhes que nos permitissem inferir que houve no decorrer das atividades uma progressão qualitativa na aprendizagem do aluno.

Ressaltamos que no decorrer das atividades esse era um aluno bastante ausente, não participava das atividades propostas, sempre saía antes do término da aula e sempre deixava claro que seu interesse não era aprender coisas novas mas sim, somente ter o certificado de participação para acumular carga-horária. Destacamos ainda, que foi o único que não compareceu às entrevistas realizadas e, assim, não teremos como apresentar o segundo critério da avaliação.

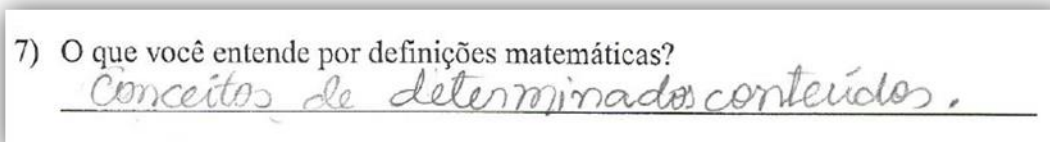
Mesmo percebendo que ao final das atividades ele conseguia se expressar melhor, trabalhar de maneira mais adequada as definições matemáticas e ter uma aprendizagem significativa melhorando sua base inicial que era bastante fragilizada, não atendeu o primeiro critério para atestar que houve uma compreensão relacional das definições matemáticas e como não participou da entrevista não podemos avaliar o segundo critério e, dessa forma, podemos inferir que não atingiu compreensão relacional das definições matemáticas

<sup>86</sup>Sim, o curso trouxe como benefício uma melhor interpretação sobre os conceitos matemáticos, como podemos interpretá-los sem nos perdemos. Acredito que o curso não teve pontos negativos, ele só acrescentou coisas boas, melhores entendimentos, melhores compreensões.

#### 4.3.8 Análise global dos dados: aluno H

Analisaremos a seguir os dados do aluno H. No questionário inicial poucas questões foram analisadas, pois a maior parte do questionário não foi respondida pelo aluno, ou seja, foi deixado em branco.

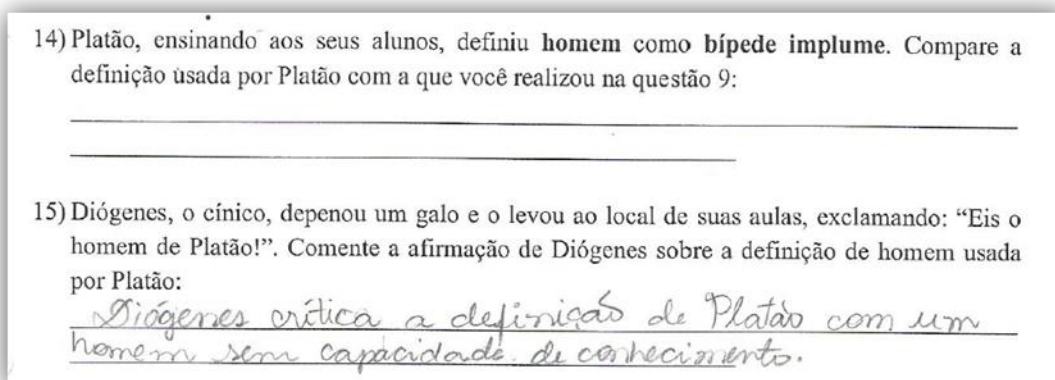
Figura 74<sup>87</sup>: Resposta apresentada pelo aluno H, sétima questão (Questionário Inicial).



Fonte: Pesquisa (Junho, 2014).

Pela resposta apresentada na sétima questão, notamos que o aluno tem uma ideia do que seja definições matemáticas, pois cita a relação com conceitos, mas não aparenta compreender corretamente o que seria definição em matemática.

Figura 75<sup>88</sup>: Resposta apresentada pelo aluno H, questões 14 e 15 (Questionário Inicial).



Fonte: Pesquisa (Junho, 2014).

Como visto na resposta do aluno, a questão 14 foi deixada em branco. Já na questão 15, ele entende que Diógenes apresenta o galo como uma crítica, mas ao apresentar qual seria essa crítica percebemos que não entende a limitação da definição

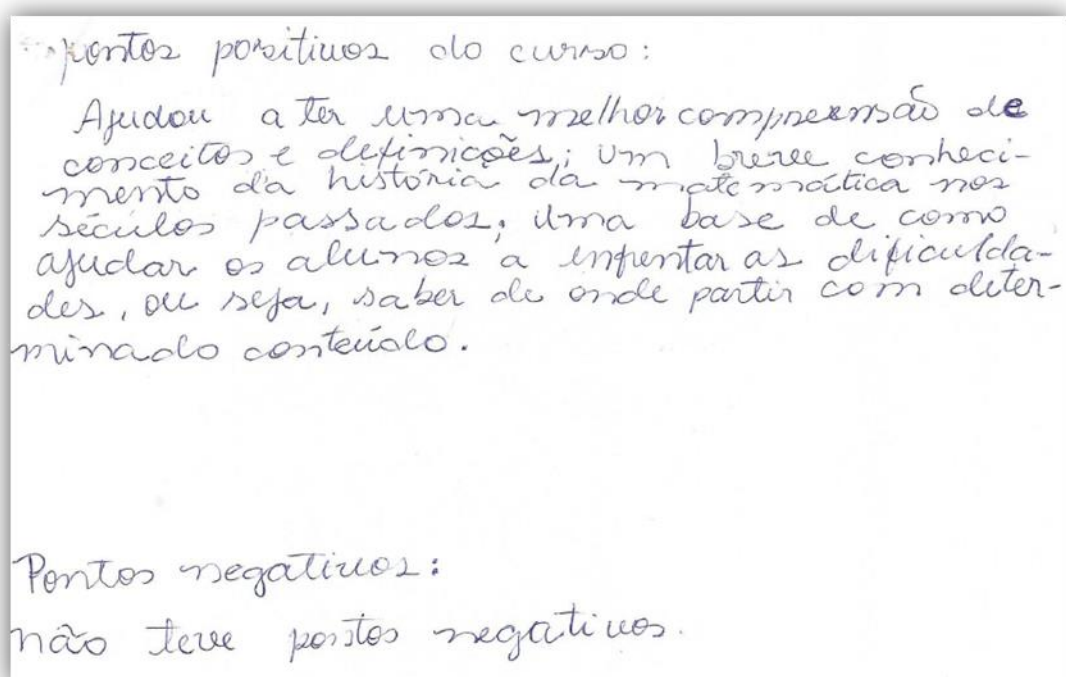
<sup>87</sup> Conceitos de determinados conteúdos.

<sup>88</sup> 15) Diógenes crítica (sic) a definição de Platão com um homem sem capacidade de conhecimento.

de homem apresentada por Platão e interpreta a partir das diferenças que ele vê entre um homem e um galo, no caso a capacidade de conhecimento.

Com base nas respostas do questionário inicial, realizadas pelo aluno H, fica claro que ele tem várias dificuldades, entre as quais destacamos dificuldade de interpretação, falta de base sobre os assuntos tratados, pouco empenho em responder ao questionário, tendo em vista que algumas questões deixadas sem resposta eram questões que exigiam conhecimento sobre o que ele entendia acerca de determinado conteúdo. A seguir continuaremos a análise das atividades para percebermos se houve, ao final das atividades, uma progressão em sua aprendizagem.

Figura 76<sup>89</sup>: Avaliação do curso escrita pelo aluno H.



Fonte: Pesquisa (Junho, 2014).

A avaliação escrita feita pelo aluno G ao término do curso já mostra que houve um entendimento claro dos objetivos propostos. Ele consegue perceber claramente que buscamos melhorar a compreensão dos participantes quanto aos conceitos e definições,

<sup>89</sup> Pontos Positivos do curso:

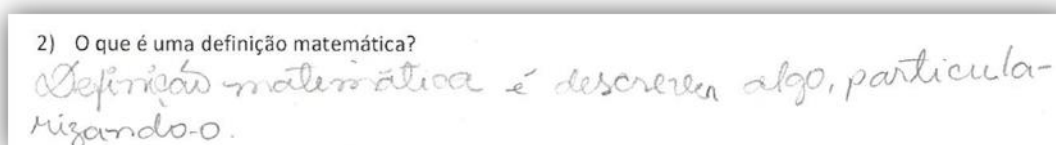
Ajudou a ter uma melhor compreensão de conceitos e definições; um breve conhecimento da história da matemática nos séculos passados; uma base de como ajudar os alunos a enfrentar as dificuldades, ou seja, saber de onde partir com determinado conteúdo.

Pontos negativos:

Não teve pontos negativos (sic).

que procuramos estudar as atividades informadas pela História da Matemática do século passado, também, como forma de conhecer como eram tratados esses assuntos na época e fornecer uma base para que aquilo que foi estudado possa servir de auxílio para práticas futuras como professores. Nas suas palavras conseguimos visualizar basicamente o roteiro do curso o que podemos avaliar de maneira bastante positiva, tendo em vista que o mesmo tinha pouca compreensão do tema anteriormente, como já dito na avaliação do seu primeiro questionário.

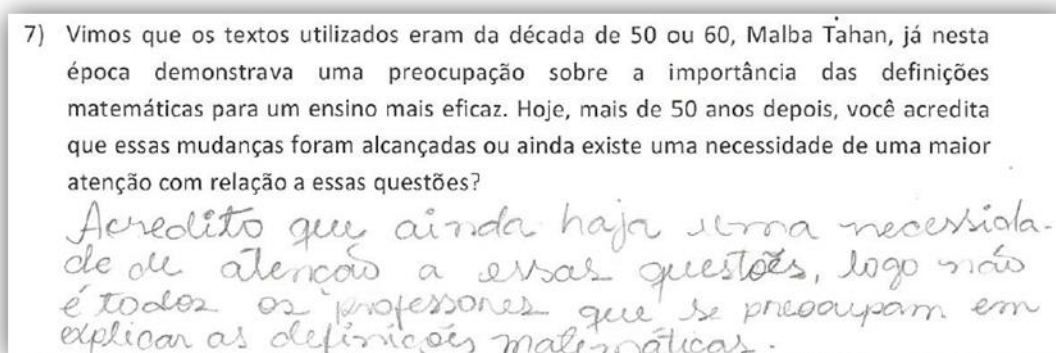
Figura 77<sup>90</sup>: Resposta apresentada pelo aluno H, segunda questão (Questionário Final).



Fonte: Pesquisa (Junho, 2014).

Como na avaliação escrita nos primeiros quesitos do questionário final já é possível notar que o aluno G obteve um salto em sua aprendizagem. A segunda questão é um exemplo disso, quando ele responde o que é uma definição matemática de forma clara e praticamente correta.

Figura 78<sup>91</sup>: Resposta apresentada pelo aluno H, sétima questão (Questionário Final).



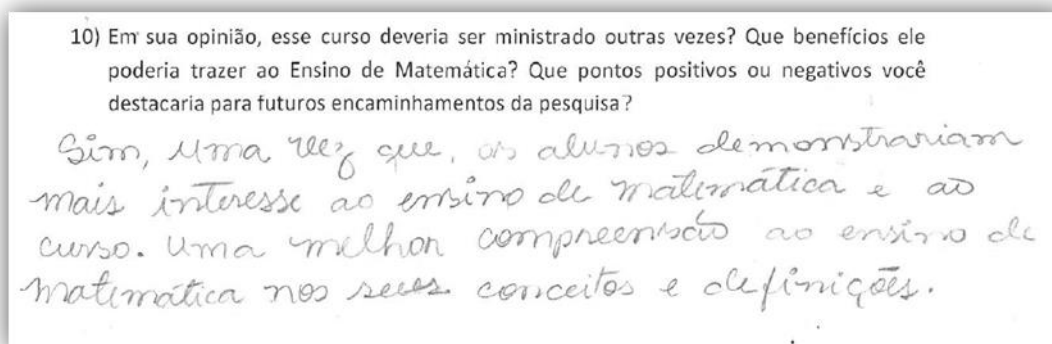
Fonte: Pesquisa (Junho, 2014).

<sup>90</sup> Definição matemática é descrever algo, particularizando-o.

<sup>91</sup> Acredito que ainda haja uma necessidade de atenção a essas questões, logo não é todos os professores (sic) que se preocupam em explicar as definições matemáticas.

Na sétima questão o aluno aponta a necessidade de atenção ao estudo das definições matemáticas e afirma que não são todos os professores que se preocupam. Ressaltamos aqui sua percepção de que mesmo sendo uma realidade que muitos não se preocupam, ela não generaliza, como fizeram a maioria dos participantes, mas enfatiza que existem os que não têm essa atenção.

Figura 79<sup>92</sup>: Resposta apresentada pelo aluno H, décima questão (Questionário Final).



Fonte: Pesquisa (Junho, 2014).

Quando questionado se esse curso deveria ser ministrado outras vezes ele afirma que sim e aponta que traria mais interesse dos participantes ao conteúdo, em seguida, afirma como pontos positivos o fato do curso ter trazido uma maior compreensão dos conceitos e definições matemáticas. Fica claro que houve um entendimento do sentido do curso e dos benefícios que ele pode trazer ao ensino de Matemática.

Com base no que analisamos podemos inferir que o aluno G atende ao primeiro critério de avaliação quanto a compreensão relacional através da intervenção realizada que era progredir qualitativamente nas respostas apresentadas do questionário inicial para o final, apresentando um desenvolvimento de esquemas com mais ligações externas e internas do conteúdo em questão no contexto do ensino-aprendizagem em Matemática através de respostas contextualizadas e enriquecidas com o que foi estudado ao longo da intervenção.

Analisaremos agora a entrevista realizada após as atividades do Módulo de Ensino para avaliar se o segundo critério também foi alcançado.

Iniciamos a entrevista tratando das questões que abordavam o que seria definições matemáticas e mostrando ao aluno sua resposta anterior e a resposta após o

<sup>92</sup>Sim, uma vez que os alunos demonstrariam mais interesse ao ensino de matemática e ao curso (sic). Uma melhor compreensão ao ensino de matemática nos seus conceitos e definições (sic).

Módulo de Ensino, no qual ele progrediu consideravelmente. Interrogamos o mesmo sobre o que ele poderia comentar sobre a mudança na forma de apresentar as respostas. Seu comentário foi: “minha resposta agora foi assim, foi pela experiência do curso, conhecimento que adquiri o conhecimento que você passou (sic), aí deu pra entender mais, o que significava”.

Em seguida, tratamos da questão onde perguntava se antes de começar a demonstrar ou trabalhar determinado conteúdo, já era um costume estudar ou pesquisar os conceitos e as definições envolvidas na resolução. Apontamos que sua resposta havia sido sim e pedimos para ela explicar melhor como fazia isso. Ela explicou que “às vezes a necessidade mesmo de saber o que ia ter naqueles assuntos ou uma palavra nova que eu via, outras vezes de curiosidade, na verdade principalmente, mais mesmo pela curiosidade”. Para aprofundarmos o tema perguntamos se ele percebe que depois desse curso fará isso por algo a mais que sua curiosidade. Sua resposta foi: “Sim! Hoje vai muito além”. Perguntamos o porquê disso e ela continuou dizendo: “farei isso porque é bem melhor você saber a definição de algo, que no caso você vai entender mais, particularizar mais e aí vai ter uma melhor compreensão”.

Com base nos comentários feitos até essa questão já conseguimos notar que existe uma diferença significativa na postura do aluno entre a forma que iniciou o curso e a atual. Ele que inicialmente mal respondia as questões, como visto na análise anterior agora entendia de forma clara e objetiva não o que são definições matemáticas, mas a importância de compreendê-las bem.

Apresentado ao aluno a resposta que ele deu a definição de ângulo que foi: “encontro de reta. Seja horizontal, vertical ou diagonal”. Perguntamos a ele se esta resposta estaria correta e se, caso não estivesse o que poderia melhorar nela. Ele respondeu:

De acordo com aquilo que a gente foi estudando, percebi que eu poderia deixar mais claro. Hoje eu sei que se ensinasse pra um aluno que um ângulo era encontro de reta, seja horizontal, vertical ou diagonal, ele não ia conseguir compreender bem o que era um ângulo. Aí, acho que pra consertar isso eu poderia usar de mais detalhes, mais características. Tipo deixando mais específico, né? (sic) Praquele exemplo não ficasse tão abrangente, né? (sic) (Aluno H).

Procuramos saber o motivo de tantas questões sem resposta na primeira atividade e ele disse: “Nessas aqui, da outra vez eu tinha deixado tudo em branco, né?”



Foi porque entendi mais ou menos o que tava pedindo, mas eu não sabia mesmo responder”.

Com as respostas apresentadas nos itens anteriores entendemos que realmente nossa hipótese de que o aluno ao chegar no curso tinha pouca compreensão dos assuntos estudados era válida. Uma vez que o mesmo afirma que o motivo das questões sem resposta era mesmo falta de compreensão.

Numa outra questão deixada em branco, onde pedíamos que circulassem os pontos dentro do ângulo, perguntamos porque mesmo sem entender ele não havia circulado alguns pontos, mesmo que fossem pontos quaisquer. Ele disse que até poderia ter feito isso, mas preferiu assumir que não sabia responder, deixando-a em branco. Continuamos dizendo que um ângulo é uma figura formada por duas semirretas que tem a mesma origem e, em seguida, perguntamos a ele com base nessa definição que pontos circularia nessa questão. Rapidamente respondeu que circularia os pontos E e F. Perguntamos porque não circularia o B e o C e sua resposta foi: “porque não estão no ângulo”. Explicamos o que eram os lados dos ângulos e ele logo entendeu que deveriam também ser circulados esses outros dois, pois pela definição de semirretas, mesmo que aparentemente eles não estivessem dentro do ângulo, pela definição sabíamos que estavam.

Terminamos a entrevista comentando ainda mais algumas questões, mas acreditamos que com a apresentação da análise dessas já é possível inferir sobre o segundo critério.

Antes, queremos somente apresentar duas perguntas que fizemos ao fim da entrevista, que não estavam mais relacionadas a questões específicas, mas ao todo do curso.

Primeiro, perguntamos se ele tivesse oportunidade de responder novamente o primeiro questionário, se alguma questão permaneceria em branco. Sua resposta foi bastante rápida: “claro que não, responderia praticamente tudo”.

O segundo questionamento foi a respeito dos alunos que estavam cursando o terceiro período junto com os participantes da intervenção e se interessaram ou não puderam participar da intervenção, por diversas razões, perguntamos se ele tinha algo a falar sobre isso. Sua resposta foi:

Eles perderam muito e vejo que se arrependem disso. De 27 alunos da nossa turma, só 8 estão aqui. Alguns eu sei que trabalham e não puderam estar, mas a maioria não veio, com certeza, porque acho que eles não tinham nem noção

da importância. Eu também não tinha, mas quando vi que ia ter até certificado resolvi participar e só tive a ganhar. Até aconselharia se desse certo fazer outro principalmente para os do primeiro período (Aluno H).

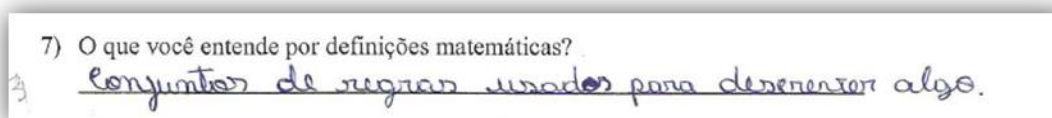
A entrevista foi finalizada com agradecimentos de ambas as partes e sugestões para futuras aplicações desse Módulo de Ensino.

Com base em tudo o que foi apresentado, percebemos claramente que o segundo critério – apresentar na entrevista que as questões não foram respondidas de maneira mecânica, limitada às situações originárias desse saber, mas de forma criativa e autônoma, demonstrando capacidade de agir criativamente em situações novas e assumindo que adotará essa prática em sua atuação de futuro professor de Matemática – foi atendido. Podemos assim afirmar que o aluno H conseguiu alcançar a compreensão relacional das definições matemáticas.

#### 4.3.9 Análise global dos dados: aluno I

A seguir analisaremos os dados sobre o aluno I, referentes ao primeiro questionário, à avaliação escrita, ao questionário final e à entrevista. A análise será feita em duas partes, correspondendo aos dois critérios estabelecidos para inferirmos se o aluno adquiriu compreensão relacional ao longo das atividades realizadas.

Figura 80<sup>93</sup>: Resposta apresentada pelo aluno I, sétima questão (Questionário Inicial).

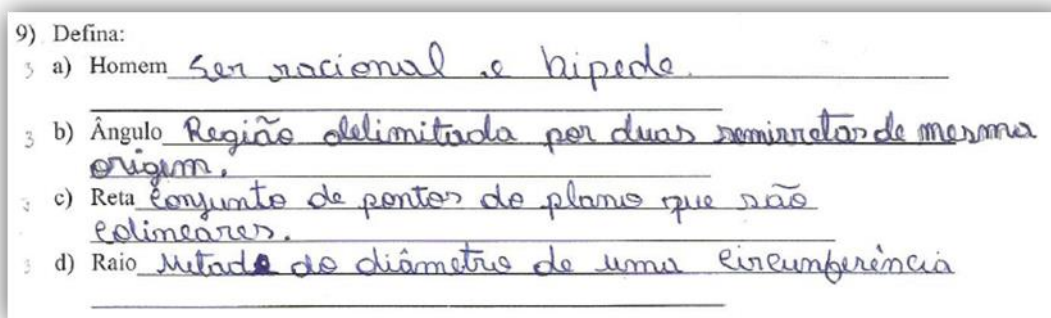


Fonte: Pesquisa (Junho, 2014).

Pela resposta da sétima questão sobre o que entendia por demonstrações matemática é possível perceber uma noção do conteúdo, uma vez que mesmo não tendo respondido corretamente, o aluno aponta uma das características de definição que é a descrição de algum conceito.

<sup>93</sup>Conjuntos de regras usados (sic) para descrever algo.

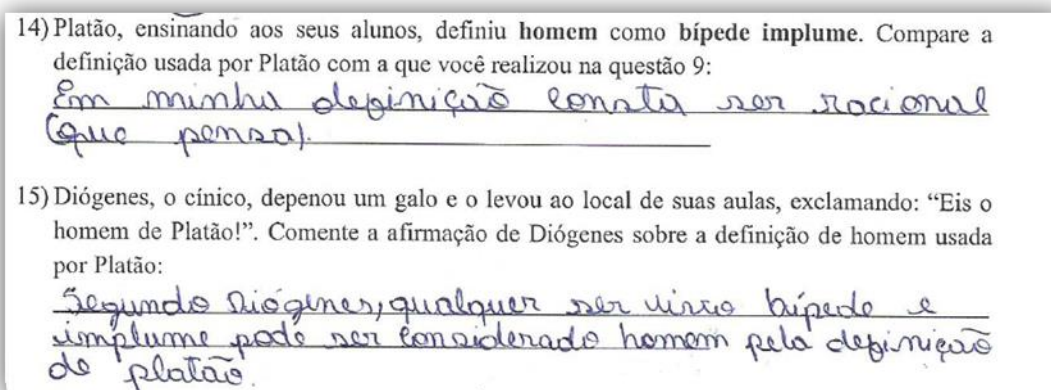
Figura 81<sup>94</sup>: Resposta apresentada pelo aluno I, nona questão (Questionário Inicial).



Fonte: Pesquisa (Junho, 2014).

Na nona questão, notamos que havia realmente da parte do aluno uma noção do que íamos tratar no curso, uma vez que as respostas apresentadas são coerentes e a maioria está totalmente correta.

Figura 82<sup>95</sup>: Resposta apresentada pelo aluno I, questões 14 e 15 (Questionário Inicial).



Fonte: Pesquisa (Junho, 2014).

As questões 14 e 15, como já dito anteriormente, são trazidas juntas porque estão relacionadas. Aqui notamos que o aluno comparou coerentemente sua resposta sobre a definição de homem com a definição de Platão, apontando para dele uma característica

<sup>94</sup> a) Homem Ser racional e bípede.

b) Ângulo Região delimitada por duas semirretas de mesma origem.

c) Reta Conjunto de pontos do plano que são colineares.

d) Raio Metade do diâmetro de uma circunferência.

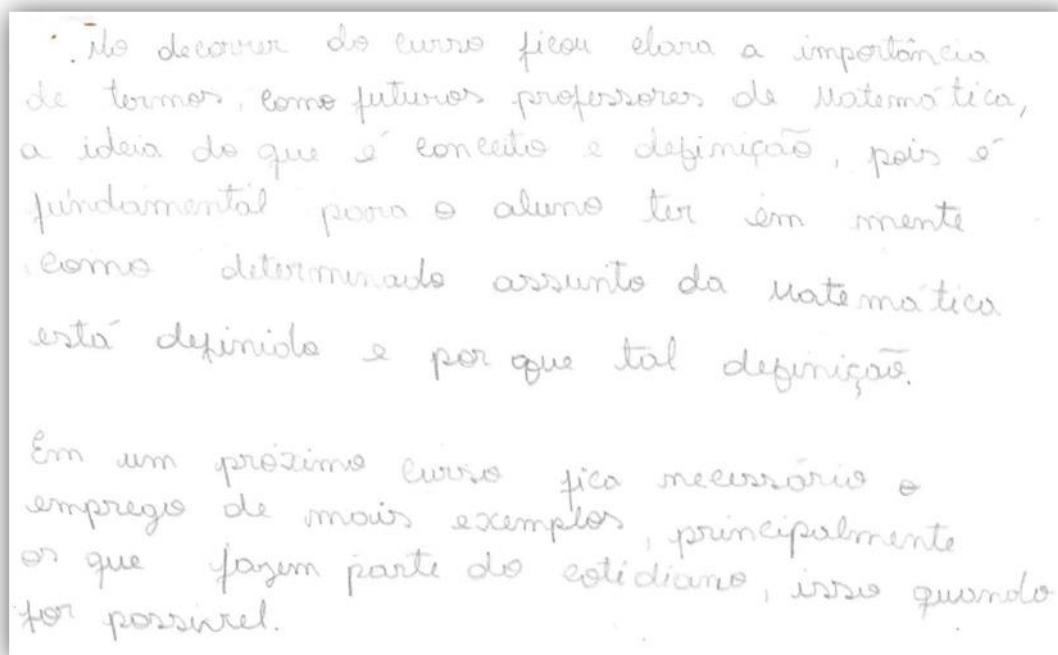
<sup>95</sup> 14) Em minha definição consta ser racional (que pensa).

15) Segundo Diógenes, qualquer ser vivo bípede e implume pode ser considerado homem pela definição de Platão.

específica que foi ser racional. A resposta da questão 15 demonstra sua capacidade de interpretação, uma vez que percebe claramente a atitude de Diógenes

Como o aluno A, este aluno que estamos analisando demonstrou não somente nestas respostas apresentadas, mas também nas demais, que possuía uma base do que íamos tratar no Módulo de Ensino.

Figura 83<sup>96</sup>: Avaliação do curso escrita pelo aluno I.



Fonte: Pesquisa (Junho, 2014).

A avaliação escrita mostrou que o aluno entendeu o objetivo do curso, ressaltando principalmente a importância de como futuros professores podem ter uma ideia clara sobre conceitos e definições para que possam atuar melhor na sua prática. Por outro lado, sugere que numa próxima aplicação do curso sejam dados mais exemplos. Percebemos que para este aluno, que já tinha uma base dos assuntos estudados, o número de exemplos não correspondeu às suas expectativas; acreditamos que isto se deu porque muitas coisas não seriam novidade para ele e, como na turma, a maioria não tinha compreensão do que íamos tratar tivemos que gastar mais tempo nas

<sup>96</sup> No decorrer do curso ficou clara a importância de termos, como futuros professores de Matemática, a ideia do que é conceito e definição, pois é fundamental para o aluno ter em mente como determinado assunto da Matemática está definido e por que tal definição.

Em um próximo curso, faz-se necessário o emprego de mais exemplos, principalmente os que fazem parte do cotidiano, isso quando for possível.

discussões que na apresentação de muitos exemplos. Nos parece que a prática construtivista era uma novidade para ele, que durante as atividades sempre nos questionava se não poderíamos ensinar diretamente o conteúdo de maneira tradicional.

Figura 84<sup>97</sup>: Resposta apresentada pelo aluno I, segunda questão (Questionário Final).

2) O que é uma definição matemática? É um conjunto de ideias que são formadas com um certo rigor para explicar com formalidade um conhecimento matemático.

Fonte: Pesquisa (Junho, 2014).

Na segunda questão, que era idêntica à sétima questão da análise anterior, podemos notar um desenvolvimento maior de sua resposta. Anteriormente ele demonstrava já ter noção do que seria uma definição matemática, mas aqui sua resposta é bem mais rica de conceitos e demonstra maior clareza e objetividade.

Figura 85<sup>98</sup>: Resposta apresentada pelo aluno I, quarta questão (Questionário Final).

4) Os textos discutidos em sala de aula ao longo do curso acrescentaram algo positivo à sua aprendizagem? Explique: Sim, pois além do conhecimento os textos mostram que matemática não é apenas cálculo e como futuro professor dessa disciplina preciso ter isso claro em minha mente.

Fonte: Pesquisa (Junho, 2014).

A quarta questão tratava dos textos discutidos em sala de aula, indagando se eles haviam trazido contribuições a sua aprendizagem. Notamos que aqui ele vai entendendo a proposta do curso, que não seria passar os conteúdos e nem trabalhar cálculos, mas trabalhar questões relacionadas ao ensino que podem enriquecer sua prática como futuro professor.

<sup>97</sup> É um conjunto de ideias que são formadas com um certo rigor para explicar com formalidade um conhecimento matemático.

<sup>98</sup> Sim, pois além do conhecimento os textos mostram que matemática não é apenas cálculo e como futuro professor dessa disciplina preciso ter isso claro em minha mente.

Figura 86<sup>99</sup>: Resposta apresentada pelo aluno I, sétima questão (Questionário Final).

7) Vimos que os textos utilizados eram da década de 50 ou 60, Malba Tahan, já nesta época demonstrava uma preocupação sobre a importância das definições matemáticas para um ensino mais eficaz. Hoje, mais de 50 anos depois, você acredita que essas mudanças foram alcançadas ou ainda existe uma necessidade de uma maior atenção com relação a essas questões? Ainda existem obstáculos quanto a isso, pois a matemática se tornou uma matéria puramente de manipulação e esqueceram sua essência.

Fonte: Pesquisa (Junho, 2014).

Figura 87<sup>100</sup>: Resposta apresentada pelo aluno I, oitava questão (Questionário Final).

No recorte da ementa é possível perceber que um dos objetivos da disciplina é a compreensão dos conceitos. Como você avalia o que acontece realmente? Na disciplina de Cálculo cursada esse semestre houve essa preocupação por parte de vocês e/ou do professor em gastar tempo na compreensão dos conceitos envolvidos? Explique: Em boa parte do conteúdo visto até o momento cálculo é passado como uma matéria de manipulação e memorização e é deixado para trás toda a sua beleza, que seria percebida com o entendimento dos conceitos.

Fonte: Pesquisa (Junho, 2014).

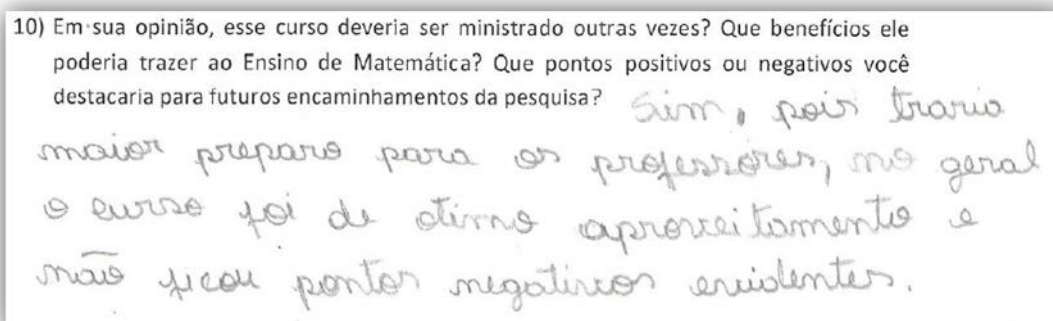
Na sétima questão o aluno afirma que as questões tratadas por Malba Tahan nos textos lidos durante as atividades continuam presentes nos dias atuais, existindo assim ainda muitos obstáculos quanto à valorização da importância das definições matemáticas. Critica ainda a questão de a Matemática muitas vezes ser tida como uma disciplina puramente manipulativa, ressaltando a essência da mesma. O mesmo ele faz na oitava questão, o que nos leva a afirmar que o aluno I apresenta uma clara habilidade

<sup>99</sup> Ainda existem obstáculos (sic) quanto a isso, pois a matemática se tornou uma matéria (sic) puramente de manipulação e esqueceram sua essência (sic).

<sup>100</sup> Em boa parte do conteúdo visto até o momento (sic) cálculo é passado como uma matéria de manipulação (sic) e memorização e é deixado para trás (sic) toda a sua beleza, que seria percebida com o entendimento dos conceitos.

no entendimento de nossa proposta e que tem noção do que precisa melhorar no ensino de Matemática quanto à importância das definições matemáticas.

Figura 88<sup>101</sup>: Resposta apresentada pelo aluno I, décima questão (Questionário Final).



Fonte: Pesquisa (Junho, 2014).

A última questão analisada dizia respeito a outras aplicações desse curso, onde o aluno se mostrava favorável e cita a importância do mesmo principalmente para os professores.

Ao fim da análise do primeiro questionário foi possível perceber que o aluno conseguiu atender ao critério inicial estabelecido para comprovar sua compreensão relacional das definições matemáticas. Não podemos deixar de observar que este aluno, progrediu no conhecimento e apresentação de sua resposta, mas isso não foi tão perceptível quanto aos alunos que chegaram ao curso sem base e adquiriram a compreensão ao longo das atividades do curso de extensão. É possível até que ele já tivesse compreensão relacional antes das atividades, o que não empobreceu a aplicação do curso para este que na avaliação escrita e na décima questão reconhece a importância do curso para si e para os demais estudantes e professores de Matemática.

A seguir apresentaremos a descrição e análise da entrevista realizada com o aluno I.

Iniciamos a entrevista comentando sobre a questão que se repetia nos dois questionários, que perguntava o que são definições matemáticas. Mostramos a ele as duas respostas e pedimos que ele comentasse sobre a diferença por ele percebida em relação ao que escreveu antes do curso, para o que estava escrito depois. Sobre isso ele comentou:

<sup>101</sup> Sim, pois traria maior preparo para os professores, no geral o curso foi de ótimo aproveitamento (sic) e não ficou pontos negativos evidentes (sic).

Assim, coloquei aqui na parte de definição, conjunto de regras usado para descrever algo, mas eu acho que nesse caso aqui nesse primeiro questionário ficou muito vago, porque quando a gente teve minicurso a gente viu que existem certas, assim, como posso dizer? Que tem um rigor. Porque em alguns casos pode ser que quem tem uma definição matemática, se ela não tiver esse rigor, uma pessoa pode interpretar de um jeito, e outra pessoa interpretar de outro. Então tem que ter esse rigor, foi o que eu coloquei no outro questionário, pra que não haja essas dúvidas na definição matemática. A diferença nos dois é que me expressei melhor no segundo, justamente pelo que vi aqui nesse curso (Aluno I).

Logo de início percebemos que mesmo tendo uma base do que estudamos, o aluno valorizou a aprendizagem que o curso ofereceu, afirmando isso através da justificativa para uma melhor apresentação de sua resposta no segundo questionário. Comentamos um pouco sobre a importância da clareza nas definições e o cuidado que precisamos ter ao definir, uma vez que não é aconselhável usar na definição conceitos ainda não conhecidos, como vimos no texto de Malba Tahan citando a quinta lei geral da definição. Exemplificando o comentário, mostramos a definição apresentada pelo aluno para o termo matemático *raio* – cuja resposta havia sido: “metade do diâmetro de uma circunferência” – e, em seguida, perguntamos se ele acha que sua definição se enquadra como uma definição com limitações segundo a lei apresentada. Ele respondeu:

É porque o diâmetro é duas vezes o raio, então você já tinha que ter a ideia do que era o raio. Quando você falou lá, explicou na aula, eu já vi que, não é que seja um erro, mas é que a pessoa teria que ter um entendimento do que seria raio já pra saber o que é diâmetro, se eu fosse responder de novo eu mudaria, com base no que vi nos textos e procuraria ser mais claro (Aluno I).

Comentamos as questões 14 e 15, que falavam da definição de homem, segundo Platão, e da atitude de Diógenes com relação a essa definição. Afirmamos aqui que suas respostas estavam corretas, mas quisemos saber com relação à crítica de Diógenes em relação a Platão, porque ele achava que Diógenes teve essa reação o que faltou a definição de Platão. Sua resposta foi a seguinte:

Pela definição que Platão deu tá correto, é um implume que é bípede, isso mesmo, mas o galo sem penas também é. Se ele fosse continuar a dizer que o homem é um ser bípede implume, eu acho que ele teria que, assim, pra não causar tanto estranhamento como no caso do galo, eu acho que ele deveria dar outras características do homem também, além de bípede implume. Características que são só do homem como eu coloquei, ser racional (Aluno D).



Perguntamos qual a relação disso com a postura do professor em sala de aula e ele disse:

Assim, por exemplo, eu poderia te dizer que quadrado, ele é qualquer figura que tem quatro ângulos retos (sic), e um quadrado tem quatro ângulos retos, mas existe também o retângulo também tem quatro ângulos retos (sic) e não é um quadrado. Então eu poderia correr o risco do meu aluno chamar um retângulo de quadrado, porque eu disse que quadrado é qualquer coisa que tenha só quatro ângulos retos. Então tenho que ter cuidado pra não deixar a minha definição ampla demais pra não correr esses riscos né? (Aluno I).

Através dessas respostas podemos perceber que o aluno conseguiu compreender a importância de se ter atenção quanto ao uso das definições em sala de aula e foi notório que o curso trouxe contribuições significantes à sua postura enquanto aluno e, certamente, como futuro professor.

Comentamos sobre a oitava questão onde perguntávamos se ele costuma antes de começar a demonstrar teoremas ou trabalhar com determinados conteúdos matemáticos, estudar ou pesquisar os conteúdos envolvidos na resolução. Como ele havia respondido que sim, solicitamos que aprofundasse mais a resposta apresentada. Ele respondeu:

Bom, nem sempre eu fui assim um aluno que gostei de matemática, eu comecei a gostar de matemática no segundo ano do ensino médio, mas eu não gostava tanto da matemática porque eu costumava estudar o assunto assim: pegava uma equação e tentava no modo cru fazer a equação, sem ter um pré conhecimento sobre o que era aquela equação. Ai com o passar do tempo eu fui percebendo que não dava certo desse modo, pegar a questão e tentar do nada tentar responder ela (sic), aí eu fui atrás de conceitos, tentar entender a ideia inicial porque que aquilo foi criado (sic), pra ter um melhor entendimento sobre o assunto. Por isso achei legal esse curso porque eu já tinha esse negócio de estudar e tal por curiosidade e aí agora entendi minha própria necessidade e até posso dizer que gosto mais de Matemática (sic). Eu acho assim que hoje, principalmente alguns professores de matemática deixam isso um pouco de lado, de passar o que realmente a matemática é sabe? Hoje é muito assim, coloca uma equação lá no quadro, ensina uma fórmula pra o aluno, aí o aluno acha que todos os problemas de matemática que se resumem aquilo (sic) vão se resolver daquela forma. Aí eu acho que perdeu um pouco daquela essência do professor colocar o aluno pra pensar, mas porque, que essa fórmula vai dar sempre certo nesses casos? (sic) De onde ela veio? Eu acho que ao longo do tempo (sic) os professores vão perdendo a vontade de ensinar dessa forma (Aluno I).

Ainda sobre essas questões e relacionando isso aos textos que estudamos e a postura do Malba Tahan que já, por volta de 1960, apresenta essas dificuldades, perguntamos o que ele gostaria de falar mais sobre isso. Ele respondeu que sim e, continuou:

Ah, com certeza, grande parte dos professores e alunos só tá preocupada (sic) mesmo com a parte mecânica. Ah, vou pegar essa questão vou resolver e pronto. Acontece até muitos casos assim (sic), eu percebo até na sala assim quando eu tô (sic), por exemplo, pagando uma matéria de cálculo, que muitas pessoas, elas sabem responder perfeitamente uma questão de cálculo, derivadas, limites, mas ela não sabem (sic) explicar o que ela fez ali naquela questão. Aí eu acho que nesse caso, eu acho que não é culpa só do professor, eu acho que o aluno tem uma biblioteca maravilhosa aqui no IFRN, pode muito bem correr atrás da definição, conceito, do que é limite, derivado, eu acho que também não é só culpa do professor, que nem todo mundo acha (Aluno I).

Perguntamos a ele se não era culpa somente do professor a quem mais ele atribuía isso. Ele continuou respondendo:

Eu acho que tá muito relacionado assim, a alguns professores falam que tem um determinado tempo pra ele dar certa quantidade da matéria (sic), aí eu acho que o aluno se preocupa tanto com isso... pronto, no meu caso, eu algumas vezes gosto muito de estudar procurando conceitos, de onde vem (sic), quem foi o matemático que inventou, porque que ele inventou, qual foi a ideia que ele teve. Mas em alguns casos não dá tempo de eu fazer isso por quê? Porque eu tenho que aprender como se resolve aquilo de forma mecânica pra me sair bem na prova, porque se eu for ficar a procura de ah, como foi que fizeram isso aqui? (sic) Como é o conceito? Como é a definição? Não dá tempo. Aí eu acho que isso também vem dessa questão, ah eu tenho que cumprir essa ementa aqui todinha, aí joga pra o aluno, aí ele deixa de lado, essa parte de conceitos porque o sistema também não ajuda (Aluno I).

Entre outras coisas que tratamos na entrevista, finalizamos perguntando-lhe se o ideal seria que isso que fizemos, o curso, fosse realizado outras vezes ou que deveria ser inserido em alguma disciplina específica. Ele respondeu:

Eu acho que em uma disciplina específica (sic) porque, foi que nem você viu que a quantidade de alunos que se matricularam não foi tanta, e tipo, se fosse assim como minicurso eu acho que muitos alunos não iam querer. Porque ah, conceito e definição matemática, num sei o quê (sic), agora, se fosse uma disciplina específica do semestre, que é obrigatória de pagar, aí eu acho que seria mais proveitoso que uma maior quantidade de pessoas iria estudar aí. Eu acho que tem gente que só vai entender a importância fazendo a disciplina né? Eu por exemplo quis fazer o curso, porque hoje gosto mais de Matemática e na verdade, quando eu tô estudando (sic) eu não penso nem em mim, penso como futuro professor né? Eu não quero chegar em sala de aula e passar coisa pra o aluno que ele vai absorver de forma errada. Eu sempre li livros que, que tinham essa preocupação (sic). Por exemplo, pronto, não é que esteja errado até mesmo porque esse rigor matemático às vezes se torna exagerado. Mas por exemplo, você falar é: função do 1º grau, aquilo pode às vezes gerar um estranhamento no aluno, porque a função não tem grau, o que tem grau é o polinômio. Então, você deveria ver função polinomial do 1º grau, do 2º. Então eu sempre me preocupei com isso como futuro professor, porque eu não quero deixar aquela duvidzinha no aluno. Faltou isso aqui pra

mim entender (sic) e o professor não soube abordar isso. Antes eu já me preocupava, depois do curso eu me preocupei mais ainda (Aluno I).

Vimos que o aluno estava bem entusiasmado e por sua resposta fica bastante claro que o segundo critério da avaliação global quanto à compreensão relacional das definições matemáticas foi alcançado. Uma vez que apresentou na entrevista que as questões não foram respondidas de maneira mecânica, mas com bastante autonomia e criatividade soube se posicionar demonstrando o comprometimento que teve ao longo do curso e suas inquietações, assumindo que em sua atuação de futuro professor de Matemática procurará ter cuidado e zelo com as questões relacionadas ao ensino e aprendizagem.

#### **4.3.10 Considerações gerais sobre a análise global dos dados referentes à avaliação do Módulo de Ensino**

Nos propomos, no quarto capítulo, a descrever e analisar a proposta de Intervenção Didática, realizada a partir de uma abordagem qualitativa, fundamentada em Skemp (1976, 1980), que classifica a compreensão como instrumental e relacional. Para teorizar a construção da aprendizagem de cada aluno e inferir se atingiram uma compreensão relacional ou instrumental, construímos uma análise individual e avaliamos suas respostas em todos os aspectos, desde seu questionário inicial à fase de entrevistas individuais, usando uma interpretação global (SILVA, 2013), de Skemp (1980). A partir da análise dos dados coletados durante as atividades, avaliações escritas e entrevistas, expomos a seguir um quadro resumo no qual trazemos uma visão geral de todos os alunos, destacando quais obtiveram, a partir das atividades realizadas no Módulo de Ensino e do seu empenho pessoal, uma compreensão relacional das definições matemáticas.

O quadro é dividido em três colunas. Sendo que a primeira parte traz a identificação do aluno. A segunda, apresenta a situação inicial do mesmo com relação a sua base cognitiva, aqui queremos apontar se ele tinha alguma compreensão inicialmente e, caso já tivesse, qual era esse nível. A terceira e última sua situação final com relação à compreensão adquirida através das atividades do Módulo de Ensino e do seu empenho pessoal.

Quadro 11: Análise comparativa da situação inicial para a final de cada aluno

ALUNO	SITUAÇÃO INICIAL	SITUAÇÃO FINAL
Aluno A	Compreensão instrumental, possivelmente já na iminência da compreensão relacional	Compreensão Relacional
Aluno B	Pouca compreensão, caracterizada como uma possível compreensão instrumental	Compreensão Relacional
Aluno C	Pouca compreensão, caracterizada como uma possível compreensão instrumental	Compreensão Relacional
Aluno D	Sem compreensão	Compreensão Instrumental
Aluno E	Sem compreensão	Compreensão Instrumental
Aluno F	Sem compreensão	Compreensão Instrumental
Aluno G	Sem compreensão	Compreensão Relacional
Aluno H	Sem compreensão	Compreensão Relacional
Aluno I	Compreensão instrumental, possivelmente já na iminência da compreensão relacional	Compreensão Relacional

Fonte: Pesquisa (Junho, 2014).

Observando o quadro resumo podemos perceber que seis dos nove alunos atingiram a compreensão relacional das definições matemáticas. Observamos que entre estes, dois já iniciaram o curso com uma compreensão relativa aparentemente tendendo para a relacional<sup>102</sup>. Outro ponto de destaque foi que todos ao final da intervenção tinham algum tipo de compreensão, mesmo que fosse instrumental. Dos cinco alunos que chegaram ao início do curso sem compreensão, dois tiveram sua situação final classificada como relacional, certamente isso se deu, além das atividades do Módulo pelo empenho dos mesmos ao longo das atividades, o que não aconteceu com os alunos E e G, uma vez que estes demonstraram pouco interesse na participação das atividades,

<sup>102</sup> Não é possível afirmar com certeza se a compreensão inicial desses alunos poderia ser considerada relacional porque os elementos que tínhamos eram insuficientes para caracterizar e realizar uma análise global de sua compreensão. Isso se deu porque, no início das atividades, não tínhamos como objetivo caracterizar sua compreensão, mas somente sua base cognitiva inicial.

sendo que o G nem chegou a finalizá-las. O aluno D, chegou ao curso sem compreensão, se empenhou bastante nas atividades, mas como já dito em sua análise, o mesmo tinha muitas dificuldades e uma base bastante fragilizada conseguindo progredir bastante no seu aprendizado, mas ainda não de maneira autônoma e criativa. Entretanto, acreditamos que sua compreensão se deu pela participação nas atividades do Módulo de Ensino realizado.

Finalizamos este capítulo, que tratou da análise dos dados coletados durante as atividades, avaliações escritas e entrevistas, concluindo que a intervenção proposta levou seis dos nove participantes a uma compreensão relacional das definições matemáticas.

## 5 CONSIDERAÇÕES FINAIS

Que alegria, diz a Eternidade,  
 Ver o filho da minha esperança  
 Apaixonar-se pela pesquisa,  
 Pois em sua mente  
 Coloquei inúmeros dos meus sonhos  
 E gostaria que se tornassem realidade.

A pesquisa, começou a explicar a Eternidade,  
 É, antes de qualquer coisa, o gesto do velho camponês que se vai,  
 Revolvendo as pedras dos campos,  
 Descobrimo lesmas e gafanhotos,  
 Ou milhares de formigas atarefadas.

A pesquisa é a caminhada pelos bosques e pântanos  
 Para tentar explicar,  
 Vendo folhas e flores,  
 Por que a vida apresenta tantos rostos.

A pesquisa é a fusão, em um só tubo de ensaio,  
 De observações, teorias e hipóteses  
 Para ver se cristalizar  
 Algumas parcelas de verdade.

A pesquisa é, ao mesmo tempo, trabalho e reflexão  
 Para que os homens  
 Achem todos um pouco de pão  
 E mais liberdade.  
 Também é um olhar para o passado  
 Para encontrar nos antigos  
 Alguns grãos de sabedoria  
 Capazes de germinar  
 No coração dos homens de amanhã.

A pesquisa é o tatear em um labirinto,  
 E aquele que não conheceu a embriaguez de procurar seu rumo  
 Não sabe reconhecer o verdadeiro caminho.

A pesquisa é a surpresa a cada descoberta,  
 De se ver recuar as fronteiras do desconhecido,  
 Como se a natureza, cheia de mistérios,  
 Procurasse fugir do seu descobridor.

A pesquisa, diz finalmente a Eternidade,  
 É o trabalho do jardineiro  
 Que quer se tornar,  
 No jardim da minha criação,  
 O parceiro de minhas esperanças.

Gérard Martin

A epígrafe escolhida para iniciar esse capítulo diz muito sobre a nossa pesquisa. Ver o filho da nossa esperança - esperança essa iniciada há alguns anos na pesquisa da dissertação, em meio aos desafios encontrados pelos alunos e professores quanto às demonstrações matemáticas - apaixonar-se pela pesquisa e assim, continuar o desenvolvimento das atividades procurando melhorias no ensino e aprendizagem em matemática, foi realmente colocar na mente os inúmeros sonhos de um ensino mais significativo e uma melhor apropriação da linguagem e comunicação nesta disciplina tão temida, por vezes, entre muitos.

Após os estudos realizados durante a pesquisa e a escrita desta tese, podemos tecer algumas considerações, entre as quais destacamos a importante relevância que as definições matemáticas têm para o desenvolvimento do Ensino de Matemática, necessitado de uma maior valorização e empenho em buscar novas metodologias para sua abordagem no ensino e aprendizagem de Matemática, principalmente nos cursos de graduação em Matemática, conforme a proposta por nós então apresentada.

A maior preocupação, ao longo da pesquisa, foi não só entender o papel das definições, mas compreender o seu conteúdo, suas características fundamentais e os principais aspectos relacionados ao seu estudo. Por isso, a proposta de realizar um estudo que priorizasse atividades construtivistas acerca das definições matemáticas. Visando a facilitar sua compreensão relacional e o melhor resultado para e valorização de um aspecto que se faz fundamental no ensino da matemática, mas que tantas vezes é deixado à margem nas Universidades, resolvemos realiza-lo na forma de curso de Extensão. Partindo desse pressuposto destacamos aqui algumas considerações sobre a pesquisa, retomando seu ponto de partida, os fundamentos em que se basearam os estudos desenvolvidos, os objetivos, os principais resultados e implicações que podem gerar futuros encaminhamentos ou ampliação do trabalho realizado.

Todo projeto de pesquisa nasce de uma intenção, de uma necessidade de saber mais, de resolver um problema, de esclarecer uma questão. Na nossa pesquisa tivemos como ponto de partida a seguinte questão-problema:

Em que medida um estudo mais detalhado sobre definições matemáticas no curso de licenciatura em Matemática pode ser um instrumento para amenizar as dificuldades encontradas na linguagem matemática e, assim, tornar possível a aquisição de uma compreensão relacional do conteúdo estudado?

A partir dessa questão baseamo-nos em estudos sobre a linguagem matemática concentrando-nos no exercício de significar e comunicar em Matemática. A partir dessa base propomos uma intervenção didática, através do desenvolvimento de um Módulo de Ensino para o estudo das definições matemáticas com a aplicação de uma abordagem metodológica qualitativa realizada com alunos do curso de Licenciatura em Matemática do Instituto Federal do Rio Grande do Norte, Campus Santa Cruz.

Para apresentar as conclusões do referido estudo, sobre a compreensão das definições matemáticas no curso de Licenciatura em Matemática, relembramos resumidamente os objetivos da pesquisa e as observações feitas sobre a análise qualitativa realizada. Ressaltamos que o aspecto qualitativo da pesquisa nos remete mais uma vez à epígrafe, quando diz que a pesquisa é surpresa em cada descoberta de se ver recuar as fronteiras do desconhecido, como se a natureza, cheia de mistérios, procurasse fugir do seu descobridor. Assim, podemos afirmar que se os dados tivessem sido trabalhados sob o aspecto quantitativo, teríamos perdido muito da percepção de necessidades e possibilidades de intervenção didática, uma vez que quantificar limitaria por demais as fronteiras desse estudo.

No objetivo geral, nos propomos a desenvolver atividades construtivistas, informadas pela História da Matemática (FOSSA, 1995), para promover a compreensão relacional (SKEMP, 1976) das definições matemáticas; para isto, elaboramos e testamos um Módulo de Ensino. Em conformidade com a análise dos dados apresentados de maneira resumida na seção 4.3.10, podemos afirmar que esse objetivo foi alcançado, uma vez que a aplicação do Módulo proporcionou uma compreensão relacional das definições matemáticas para a maioria dos alunos participantes da intervenção, a saber seis dos nove alunos. Para melhor especificar como esse objetivo geral foi alcançado, assinalamos alguns pontos importantes sobre o estudo, apresentando uma avaliação sobre o alcance dos objetivos específicos da pesquisa.

O primeiro objetivo específico foi elaborar uma intervenção referente ao estudo de definições matemáticas baseada principalmente nas obras *O problema das definições em Matemática* (1965) e *A Lógica na Matemática* (1966) através de atividades construtivistas.

Para o alcance de tal objetivo, organizamos atividades ao longo de princípios construtivistas, especificamente a construtivista radical. Essa teoria, segundo von Glasersfeld (1996), é entendida como um modelo que mostra como a mente racional funciona na organização de suas experiências colocando o aluno numa posição de



destaque, valorizando a questão cognitiva acima da ontológica. Dessa forma, em todas as nossas atividades o aluno era o principal protagonista de sua aprendizagem, em função da qual nosso papel era mediar seu conhecimento.

As atividades foram desenvolvidas a partir de uma das tendências da Educação Matemática, a História da Matemática, que foi utilizada aqui, como sugere Miguel (1993), como Fonte de Métodos Adequados de Ensino de Matemática e fundamentadas nas indicações de Fossa (1995, 1998a) de como utilizar atividades construtivistas informadas pela História da Matemática como um recurso pedagógico.

As atividades históricas foram baseadas, principalmente, por meio das obras *O problema das definições em Matemática (1965)* e *A Lógica na Matemática (1996)*, escritas por Malba Tahan, pseudônimo de Júlio Cesar de Melo e Souza.

Após a elaboração da intervenção, a aplicamos na prática docente no curso de Licenciatura em Matemática, sendo esse o segundo objetivo específico da pesquisa. Para atingir tal objetivo testamos as atividades propostas com um grupo de estudantes de graduação em Matemática do IFRN, Campus Santa Cruz, usando metodologias de pesquisas qualitativas, procurando promover uma compreensão relacional da importância das definições matemáticas no ensino e aprendizagem em Matemática.

A intervenção denominada Módulo de Ensino consistiu de quatro partes. A primeira realizada para observar, caracterizar e avaliar as dificuldades encontradas na Linguagem Matemática, o que foi feito mediante a aplicação de um questionário inicial.

A segunda teve como objetivo despertar interesse nos alunos e professores em relação aos requisitos necessários a uma aprendizagem mais eficaz da Matemática, por meio da compreensão relacional das definições matemáticas. Para isto foi aplicado um roteiro didático previamente elaborado, conforme o primeiro objetivo específico deste estudo.

A terceira parte constou da aplicação de um questionário – semelhante ao primeiro – dessa feita tratando também de questões referentes ao ensino das definições.

Por fim, na quarta parte do módulo foram empreendidas as entrevistas individuais.

A participação dos alunos no Módulo de Ensino foi bastante satisfatória. Percebemos, em pelo menos sete, dos nove deles, um grande interesse em participar das discussões propostas, a leitura prévia dos textos – conforme combinado – e a autonomia na construção de seus conhecimentos. A utilização da História da Matemática teve aprovação geral por parte deles e facilitou o alcance dos objetivos da intervenção. É

válido destacar que após a intervenção muitos nos procuraram para conseguir as partes dos livros que não haviam sido discutidos. Acreditamos que as nossas reflexões e práticas ao longo da Intervenção suscitaram algumas contribuições quanto ao uso pedagógico da história da matemática em sala de aula, especialmente na aliança estabelecida com o construtivismo radical. O terceiro objetivo específico foi avaliar a eficácia da intervenção, no sentido de determinar se houve compreensão relacional pelos participantes. A verificação desse objetivo se deu analisando os dados segundo a interpretação global (Silva, 2013), de Skemp (1980). A análise foi dividida em duas partes. A primeira referente à análise da base cognitiva dos alunos a partir do questionário inicial. Sua realização e apresentação ocorreram a partir de cada questão, levando em conta o resultado de todos os alunos para cada uma delas. A segunda foi a análise global de todas as atividades realizadas pelos alunos, apresentadas de maneira individual, de modo que cada aluno foi analisado no seu todo.

Na primeira avaliação, a diagnóstica, questionário inicial, concluímos que a maioria tinha uma base fragilizada com relação à compreensão das definições matemáticas, ou ainda alguns não tinham nenhuma compreensão; grande parte apresentava dificuldades nas interpretações das questões; muitos tiveram dificuldade de perceber as limitações de uma definição apresentada e dificuldade de definir termos e ou abreviaturas considerados comuns no ensino de Matemática e, somente dois dos nove alunos, tinham uma base relativamente boa com relação à compreensão das definições. Fazer esse diagnóstico inicial ajudou a perceber como os alunos se desenvolveram a partir do Módulo, uma vez que a segunda avaliação poderia tê-la como ponto de partida.

A segunda análise, a global, buscou avaliar se os alunos chegaram à compreensão relacional das definições matemáticas a partir da metodologia proposta e, essa seria se atendessem dois critérios. O primeiro, se o aluno apresentasse uma progressão qualitativa na comparação entre as respostas apresentadas do questionário inicial para o final, através do desenvolvimento de esquemas mais ricos, mostrando que suas respostas na avaliação escrita e segundo questionário fossem contextualizadas e enriquecidas com o que havia sido estudado ao longo da intervenção.

O segundo, se apresentasse na entrevista que as questões não foram respondidas de maneira mecânica, mas de forma criativa e autônoma, demonstrando capacidade de agir criativamente em situações novas e que adotará essa prática em sua atuação de futuro professor de Matemática.

A partir desses critérios concluímos que seis dos nove alunos atingiram a compreensão relacional das definições matemáticas através da aplicação do Módulo de Ensino, sendo que dos três que não atingiram, dois não demonstraram interesse na participação do curso e, somente um aluno, mesmo demonstrando bastante interesse e participação em todas as atividades, não atingiu a compreensão relacional. Atribuímos este fato às grandes dificuldades apresentadas na análise do questionário inicial e comprovadas em sua entrevista.

Com base nesses resultados, concluímos que o processo de mudanças através da inovação e ampliação de metodologias de ensino que possam contribuir para um melhor desenvolvimento do ensino e aprendizagem em Matemática é sempre um desafio. Dessa forma, em nenhum momento esperávamos resolver as questões relacionadas à compreensão das definições matemáticas no curso de Licenciatura em Matemática, mas apresentar uma metodologia de ensino que se mostrasse um eficaz auxílio nessa aprendizagem.

Ao término desta pesquisa esperamos ter ampliado as questões que envolvem a Linguagem Matemática, especialmente as relacionadas ao entendimento das definições matemáticas. Do nosso ponto de vista o estudo trouxe e trará contribuições que resultarão numa maior importância quanto ao papel das definições em matemática, mas segundo Edwards e Ward (2008), há ainda outros dois importantes objetivos pedagógicos, que são promover a compreensão conceitual mais profunda da matemática envolvida e promover uma compreensão da natureza ou das características de definição matemática.

Esperamos, assim, que haja esforços para que esses outros dois objetivos pedagógicos sejam estudados e divulgados no meio acadêmico. Igualmente, esperamos encontrar espaços para divulgação e compartilhamento das experiências vividas ao longo da pesquisa, em que defendíamos que uma metodologia de ensino que favorecesse uma compreensão relacional das definições em matemática seria um instrumento eficaz no que se refere à linguagem, amenizando, desse modo, alguns problemas relacionados ao ensino e à aprendizagem de Matemática.

A partir daqui buscaremos inserir tais ideias no contexto de sala de aula, nas turmas de licenciatura e na prática de professores, por meio de um diálogo entre as disciplinas de Metodologia de Ensino e Lógica, não como um intercâmbio de conhecimentos, como afirma von Glasersfeld (1996), mas como um incentivo à arte de aprender e buscar novos caminhos para a melhoria do Ensino de Matemática.

Tomando por base o nosso estudo, a ele atrelando o significativo conteúdo da epígrafe inaugural do trabalho, diria, com Gerard Martin, que esta pesquisa configura a Eternidade, representado no trabalho do jardineiro que quer se tornar, no jardim da criação, o parceiro de minhas esperanças. De fato, não consideramos aqui finalizados os estudos sobre as definições matemáticas, mas um novo começar que se abre em esperanças de novos estudos, metodologias e produção de conhecimentos que valorizem o saber e apontem caminhos para um ensino de Matemática mais acessível a todos.

## REFERÊNCIAS

ARAÚJO, J. L.; BORBA, M. C. (Orgs.) *Pesquisa Qualitativa em Educação Matemática*. Belo Horizonte: Autêntica, 2004.

AZÊVEDO, I. L. *Geometrizando no segundo ciclo: Relato de intervenção pedagógica voltada à construção de conceitos geométricos no ensino fundamental*. Universidade Federal do Rio Grande do Norte. Natal, 2005.

BRASIL. Ministério da Educação e do Desporto. Secretaria de Educação Fundamental. *Parâmetros Curriculares Nacionais: Matemática*. Brasília: MEC / SEF, 1997.

\_\_\_\_\_. Ministério da Educação e do Desporto. Secretaria de Educação Fundamental. *Parâmetros Curriculares Nacionais: Terceiro e Quarto Ciclos do Ensino Fundamental: Matemática*. Brasília: MEC / SEF, 1998.

\_\_\_\_\_. CONSELHO NACIONAL DE EDUCAÇÃO. Parecer CNE/CES nº 1.302/2001, de 06/11/2001. *Trata das Diretrizes Curriculares Nacionais para os Cursos de Matemática, Bacharelado e Licenciatura*. Brasília/DF: 2001. Disponível em < <http://portal.mec.gov.br/cne/arquivos/pdf/CES13022.pdf> >.

\_\_\_\_\_. INSTITUTO FEDERAL DO RIO GRANDE DO NORTE (IFRN). Resolução nº 09/2012-CONSUP/IFRN, de 01/03/2012. *Projeto Pedagógico do Curso Superior de Licenciatura em Matemática na modalidade presencial*. Natal/RN: 2012. Disponível em <<http://portal.ifrn.edu.br/campus/santacruz/licenciatura-em-matematica/projeto-pedagogico-do-curso-ppc>>.

D'AMBRÓSIO, B e STEFFE, L. *O Ensino Construtivista*. Coleção Em Aberto. Brasília: MEC / INEP, ano 14, nº 62, abr/jun, 1994.

EDWARDS, B.S.; WARD, M.B. Surprises from mathematics education research: Student (mis) use of mathematical definitions. *The American Mathematical Monthly*, 111, p. 411-424, 2004.

\_\_\_\_\_. The Role of Mathematical Definitions in Mathematics and in Undergraduate Mathematics Courses. In: CARLSON, M.; RASMUSSEN, C. (Eds.). *Making the Connection: Research and Teaching in Undergraduate Mathematics Education* MAA Notes #73, Washington, DC: Mathematics Association of America, 2008, p. 223-232.

FLICK, U. Entrevista episódica. In: BAUER, M. W.; GASKELL, G. (Orgs.). *Pesquisa qualitativa com texto, imagem e som: um manual prático*. Petrópolis: Vozes, 2002. p. 114-136.

FOSSA, J. A. Hamlet, Antipholus e Antipholus: Lucubrações Pedagógicas sobre a História da Matemática. In: Quinto Encontro Nacional de Educação Matemática, 1995, Aracaju. *Anais do Quinto Encontro Nacional de Educação Matemática*. Aracaju: Sociedade Brasileira de Educação Matemática, 1995. v. 1. p. 281-283.

\_\_\_\_\_. Historical Ways of Teaching Mathematics. In: First ICMI East Asia Conference on Mathematics Education, 1998, Chungju. *Proceedings of the First ICMI East Asia Conference on Mathematics Education*. Seoul: Korea Society for Mathematical Education, 1998. v. 3. p. 423-428.

\_\_\_\_\_. *Teoria Intuicionista de Educação Matemática*. Natal: EDUFRN, 1998b.

\_\_\_\_\_. *Ensaio sobre a Educação Matemática*. Belém: EDUEPA, 2001.

\_\_\_\_\_. *Introdução às Técnicas de Demonstração na Matemática*. São Paulo: Editora da Física, 2009.

GIL, A. C. *Métodos e técnicas de pesquisa social*. 4. ed. São Paulo: Atlas, 1995.

LAVILLE, C.; DIONNE, J. *A construção do saber: manual de metodologia da pesquisa em ciências humanas*. Porto Alegre: Artes Médicas; Belo Horizonte: UFMG, 1999.

LOPES, A. J. *Dia da Matemática e a obra didática de Malba Tahan, para além do homem que calculava*. Sociedade Brasileira de Educação Matemática (SBEM): Boletim nº 13. Brasília, 2012.

KLÜSENER, R. Ler, escrever e compreender a matemática, ao invés de tropeçar nos símbolos. In: NEVES, Iara C. B. et all (orgs.) *Ler e escrever*. Compromisso de todas as áreas. Porto Alegre: UFRGS, 1998. p. 177-191.

MENDES, I. A. A investigação histórica como agente da cognição matemática na sala de aula. In: MENDES, Iran Abreu; Fossa, John Andrew; VALDÉS, Juan Nápoles. (org.). *A história como agente de cognição na Educação Matemática*. Porto Alegre: Editora Sulina, 2006.

\_\_\_\_\_. *Ensino da Matemática por atividades: uma aliança entre o construtivismo e a história da matemática*. Natal, RN. 2001. 283p. Tese (Dotourado em Educação, Centro de Ciências Sociais Aplicadas, UFRN). Natal: UFRN, 2001.

\_\_\_\_\_. *Tendências da Pesquisa em História da Matemática no Brasil: A Propósito das Dissertações e Teses (1990 – 2010)*. Educ. Matem. Pesq., São Paulo, v.14, n.3, p.465-480, 2012.

MIGUEL, A. *Três estudos sobre História e Educação Matemática*. 1993. Tese (Doutorado em Educação) – Faculdade de Educação, Universidade de Campinas, 1993.

OLIVEIRA, C. C. de. *A sombra do arco-íris: um estudo histórico/mitológico do discurso pedagógico de Malba Tahan*. Tese (Doutorado em Educação) – Universidade de São Paulo, São Paulo, 2007.

PAIS, L. C. *Ensinar e aprender matemática*. Belo Horizonte: Autêntica, 2006.

SFARD, A. On the dual nature of mathematical conceptions: On processes and objects as different sides of the same coin. *Educational Studies in Mathematics*, 22, 1-36, 1991.

SKEMP, R. R. Relational understanding and instrumental understanding. *Mathematics teaching*, 81, 20–26, 1976.

\_\_\_\_\_. *Psicologia del aprendizaje de las matemáticas*. Trad. Gonzalo Gonzalvo Mainar. Madrid: Ediciones Morata, S. A. 1980.

SOARES, O. *Dicionário de Filosofia*, v. I, Editora: Instituto Nacional do Livro. Seminovo/usado. Luzes da Cidade Ipanema RJ – Rio de Janeiro, 1952.

SILVEIRA, M. R. A. O conceito em matemática e seus contextos. *Educação Matemática em Revista* (São Paulo), v. 20/21, p. 47-58, 2006.

SOUSA, E. K. V. *Um estudo sobre o ensino-aprendizagem das demonstrações matemáticas* / Dissertação (Mestrado) – Universidade Federal do Rio Grande do Norte, 2010.

SILVA, G. A. *Reconceitualização das categorias de Skemp de compreensão relacional e instrumental como critérios globais* / Tese (Doutorado em Educação) - Universidade Federal do Rio Grande do Norte, 2013.

TAHAN, M. *O problema das definições em Matemática – erros, dúvidas e curiosidades*. São Paulo: Saraiva, 1965.

\_\_\_\_\_. *A Lógica na Matemática*. São Paulo: Saraiva, 1966.

THIOLLENT, M. *Metodologia da Pesquisa-ação*. São Paulo: Cortez Editora, 2005.

VELLO, V. A incalculável herança d'O homem que calculava - Júlio César Malba Tahan de Mello e Souza. *Simpósio Malba Tahan*. Queluz, 2006.

VINNER, S. The Role of Definitions in teaching and learning of Mathematics. In: Tall, D. (Ed.) *Advanced Mathematical Thinking*, pp. (65-81), 1991.

VON GLASERSFELD, E. *Construtivismo radical: Uma forma de conhecer e aprender*. Coleção Epigênese e desenvolvimento. Lisboa: Instituto Piaget, 1996.



**APÊNDICES****Apêndice A: Questionário Inicial**

## Parte A (Perfil dos entrevistados)

1) Idade:

 16 a 18 anos  19 a 21 anos  22 a 24  24 a 26  27 ou mais

2) Sexo:

 Masculino  Feminino

3) Período que está cursando a graduação:

 Primeiro ou segundo  terceiro ou quarto  quinto ou sexto  a partir do sétimo

4) Curso:

 Licenciatura em Matemática  Bacharelado em Matemática Outro. Qual? \_\_\_\_\_

5) Cursou o Ensino médio em:

 Escola Pública municipal/estadual  Escola pública federal  Escola privada

## Parte B (Sobre a linguagem matemática, conceitos e definições matemáticas)

6) O que você entende por conceitos?

\_\_\_\_\_

7) O que você entende por definições matemáticas?

\_\_\_\_\_

8) Você costuma, antes de começar a demonstrar teoremas ou trabalhar determinados conteúdos matemáticos, estudar e/ou pesquisar os conceitos e definições matemáticas envolvidas na resolução? Explique sua resposta:

\_\_\_\_\_

\_\_\_\_\_

\_\_\_\_\_

9) Defina:

a) Homem \_\_\_\_\_  
\_\_\_\_\_

b) Ângulo \_\_\_\_\_  
\_\_\_\_\_

c) Reta \_\_\_\_\_  
\_\_\_\_\_

d) Raio \_\_\_\_\_  
\_\_\_\_\_

10) Discuta a definição de reta dada a seguir:

Reta é o caminho mais curto entre dois pontos<sup>103</sup>

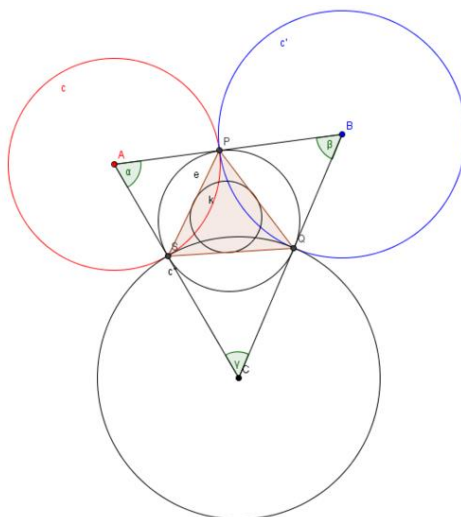
\_\_\_\_\_  
\_\_\_\_\_

11) Uma definição pode ter como função, algumas vezes, abreviar a linguagem, por exemplo:

Três circunferências de porção de reta que vai do centro a um ponto qualquer da circunferência 6 cm, 7 cm e 8 cm tangenciam-se externamente de modo que a primeira tangencia a segunda; a segunda tangencia a terceira e esta tangencia a primeira. Sejam P, S e Q os seus pontos de tangência. Calcule a porção de reta que vai do centro a um ponto qualquer da circunferência da circunferência inscrita no triângulo  $PSQ$ .

---

<sup>103</sup> Segundo Tahan (1965) essa definição é atribuída ao geômetra Arquimedes que viveu 200 anos antes de Cristo e repetida pelo Matemático francês Legendre no século XVIII.



Para simplificar a linguagem usamos, nesse caso, uma definição nominal ou explícita e, ao invés de escrever “porção de reta que vai do centro a um ponto qualquer da circunferência” seria bem mais simples escrever “raio”. Percebemos que assim teríamos poupado um esforço do leitor que não mais precisaria repetir uma frase longa ao longo do problema. Para isso, poderíamos sugerir que antes de ser dado o problema a ser resolvido o aluno fosse *informado* que:

Raio é uma porção de reta que vai do centro a um ponto qualquer da circunferência.

Com base no exemplo anterior, como poderíamos simplificar a linguagem na questão a seguir? Explique sua resposta:

São dados os números 18, 48 e 60. Achar o menor número inteiro, positivo, diferente de zero, que seja divisível exatamente por esses números.

---



---

- 12) No livro *Primeira aritmética para meninos*<sup>104</sup>, o autor José Theodoro de Souza Lobo, apresenta as seguintes definições para linha (que para o autor é o mesmo que reta) e ângulo:

**Linha** é a intercessão de duas superfícies, isto é, a extensão considerada somente em comprimento.

**Ângulo** é a extensão plana limitada, em parte, por duas linhas que se cortam.

<sup>104</sup> Obra aprovada pelo conselho de Instrução e por uma comissão da escola Militar do RS, no século XIX, editada mais de 80 vezes e adotada nas maiorias das escolas públicas e particulares até metade do século XX do referido estado.



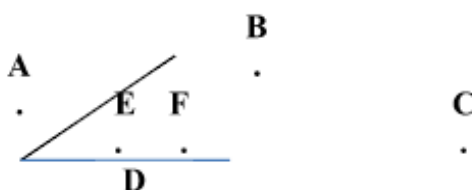
Comente a definição de ângulo apresentada por Souza Lobo:

---



---

13) Circule todos os pontos que estão dentro do ângulo:



14) Platão, ensinando aos seus alunos, definiu **homem** como **bípede implume**. Compare a definição usada por Platão com a que você realizou na questão 9:

---



---

15) Diógenes, o cínico, deitou um galo e o levou ao local de suas aulas, exclamando: “Eis o homem de Platão!”. Comente a afirmação de Diógenes sobre a definição de homem usada por Platão:

---



---

Parte C (Sobre a história da Matemática)

16) A importância do uso da História da Matemática como recurso didático é:

( ) extremamente importante ( ) Importante ( ) Pouco importante ( ) Desnecessário

Explique: \_\_\_\_\_

## Apêndice B: Questionário Final

Intervenção Didática: Módulo de Ensino sobre conceitos e definições matemáticas.

Questionário de avaliação final

Professora: EnneKarol

Nome: \_\_\_\_\_

\_\_\_\_\_

- 1) O que são conceitos?
  
  
  
  
  
  
  
  
  
  
- 2) O que é uma definição matemática?
  
  
  
  
  
  
  
  
  
  
- 3) Existe diferença entre conceitos e definições matemáticas?
  
  
  
  
  
  
  
  
  
  
- 4) Os textos discutidos em sala de aula ao longo do curso acrescentaram algo positivo à sua aprendizagem? Explique:
  
  
  
  
  
  
  
  
  
  
- 5) Segundo Orris Soares (1952) para a formação dos conceitos usa-se o pensamento. No pensamento separamos o que é particular aos indivíduos de um gênero para olhar o que eles têm em comum. Exemplo, no conceito de cão, desprezamos o que é particular ao dogue, ao galgo, ao boxer e conservamos os traços comuns. De acordo com o que discutimos em sala de aula comente essa afirmação tentando explicar, como você, um futuro professor faria para construir um conceito com seus alunos.

- 6) Malba Tahan (1966) escrevendo sobre a importância dos conceitos e ilustrando essa importância, afirma que seria uma grave contradição um professor ensinar aos seus alunos os casos de semelhança de triângulos, sem esclarecer ou ensinar previamente o conceito de semelhança. Você acha que esse é um problema já resolvido nos tempos atuais? Comente:
- 7) Vimos que os textos utilizados eram da década de 50 ou 60, Malba Tahan, já nesta época demonstrava uma preocupação sobre a importância das definições matemáticas para um ensino mais eficaz. Hoje, mais de 50 anos depois, você acredita que essas mudanças foram alcançadas ou ainda existe uma necessidade de uma maior atenção com relação a essas questões?
- 8) Segundo o plano de curso para a Licenciatura em Matemática (2012) no PERFIL PROFISSIONAL DE CONCLUSÃO DE CURSO um dos itens se refere ao desenvolvimento estratégias de ensino que favoreçam a criatividade, a autonomia e a flexibilidade do pensamento matemático dos estudantes, buscando trabalhar com mais ênfase nos conceitos do que nas técnicas, fórmulas e algoritmos. Isso é também uma orientação das ementas das disciplinas como, por exemplo, a de Cálculo (conforme figura abaixo):

Curso: <b>Licenciatura em Matemática</b>	Carga-Horária: <b>90h (120h/a)</b>
Disciplina: <b>Cálculo Diferencial e Integral I</b>	Número de créditos <b>06</b>
Pré-Requisito(s): <b>Matemática para Educação Básica II / Lógica Matemática</b>	

**EMENTA**

Limite e continuidade de funções. Função Derivada. Derivada de funções Trigonométricas, Exponencial e Logarítima. Derivada da função inversa. Aplicações da derivada. Anti-derivada. Propriedades da integral . Técnicas de integração. Integral Definida. Teorema Fundamental do Cálculo. Aplicações da Integral.

**PROGRAMA****Objetivos**

1. Compreender os conceitos de limites e derivadas. Estudar as funções e suas variáveis no contexto aplicado. Entender o conceito e os processos de integração e suas aplicações

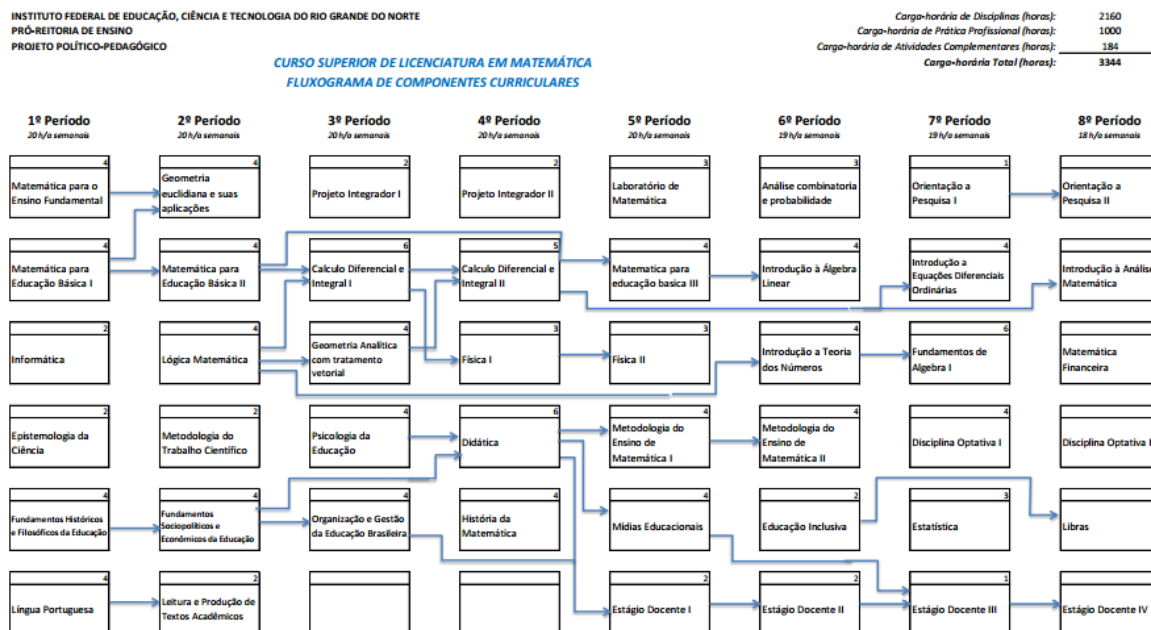
**Bases Científico-Tecnológicas (Conteúdos)**

1. Limite e continuidade: Noções intuitivas de limite (velocidade, reta tangente, seqüência e outros). Definição de limite para funções. Limite de um polinômio. Limite de funções racionais e irracionais. Limites laterais. Limites no infinito. Limite de função composta.
2. Derivada: Definição. Derivada de uma função num ponto (interpretação geométrica e cinemática). Funções derivadas. Regras de derivação (derivada da soma, do produto e do quociente). Regra da cadeia. Derivadas das funções trigonométricas e de suas inversas. Derivada das funções exponencial e logarítmica. Taxas de variação, aplicações. Estudo da variação das funções. Máximos e mínimos. Concavidade. Ponto de inflexão. Regras de L'Hospital.
3. Integral: Definição. Integral indefinida e técnicas de integração. Integrais trigonométricas. Integral definida como diferença entre áreas. Teorema fundamental do cálculo. Aplicações da integral: área, volume de sólidos pelo processo de fatias.

No recorte da ementa é possível perceber que um dos objetivos da disciplina é a compreensão dos conceitos. Como você avalia o que acontece realmente? Na disciplina de Cálculo cursada esse semestre houve essa preocupação por parte de vocês e/ou do professor em dedicar tempo na compreensão dos conceitos envolvidos? Explique:

- 9) Durante o curso a maioria dos participantes comentou que os conteúdos estudados deveriam estar mais presentes nas disciplinas do curso. Segundo o fluxograma a seguir (estrutura curricular do curso de Licenciatura em Matemática), em que disciplina(s) você sugere que seja incluído esse modelo de ensino sobre conceitos e definições matemáticas?

Figura 3 – Fluxograma de disciplina do Curso Superior de Licenciatura em Matemática, modalidade presencial.



10) Em sua opinião, esse curso deveria ser ministrado outras vezes? Que benefícios ele poderia trazer ao Ensino de Matemática? Que pontos positivos ou negativos você destacaria para futuros encaminhamentos da pesquisa?

Obrigada pela participação e empenho ao longo do curso.