



INSTITUTO FEDERAL DE EDUCAÇÃO, CIÊNCIA E TECNOLOGIA DO RIO
GRANDE DO NORTE

IFRN *CAMPUS* SANTA CRUZ

CURSO DE LICENCIATURA EM MATEMÁTICA

MARIA JOALICE AZEVEDO FAUSTINO

**MATEMÁTICA E MÚSICA EM UMA SEQUÊNCIA DIDÁTICA PARA O ENSINO DE
FRAÇÕES NO 7º ANO DO ENSINO FUNDAMENTAL**

SANTA CRUZ - RN

2023

MARIA JOALICE AZEVEDO FAUSTINO

**MATEMÁTICA E MÚSICA EM UMA SEQUÊNCIA DIDÁTICA PARA O ENSINO DE
FRAÇÕES NO 7º ANO DO ENSINO FUNDAMENTAL**

Monografia apresentada ao Curso de Licenciatura em Matemática do Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia do Rio Grande do Norte, como Trabalho de Conclusão de Curso, em cumprimento às exigências legais e como requisito parcial à obtenção do título de Licenciada em Matemática.

Orientador: Me. Emanuel Adriano Dantas
Coorientadora: Dra. Lenina Lopes Soares Silva

SANTA CRUZ - RN

2023

Faustino, Maria Joalice Azevedo

F268m Matemática e música em uma sequência didática para o ensino de frações no 7º ano do ensino fundamental / Maria Joalice Azevedo Faustino - 2023.
71 f.

Trabalho de Conclusão de Curso (Licenciatura em Matemática) – Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia do Rio Grande do Norte.
Orientador: Prof. Me. Emanuel Adriano Dantas

1. Matemática. 2. Música. 3. Ensino de frações. 4. Ensino fundamental. 5. Sequência didática. I. Dantas, Emanuel Adriano. II. Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnológica do Rio Grande do Norte. III. Título.

CDU 51:37

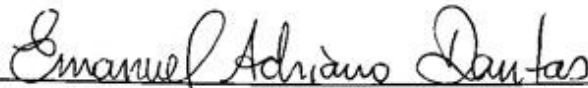
MARIA JOALICE AZEVEDO FAUSTINO

**MATEMÁTICA E MÚSICA EM UMA SEQUÊNCIA DIDÁTICA PARA O ENSINO DE
FRAÇÕES NO 7º ANO DO ENSINO FUNDAMENTAL**

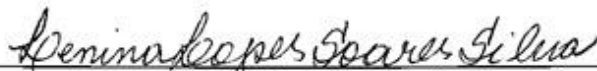
Monografia apresentada ao Curso de Licenciatura em Matemática do Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia do Rio Grande do Norte, como Trabalho de Conclusão de Curso, em cumprimento às exigências legais e como requisito parcial à obtenção do título de Licenciada em Matemática.

Monografia apresentada e aprovada em: 04/04/2023, pela seguinte Banca Examinadora

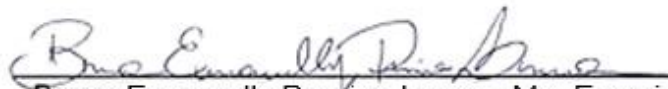
BANCA EXAMINADORA



Emanuel Adriano Dantas, Me. Orientador Presidente
Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia do Rio Grande do Norte



Lenina Lopes Soares Silva, Dra. Coorientadora Vice-presidente
Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia do Rio Grande do Norte



Bruna Emanuely Pereira, Lucena Ma. Examinadora
Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia do Rio Grande do Norte



Thaise Cristina Marcelino Matias, Ma. Examinadora Externa
Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia do Ceará

Dedico esse trabalho a minha mãe Jonalice,
a meus irmãos Ivana e Pedro
e a minha sobrinha Joana,
vocês são o amor da minha vida.

AGRADECIMENTOS

Agradeço primeiramente a Deus. Obrigada Senhor pelo seu amor, sua misericórdia e por ter me dado a sabedoria e a força que necessitei para concluir este trabalho.

Agradeço à minha família, de modo particular, à minha mãe Jonalice, por seu amor, seus cuidados e proteção. Aos meus irmãos Ivana e Pedro Junior, pelo amor e parceria que temos uns com os outros. Aminha sobrinha, Joana, que nascerá em breve, mas que titia já ama muito. A minha avó Joalice, pelo incentivo e compreensão espero compensar minha ausência em breve. Ao meu padrasto, meus tios, em especial tio Roberto, e a Abraão, meu namorado. Por sempre me incentivarem a estudar e ser uma pessoa melhor, sou grata a Deus por ter todos vocês em minha vida.

Agradeço a todos os professores que contribuíram para minha formação durante a graduação, em especial ao meu orientador Me. Emanuel Adriano Dantas e a minha coorientadora Dra. Lenina Lopes Soares Silva.

Aos meus colegas de turma, 2017.1, vocês são feras! Agradeço de forma carinhosa e especial às minhas amigas Ana Carolina e Janyne Brenda, as quais me permitiram partilhar minhas dores e alegrias sempre que podíamos, as quero para sempre comigo.

A todos os meus amigos, em nome de Iraneide Lira, a quem agradeço por todo carinho, que nossa amizade seja para sempre assim.

Agradeço as professoras mestras Bruna Emanuely Pereira Lucena e Thaise Cristina Marcelino Matias, por terem aceitado o convite de participar da banca, e contribuir com este trabalho.

Agradeço ao Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia do Rio Grande do Norte *Campus* Santa Cruz que durante a graduação passou a ser minha casa e a todos os funcionários com quem convivi durante esse tempo, por todo carinho e atenção.

Por fim, agradeço a CAPES pela contribuição ao longo da minha formação, na qual fui bolsista dos programas Programa Institucional de Bolsas de Iniciação à Docência e Residência Pedagógica.

A todos obrigada por tudo e por tanto!

O Senhor é minha luz e minha salvação, a quem temerei? O Senhor é o protetor de minha vida, de quem terei medo?

(BIBLIA SAGRADA – Salmos 27:1)

RESUMO

Trata-se de uma monografia de conclusão do curso de Licenciatura em Matemática, do Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia do Rio Grande do Norte – *Campus* Santa Cruz. Nela investigou-se, por meio da pesquisa bibliográfica, as relações entre a Matemática e a Música com o objetivo de elaborar uma proposta de sequência didática abordando o ensino de frações através da teoria musical. A proposta é destinada para turmas do 7º ano do ensino fundamental que faz parte da educação básica do Brasil, conforme a análise de documentos normativos como a Base Nacional Curricular. Assim sendo, a metodologia de pesquisa é qualitativa de cunho bibliográfico e documental, tendo como fundamento oito trabalhos antecedentes sobre o tema disponíveis no Catálogo de Teses e Dissertações da Capes, no sentido de justificar a pesquisa-ação-colaborativa apresentada como proposta de ensino. Conclui-se essa monografia com a proposta de sequência didática para o ensino de frações no 7º ano do ensino fundamental, utilizando a Música como suporte didático para as atividades a serem desenvolvidas no ensino de Matemática.

Palavras-chave: Matemática; Música; Ensino de Frações; Ensino Fundamental; Sequência Didática.

ABSTRACT

This is a monograph for the completion of the Licentiate in Mathematics course at the Federal Institute of Education, Science and Technology of Rio Grande do Norte - Campus Santa Cruz. It investigated, through bibliographical research, the relationship between Mathematics and Music with the objective of elaborating a proposal for a didactic sequence approaching the teaching of fractions through musical theory. The proposal is aimed at classes in the 7th year of elementary school, which is part of basic education in Brazil, according to the analysis of normative documents such as the National Curricular Base. Therefore, the research methodology is qualitative, bibliographical and documental, based on eight previous works on the subject available in the Catalog of Theses and Dissertations of Capes, in order to justify the collaborative-action-research presented as a teaching proposal. This monograph concludes with the proposal of a didactic sequence for teaching fractions in the 7th year of elementary school, using Music as a didactic support for the activities to be developed in the teaching of Mathematics.

Keywords: *Mathematics; Music; Teaching Fractions; Elementary School; Following teaching.*

LISTA DE FIGURAS

Figura 1 – Disposição das notas no pentagrama.	18
Figura 2 – Pentagrama	18
Figura 3 – Linhas suplementares	19
Figura 4 – Clave de sol, 2ª linha (indicando a posição da nota sol)	19
Figura 5 – Clave de fá, 4ª linha (indicando a posição da nota fá)	20
Figura 6 – Clave de dó, 3ª linha (indicando a posição da nota dó)	20
Figura 7 – Claves de sol e fá para piano	21
Figura 8 – Compasso musical	22
Figura 9 – Fórmula do compasso	23
Figura 10 – Pitágoras	25
Figura 11 – Monocórdio	25
Figura 12 – Mapa mental Música na BNCC - 2018	30
Figura 13 - Procedimentos metodológicos	41
Figura 14 – Nuvem de Palavras	47
Figura 15 – Construção do monocórdio	55
Figura 16 – Pentagrama	59
Figura 17 – Enumeração do pentagrama	59
Figura 18 – Clave de Sol	60
Figura 19 – Clave de Fá	60
Figura 20 – Clave de Dó	61
Figura 21 – Correspondência de figuras	62
Figura 22 – Completando compassos	63

LISTA DE QUADROS

Quadro 1 – Figuras e pausas musicais	21
Quadro 2 – Intervalo de oitava completo	28
Quadro 3 – Frações na BNCC/2018	34
Quadro 4 – Títulos e autores dos trabalhos encontrados – 2017 – 2020.	44
Quadro 5 – Tipo de pesquisa, objetivos e metodologias do estado do conhecimento sobre o tema	45
Quadro 6 – Plano de atividades	50
Quadro 7 – Questionário 1 – Diagnóstico	52
Quadro 8 – Figuras musicais	61

LISTA DE SIGLAS

BNCC	Base Nacional Comum Curricular
CAPES	Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior
IFRN	Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia do Rio Grande do Norte
IMPA	Instituto de Matemática Pura e Aplicada
LDB	Lei de Diretrizes e Bases da Educação Brasileira
MD	Material Didático
OBMEP	Olimpíada Brasileira de Matemática das Escolas Públicas
PMMD	Performances Matemáticas Musicais Digitais

SUMÁRIO

1 INTRODUÇÃO	12
2 REVISÃO DE LITERATURA: BIBLIOGRÁFICA E DOCUMENTAL	16
2.1 MÚSICA E ENSINO DE MATEMÁTICA	16
2.1.1 Noções acerca da teoria musical	16
2.1.2 Relações entre a Matemática e a Música	24
2.1.3 Música nos documentos que regem a educação básica	29
2.2 ENSINO FUNDAMENTAL E ENSINO DE FRAÇÕES	31
3 PROCEDIMENTOS METODOLÓGICOS DA PESQUISA	38
3.1 PESQUISA BIBLIOGRÁFICA: POR QUE E PARA QUÊ?	38
3.2 PESQUISA DOCUMENTAL: ONDE E COMO?	39
3.3 PESQUISA NA INTERNET E ESTADO DO CONHECIMENTO	39
3.4 PESQUISA-AÇÃO-COLABORATIVA: EM UMA PROPOSTA DE ENSINO DE FRAÇÃO E MÚSICA	40
4 ESTADO DO CONHECIMENTO SOBRE MÚSICA NO ENSINO DE FRAÇÕES	42
4.1 PROCEDIMENTOS METODOLÓGICOS	43
4.2 RESULTADOS E DISCUSSÃO	45
4.3 REFLEXÕES ADICIONAIS	48
5 PROPOSTA PARA O ENSINO DE FRAÇÃO NO 7º ANO DO ENSINO FUNDAMENTAL USANDO MÚSICA	49
5.1 SEQUÊNCIA DIDÁTICA	49
5.2 MONTAGEM DE ATIVIDADES PARA AULAS DESTINADAS AO ENSINO DE FRAÇÃO NO 7º ANO DO ENSINO FUNDAMENTAL USANDO MÚSICA	51
5.3.1 Atividade 1 – Monocórdio	52
5.3.2 Atividade 2 – Trabalhando compassos	57
6 CONSIDERAÇÕES FINAIS	68
REFERÊNCIAS	69

1 INTRODUÇÃO

É comum dizermos aos alunos que a Matemática está em toda parte, mas essa frase, se colocada apenas como uma afirmação pode vir carregada de pouco ou nenhum significado para os discentes. Além disso, frequentemente ouvimos por parte deles que não gostam de Matemática por ser uma matéria muito difícil, dentre outras variadas respostas. Por outro lado, se perguntarmos se gostam de Música os resultados são positivos, pois mesmo que não saibam cantar ou tocar algum instrumento costumam ouvir. Se queremos fazer com que os alunos percebam essa presença da Matemática no dia, encontramos uma oportunidade na temática: ensino de Matemática através da teoria musical.

Para Ribeiro (2013),

[...] A Música está presente no cotidiano dos alunos, e trazê-la para dentro da sala de aula ligando-a a conteúdos do currículo, fará com que este aluno entenda que a Matemática não está no currículo escolar somente para reprovar ou excluir e sim que é um conhecimento necessário para que o ser humano possa a partir dela melhorar a sociedade (RIBEIRO, 2013, p.9).

Assim, partindo desta percepção, pensamos de que maneira poderíamos utilizar a Música como agente facilitador no ensino de Matemática para despertar o interesse dos alunos pelos conteúdos dessa disciplina?

Diante de tal questionamento e seguindo as orientações da disciplina Seminário de Orientação de Pesquisa I, do curso de Licenciatura em Matemática, do Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia do Rio Grande do Norte - *Campus Santa Cruz*, nos propusemos a desenvolver uma pesquisa que conduzisse à criação de uma proposta de sequência didática para o Ensino de Matemática com a utilização da teoria musical, voltada para o ensino de frações com o tema: Matemática e Música. Com isso, esperamos colaborar para o ensino de matemática de uma forma mais prazerosa para os alunos.

A primeira motivação para a elaboração da proposta ocorreu após a autora assistir a um comercial da Olimpíada Brasileira de Matemática das Escolas Públicas (OBMEP)¹ edição 2020 que apresentava o tema daquele ano: Música e Matemática.

¹ A Olimpíada Brasileira de Matemática das Escolas Públicas - OBMEP é um projeto nacional direcionado às escolas públicas e privadas nacionais, realizado pelo Instituto de Matemática Pura e Aplicada - IMPA, com o

O Instituto de Matemática Pura e Aplicada (IMPA), destacou:

Você pode até não entender de Música. Mas não precisa ser nenhum especialista para notar que um instrumento pode emitir diferentes tipos de sons, se estiver com a corda inteira, dividida pela metade ou em três partes. E a resposta para isso está na Matemática! Esta magia quase imperceptível entre notas musicais e números é o tema da 16ª edição da Olimpíada Brasileira de Matemática de Escolas Públicas (IMPA, 2020).

A partir desse ano, iniciamos a busca por conhecer tais relações e como elas poderiam contribuir para a aprendizagem da Matemática posto que é uma das principais disciplinas ofertadas no currículo da Educação Básica, e uma das disciplinas consideradas mais difíceis pelos alunos.

Daí veio a escolha para o tema dessa monografia tendo em vista nosso apreço pela Música. Porém, foi necessário aprofundarmos estudos bibliográficos para legitimar tal envolvimento, após várias conversas com os orientadores desse trabalho de conclusão de curso, professores Dra. Lenina Lopes Soares Silva e o Me. Emanuel Adriano Dantas, optamos por pesquisar sobre a temática: Matemática e Música para o ensino de frações no 7º ano do ensino fundamental.

Iniciamos o estudo com o objetivo de elaborar uma proposta de sequência didática para aulas de Matemática utilizando a Música com ênfase no ensino de fração, de modo que pudéssemos mostrar as relações existentes e como essas relações podem proporcionar uma melhor aprendizagem aos alunos, pois a autora reconhece o quão significativo foi para ela aprender nas aulas de matemática (na escola) frações ao mesmo tempo que estudava nas aulas de música (no Programa de Erradicação do Trabalho Infantil - PETI) a parte teórica da Música, durante a infância. Além disso, constatamos a pequena quantidade de trabalhos que utiliza o monocórdio e compasso, que são respectivamente, instrumento de uma única corda e agente métrico do ritmo e que serão abordados no segundo capítulo, como objetos de pesquisa, e quando encontramos ambos no mesmo trabalho eram abordados de maneira separada. Assim, decidimos além de utilizar tais objetos, uni-los em uma única proposta.

apoio da Sociedade Brasileira de Matemática – SBM, e promovida com recursos do Ministério da Educação - MEC e do Ministério da Ciência, Tecnologia e Inovações– MCTI.

A OBMEP foi criada em 2005 com intuito de estimular o estudo da Matemática e identificar talentos na área. O que é a mesma. Coloque o nome é melhor.

Temos como objetivo geral ao longo do trabalho relacionar a Música com a Matemática pesquisando e analisando as produções sobre esse tema, a fim de produzir uma proposta de sequência didática sobre frações utilizando a teoria musical, destinando-a a alunos do 7º ano do ensino fundamental.

Para alcançar tal objetivo, definimos ser necessário:

- 1) Conceituar e fazer um apanhado histórico acerca das relações entre a Matemática e a Música e como podemos trabalhar essas relações no ensino de Matemática;
- 2) Mapear produções acadêmicas voltadas para o ensino de Matemática utilizando Música;
- 3) Propor uma sequência didática para o ensino de frações utilizando a teoria musical.

Esse trabalho em seu traçado procedimental apresenta uma pesquisa bibliográfica sobre as relações existentes entre a Matemática e a Música com ênfase no ensino de frações, com o intuito de propor uma sequência de atividades tendo a teoria musical como um instrumento metodológico capaz de promover o ensino de Matemática de forma criativa e prazerosa. Temos, assim, a expectativa de que vincular a Música ao ensino de Matemática poderá promover aprendizagem em Matemática de forma significativa para a vida dos discentes.

Este trabalho do tipo monografia de conclusão de curso é composto de 6 capítulos, o primeiro é esta introdução, nela apresentamos a justificativa pela qual foi desenvolvida tal trabalho, os objetivos gerais e específicos, seguido de um breve resumo da metodologia que será tratada no terceiro capítulo.

O segundo capítulo engloba a fundamentação teórica, no qual apresentamos uma revisão bibliográfica sobre a Música abordando a teoria musical já que ela possui maior ligação com o objeto de estudo, bem como as relações existentes entre a Música e o ensino de Matemática, além de uma revisão documental acerca do ensino fundamental e do ensino de frações na educação básica.

O terceiro capítulo, intitulado procedimentos metodológicos da pesquisa trata dos tipos de pesquisas utilizados neste trabalho de forma detalhada e justificada conforme o que foi planejado e declarado como objetivos geral e específicos da pesquisa.

O capítulo quatro aborda o estado do conhecimento sobre Música no ensino de frações, referindo-se às produções acadêmicas que pesquisaram o assunto

Matemática e Música e estão disponíveis no Catálogo de Teses e Dissertações da Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior (CAPES).

No capítulo cinco, denominado de Proposta para o ensino de frações no 7º ano do ensino fundamental usando Música, tratamos do objeto principal do nosso trabalho, nele apresentamos duas propostas de atividades para o ensino de frações com música.

As considerações finais trazem a percepção do que conseguimos atingir pesquisando sobre o tema e as expectativas ensejadas na conclusão da investigação.

2 REVISÃO DE LITERATURA: BIBLIOGRÁFICA E DOCUMENTAL

No decorrer deste capítulo temos o objetivo de conceituar e fazer um apanhado histórico acerca das relações entre a Matemática e a Música, informando como podemos trabalhar essas relações no ensino de Matemática.

Tal abordagem possui a finalidade de colaborar com possíveis pesquisas que possam surgir, vindas, principalmente, de professores que buscam alicerce para melhorar suas aulas de Matemática, mais precisamente do conteúdo de frações ministrado nos anos finais do Ensino Fundamental. Assim, esperamos contribuir no caminho árduo que é despertar o interesse de alunos para esta área do conhecimento, bem como para o conteúdo abordado.

Este capítulo está estruturado em dois subcapítulos, no primeiro tratamos sobre a Música e o ensino de Matemática, iniciamos definindo o que é Música, seguindo de uma breve explicação sobre a teoria musical, já que é de fato, a parte da Música que iremos trabalhar, e como ela está ligada ao ensino de Matemática. Além disso abordamos sobre as relações existentes entre a Música e a Matemática e como a Música é abordada nos documentos que regem a educação brasileira.

No segundo subcapítulo, abordamos a relação do Ensino Fundamental com o ensino de frações, segundo a legislação e normas do Brasil.

2.1 MÚSICA E ENSINO DE MATEMÁTICA

Este subcapítulo é composto de três subitens os quais no primeiro serão abordadas as noções acerca da teoria musical, no segundo tratamos sobre a relação entre Matemática e Música e no terceiro e último apresentamos a Música na BNCC (BRASIL, 2018).

2.1.1 Noções acerca da teoria musical

Este trabalho embora apresente grande parte da introdução da teoria musical, assunto de estudo para instrumentalização, inicialmente trabalhada na educação musical se utiliza desta como recurso metodológico para o ensino de Matemática, a fim de proporcionar e incentivar o conhecimento matemático. Para que haja uma

melhor compreensão sobre o assunto iniciamos abordando o significado de Música, seguido da apresentação de alguns termos que serão abordados ao longo do trabalho, como por exemplo: notas, pentagrama, claves, figuras musicais e compassos.

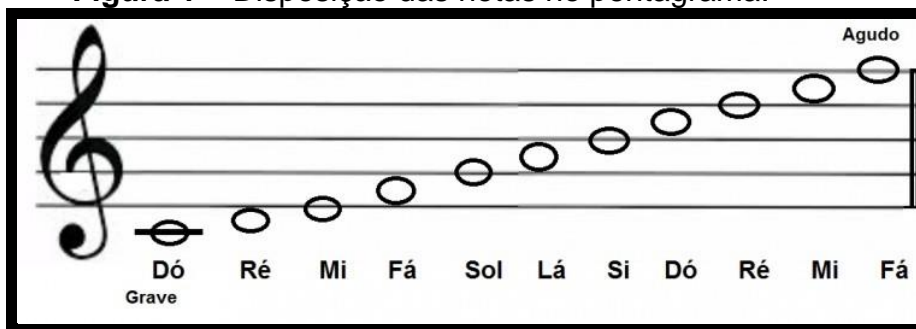
No dicionário *online* de português (2019), encontramos a definição de que Música é a reunião de quaisquer sons provenientes da voz, de instrumentos, que possuam ritmo, melodia e harmonia. Em concordância, Chaves (2018) afirma que Música é a arte de combinar sons.

Barreto e Chiarelli (2005) alegam que a Música possui uma linguagem universal e é considerada ciência e arte, tendo em vista as relações existentes entre os elementos musicais, a Matemática e a Física, sendo constituída por 4 elementos: som, ritmo, melodia e harmonia. Ainda em sintonia com os autores acima citados trazemos a definição de cada um dos elementos citados anteriormente:

- a) O **som** são as vibrações regulares produzidas por corpos elásticos que conseguimos ouvir e que se repetem com a mesma velocidade. Este pode ser medido de acordo com sua altura (agudo/ grave), duração (longo/curto), intensidade (forte/fraco) e timbre (característica de cada som).
- b) O **ritmo** é o resultado da duração de diferentes sons, longos ou curtos.
- c) A **melodia** é a sucessão de sons de maneira ordenada.
- d) A **harmonia** é a combinação simultânea de sons, ritmos e melodias.

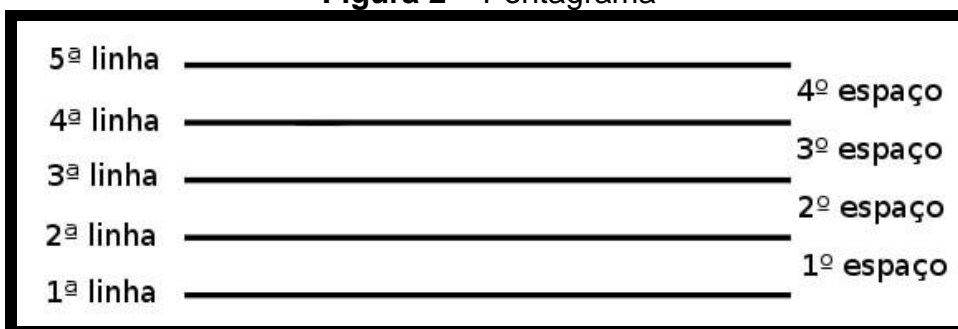
As vibrações podem variar entre vibrações regulares que produz som em altura definida, denominado de sons musicais ou notas musicais, um exemplo de som regular pode ser o som do violino. Ou vibrações irregulares que produzem som de altura indefinida, como por exemplo o barulho do trem.

De acordo com Chaves (2018) a Música possui sete notas musicais, que se repetem de sete em sete. Dó, Ré, Mi, Fá, Sol, Lá e Si. As notas são representadas no pentagrama através de símbolos, que conforme sua distribuição será indicada mais grave ou mais aguda, conforme representada na Figura 1.

Figura 1 – Disposição das notas no pentagrama.

Fonte: <https://.com.br/notas-musicais-pentagrama-clave-e-simbolos-musicais/notas-musicais-e-sua-representacao-na-pauta-clave-de-sol/>

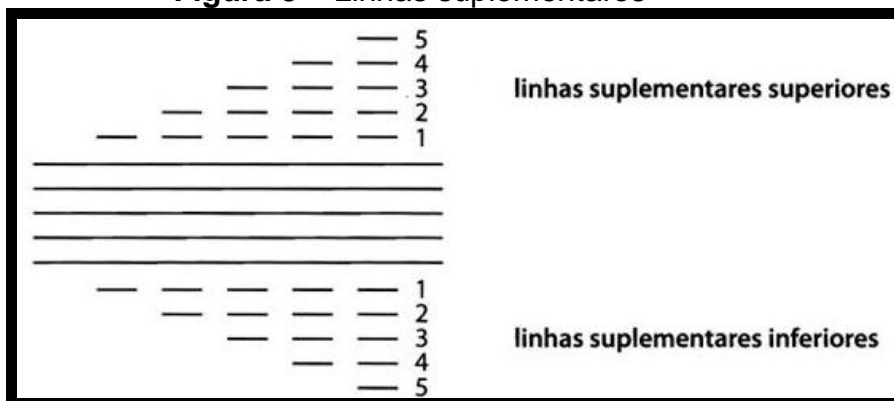
O pentagrama também conhecido como pauta, como vimos na Figura 1, é uma estrutura formada pelo conjunto de cinco linhas horizontais, paralelas e equidistantes que montam entre si quatro espaços, ele é utilizado para notação musical. As linhas e os espaços são contados de baixo para cima, como mostra a Figura 2.

Figura 2 – Pentagrama

Fonte: <https://www.aprendateclado.com/pentagrama/>

A nota que for escrita sobre os espaços não poderá passar para as linhas de cima ou de baixo, ou seja, terá que ficar entre uma linha e outra. Enquanto as que forem escritas sobre a linha deverá ficar com metade na parte superior e a outra metade na parte inferior.

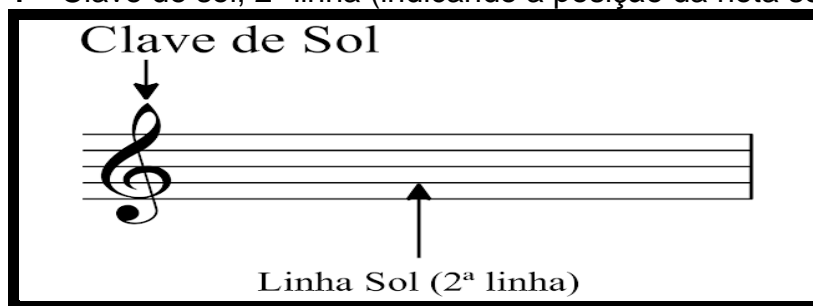
O pentagrama suporta apenas nove notas, então caso seja necessário simbolizar graficamente alguma nota mais aguda ou mais grave pode-se utilizar as linhas suplementares superiores ou inferiores, também classificadas como linhas auxiliares, como mostra a Figura 3.

Figura 3 – Linhas suplementares

Fonte: <http://acordecommusica.blogspot.com/p/teoria-musical.html>

Apenas descrever as notas no pentagrama não é suficiente para identificar a sua altura. Assim, para ajustar a posição delas usa-se um sinal no início do pentagrama, denominado de clave. Existem as claves de: sol, fá e dó. Cada uma delas indica a posição de uma das notas e todas as outras tomam-na como referência.

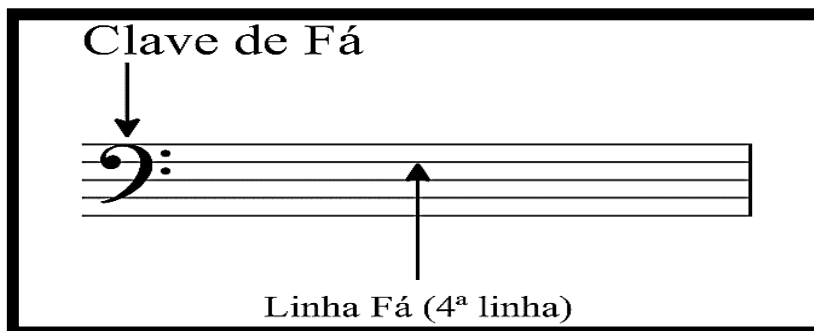
A clave de sol, como mostra a figura 4, determina que a nota sol ocupará a segunda linha da pauta, as demais notas ficarão dispostas em ordem como vimos na Figura 1. Essa clave é usada para sons agudos, em instrumentos como: violão, violino, cavaquinho, flauta, saxofone, trompete etc.

Figura 4 – Clave de sol, 2ª linha (indicando a posição da nota sol)

Fonte: <https://www.paulovaladao.com/2019/08/clave-de-sol.html>

A clave de fá (Figura 5) determina que a nota fá ocupará a terceira ou a quarta linha da pauta, sendo a quarta linha a mais utilizada. Essa clave é usada para sons graves, em instrumentos como: violoncelo, contrabaixo, trombone, sax tenor, tuba etc.

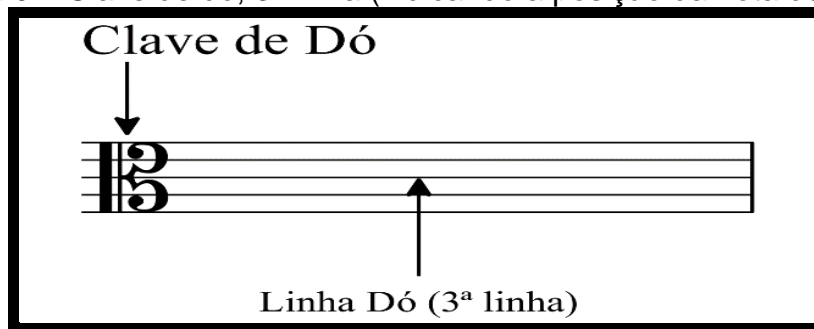
Figura 5 – Clave de fá, 4ª linha (indicando a posição da nota fá)



Fonte: <https://www.paulovaladao.com/2019/08/clave-de-fa.html>

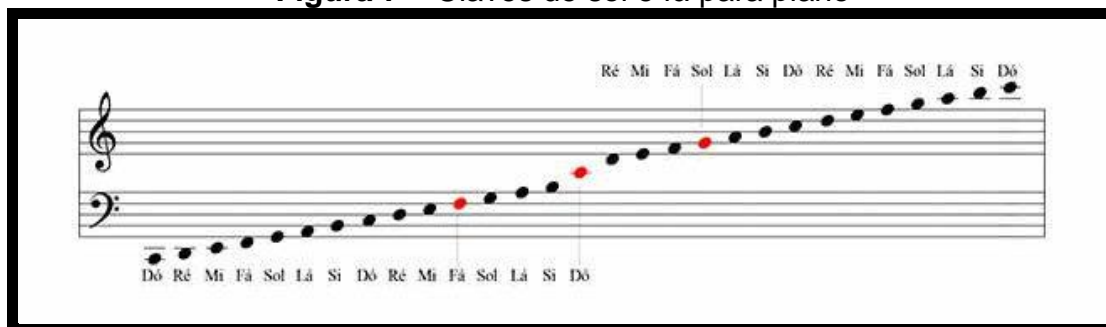
A clave de dó determina que a nota dó poderá ocupar a primeira, segunda terceira ou a quarta linha da pauta, sendo a terceira a mais usada. Essa clave é usada para sons médios, como se trata de uma clave pouco usada, um dos instrumentos que pode se utilizar da mesma é a viola (ver Figura 6).

Figura 6 – Clave de dó, 3ª linha (indicando a posição da nota dó)



Fonte: <https://www.paulovaladao.com/2019/08/clave-de-do.html>

Vemos que, instrumentos como o piano têm duas claves, no caso desse, usa-se a clave de fá para as teclas da esquerda, já que essas produzem sons graves, e a clave de sol para as teclas da direita, para a reprodução dos sons agudos. Ao centro utiliza-se uma linha para a nota dó central, como podemos observar na Figura 7.

Figura 7 – Claves de sol e fá para piano

Fonte: <https://blog.fritzdobbert.com.br/tecnicas/leitura-de-partituras-dicas/>

De acordo com Med (1996), no princípio eram as palavras que indicavam a duração de uma nota, contudo, no início do século XIII vieram as primeiras figuras, embora só no século XVII apareceram as figuras as quais utilizamos atualmente. Além das figuras que representam a duração de uma nota, existem as pausas que representam a interrupção do som. O quadro 1 apresenta nome de cada figura bem como o símbolo utilizado para sua representação e para sua pausa e a duração de cada figura.

Quadro 1 – Figuras e pausas musicais

Nome	Figura	Pausa	Duração
Semibreve			1
Mínima			$\frac{1}{2}$
Semínima			$\frac{1}{4}$
Colcheia			$\frac{1}{8}$
Semicolcheia			$\frac{1}{16}$
Fusa			$\frac{1}{32}$
Semifusa			$\frac{1}{64}$

Fonte: elaboração da autora.

Já existiram também as figuras: máxima, longa e a breve, que indicavam tempos longos e a quartifusa que indicava tempos mais curtos. A semibreve equivale ao dobro de uma mínima, essa por sua vez vale o dobro de uma semínima, que

corresponde ao dobro de uma colcheia, a colcheia equivale ao dobro da semicolcheia, que vale o dobro da fusa, a qual vale o dobro da semifusa.

Mais um elemento considerável na leitura das figuras musicais é o compasso musical, para Med (1996, p. 114) compasso é o agente métrico do ritmo. Eles são separados por linhas verticais denominadas barras de compasso ou travessão como mostra a Figura 8.



Fonte: <https://i0.wp.com/tablaturasecifras.com.br/wp-content/uploads/2017/03/como-ler-partitura-11.jpg>

Med (1996) ainda destaca que não se faz necessário grafar a barra no primeiro compasso, antes da clave ou depois dela.

O compasso musical é utilizado para organizar e facilitar a leitura da Música, representado por uma fração, apresenta parte da Música através de uma divisão em partes iguais. Suas unidades de medida são a Unidade de Compasso – UC, e a Unidade de Tempo – UT.

Também conhecida por unidade de som, com a UC a figura musical sozinha tem o valor que preenche o compasso inteiro. Enquanto a UT é o valor dado através do movimento do compasso, e o compasso se forma por esses movimentos.

O compasso pode ser especificado pela quantidade de UT, Unário – um tempo, binário – dois tempos, ternário – três tempos, quaternário – quatro tempos, e assim segue a classificação.

A classificação dos compassos seguindo os argumentos de Med (1996), quando afirma que: existem duas teorias, uma que é bastante estudada na França, Rússia e no Brasil, a teoria que compara os compassos de acordo com seu tempo através do valor simples, enquanto a outra caracteriza-os de acordo o número de tempos fortes existentes, sendo essa última mais explorada na Alemanha.

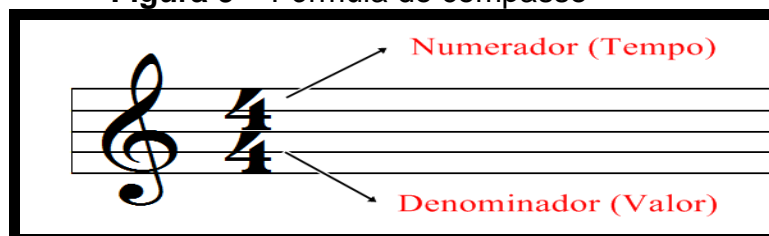
Tendo em vista que a primeira é a que se estuda aqui no Brasil decidimos seguir a linha de pensamento da teoria francesa. Ela subdivide os compassos em compasso simples e compasso composto.

O compasso simples utiliza a figura simples como unidade de tempo, tendo como principal característica a subdivisão de seus tempos em binário ou quaternário. Neste a fórmula do compasso determina que o numerador representa a quantidade de tempos e o denominador a qualidade de tempos.

O compasso composto utiliza a figura pontuada² como unidade de tempo, sua principal característica é a subdivisão de seus tempos em ternária. A fórmula do seu compasso é resultado da multiplicação da fórmula de um compasso simples pelo fator multiplicador $\frac{3}{2}$.

Continuando as definições sobre os elementos da teoria musical, algo muito importante para o estudo dos compassos é a fórmula do compasso, para Med (1996): a fórmula do compasso é o que indica o tamanho do compasso, escrita na forma de fração, posicionada sempre no início do compasso logo depois da clave. O numerador indica o tempo de cada compasso e o denominador indica o valor dos compassos como nos mostra a Figura 9.

Figura 9 – Fórmula do compasso



Fonte: <https://harmoniaeteoriamusical.com.br/formula-de-compasso-diferenca-entre-3-4-e-6-8/>

Agora que finalizamos a discussão sobre a teoria musical, já podemos observar a forte ligação dela com a Matemática no tocante ao assunto de frações, embora, este não seja o único conteúdo matemático que possui relações com a Música.

Uma das maneiras mais comum de utilizar a Música, durante todo o processo de ensino, não apenas no ensino de Matemática, como nas demais disciplinas, com início no ensino infantil são as paródias. Embora, essa não seja a única maneira de

² De acordo com Chaves (2018) a figura pontuada é a figura musical que recebe um ponto de aumento, este por sua vez aumentará o valor da figura em meio tempo, ou seja, se a figura vale 1 tempo passará a valer 1,5 tempo.

se trabalhar a Música no ensino de Matemática, tendo em vista que essa possui fortes relações com a teoria musical.

Santos-Luiz e colaboradores (2013) apontam quais os conteúdos matemáticos que se interligam aos conteúdos musicais:

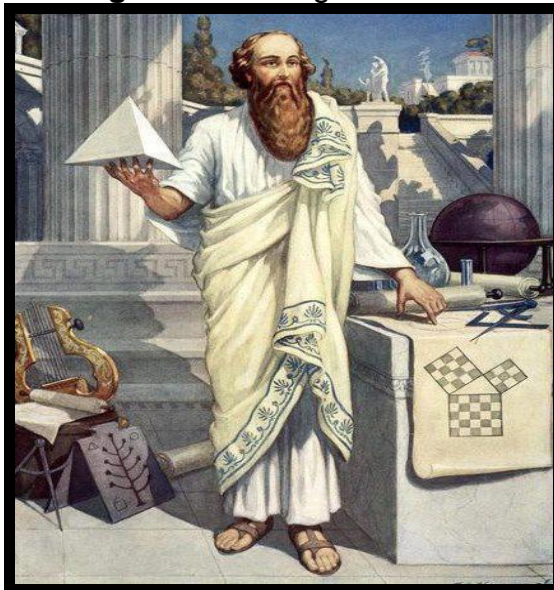
- I. os intervalos musicais estão associados a relações numéricas e proporções, a operações aritméticas, a logaritmos e a exponenciais;
- II. as escalas Pitagórica, Natural e Mesotônica ligam-se com as relações numéricas e proporções e os números racionais;
- III. os acordes ligam-se com as relações numéricas e proporções;
- IV. a harmonia relaciona-se com os múltiplos inteiros e as relações numéricas e proporções;
- V. o timbre associa-se a funções trigonométricas;
- VI. a duração das notas (figuras musicais) e sons relaciona-se com múltiplos inteiros, relações numéricas, proporções e operações aritméticas; notas e pausas (adição, multiplicação e divisão), tercina (divisão) e ligaduras de prolongação (adição);
- VII. a nota musical/som/frequência/altura do som liga-se com múltiplos inteiros, operações aritméticas na Escala do Temperamento igual (multiplicação e divisão), funções trigonométricas e logaritmos, entre outros.

Assim, reconhecendo tais conexões tratamos um pouco sobre as relações entre a Matemática e a Música no próximo subitem.

2.1.2 Relações entre a Matemática e a Música

As relações entre essas duas ciências é algo discutido a bastante tempo. Apesar de pesquisas comprovarem a origem da Música antes das civilizações gregas, foram os gregos que melhor desenvolveram sua escrita.

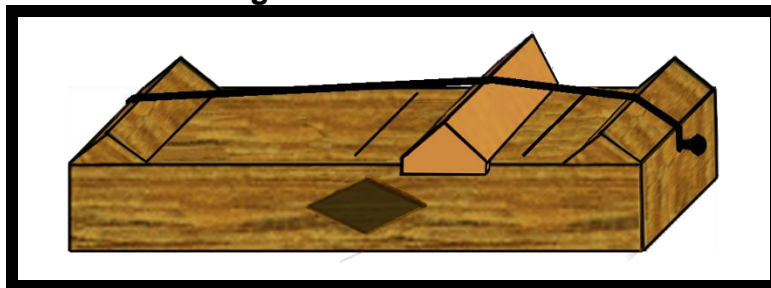
Tressino e Malaquias (2014) nos mostram que, Pitágoras percebeu a conexão existente entre a Música e a Matemática por volta do século VI a. C., enquanto passava por uma oficina onde batiam martelos em uma bigorna, percebeu a qualidade do som e a harmonia e pensou que essa estava relacionada às mãos. Ao examinar os martelos constatou que cada um conservou seu próprio som, e concluiu que os sons estavam relacionados ao peso de cada martelo.

Figura 10 – Pitágoras

Fonte: <http://www.vanialima.blog.br/2014/01/pitagoras-de-samos.html>

Para Abdounur (2003, p. 4): “Os pitagóricos foram os únicos até Aristóteles a fundamentar cientificamente a Música, começando a desenvolvê-la e tornando-se aqueles mais preocupados por este assunto” uma das experiências realizadas por Pitágoras foi o monocórdio.

Abdounur (2002) define que: “o monocórdio é um instrumento composto por uma única corda estendida entre dois cavaletes fixos sobre uma prancha ou mesa possuindo, ainda um cavalete móvel colocado sob a corda para dividi-la em duas seções” (ABDOUNUR, 2002, p. 4).

Figura 11 – Monocórdio

Fonte: <http://clubes.obmep.org.br/blog/aplicando-a-matematica-basica-construcao-de-um-monocordio/>

Para Abdounur (2002), Pitágoras observou que ao dividir a corda pela metade e tocá-la ela emitia um som semelhante ao da corda completa, porém mais agudo, o que na Música chama-se uma oitava acima, ao repetir a experiência pressionando a

corda $\frac{2}{3}$ esse novo som possuía uma relação com o som inicial, tido na Música como uma quinta, o mesmo aconteceu ao exercer uma pressão $\frac{3}{4}$, tida por uma quarta. Após estas análises esses intervalos passaram a ser nomeados por consonâncias pitagóricas, criando-se um sistema musical que se relacionava com os números inteiros.

Partindo de tal descoberta os pitagóricos ficaram fascinados com as relações entre a Matemática e as consonâncias, devido essa conexão ser expressa por frações de números inteiros entre 1 e 4, isso porque eles acreditavam que o número 4 era a origem de todo o universo, como aponta Abdounur (2002),

os pitagóricos consideravam o número quatro – o primeiro quadrado par – origem de todo universo, todo o mundo material representando a matéria em seus quatro elementos integrados: o fogo, o ar, a terra e a água. A importância do número quatro para os pitagóricos emergem ainda no cenário musical ao considerar o tetracorde – sistema de quatro sons, [...] como escala mais elementar e unidade fundamental da Música grega (ABDNOUNUR 2002, p. 6-7).

Encantado com a descoberta, Pitágoras decidiu ir além e encontrou o que hoje chamamos de harmonia, que segundo Almeida (2018), harmonia “é a união das notas tocadas simultaneamente, produzindo um som agradável aos ouvidos” (ALMEIDA, 2018, p.17).

Fonseca (2013) afirma que: “Pitágoras teria feito marcas na corda que a dividia em doze secções iguais; e que, ao tocar a corda na 6ª marca, na 8ª marca e na 9ª marca encontrou os sons [...] equivalentes às frações $\frac{x}{2}$, $\frac{2x}{3}$ e $\frac{3x}{4}$ ” (FONSECA 2013, p. 20).

Como consequência ele verificou as relações aritméticas, onde $\frac{12+6}{2} = 9$, ou seja 9 é a média aritmética entre 12 e 6 e $\frac{2}{\frac{1}{12} + \frac{1}{6}} = 8$, onde 8 é o resultado da média harmônica entre 12 e 6. Tais relações fundamentam a escala pitagórica, pois os números 6, 8, 9 e 12 formam uma proporção $\frac{6}{8} = \frac{9}{12}$, o que fazem os pitagóricos fortalece a relação entre a Música e a Matemática.

Assim, surge a escala diatônica também conhecida por escala pitagórica, que segundo Pereira (2013) é uma escala com 7 notas mais uma, a oitava, transformando-se em uma escala de 8 notas, como resultado das proporções descobertas.

Pereira (2013) nos diz que:

[...] A partir dessa descoberta, estava, então, formada a primeira escala musical, a mais elementar e a que serviu de base para a Música grega: a escala formada pelos quatro sons descobertos por Pitágoras, que hoje sabemos que eles representam a 1ª, a 4ª, a 5ª e a 8ª na escala atual (PEREIRA, 2013, p. 22).

Assim, pode-se encontrar sons equivalentes aos encontrados na primeira oitava, desde que continue a fracionar a corda em pedaços menores do que os que foram encontrados anteriormente. Esses sons continuam sendo oitavas, porém referem-se a eles como sendo a mesma nota uma oitava acima, o mesmo se aplica as quintas e quartas.

As oitavas são notas obtidas pela divisão do comprimento total x , pela metade. Essas notas possuem o mesmo tom da nota inicial, porém com tom mais agudo. Por

exemplo: $x, \frac{x}{2}, \frac{x}{4}, \frac{x}{8}, \dots, \left(\frac{1}{2}\right)^n \cdot x$.

De forma semelhante acontece com as notas escritas na escala das quintas $\frac{2x}{3}, \frac{x}{3}, \frac{x}{6}, \dots, \left(\frac{1}{2}\right)^n \cdot \frac{2x}{3}$, e na escala das quartas $\frac{3x}{4}, \frac{3x}{8}, \frac{3x}{16}, \dots, \left(\frac{1}{2}\right)^n \cdot \frac{3x}{4}$.

A princípio existiam 4 notas, como descritas abaixo:

- a) Dó₁ – x que corresponde a corda solta;
- b) Dó₂ – $\frac{x}{2}$ corresponde à metade da corda;
- c) Sol₁ – $\frac{2x}{3}$ correspondendo a dois terços da corda
- d) Fá₁ – $\frac{3x}{4}$ que corresponde a três quartos da corda toda.

As demais notas que faltam para completar a primeira oitava, Ré, Mi, Lá e Si, surgem através do remanejamento do ciclo das quintas, como alega Almeida (2018), que resulta em uma sequência de notas (anteriores e posteriores) distanciadas por intervalos de quinta.

De acordo com Pereira (2013),

[...] Partindo da razão definida para a quinta ($\frac{2}{3}$), pode-se determinar o ciclo das quintas da seguinte maneira: tomada uma nota como referência, por exemplo, DO, deve-se encontrar a quinta de DO, depois a quinta em relação à quinta, e assim por diante. Para tal, partimos de dois resultados já conhecidos, que definem o intervalo de uma oitava (PEREIRA, 2013, p. 25).

Em termos de comprimento de corda, como afirma Pereira (2013), a quinta de uma nota genérica pode ser definida por: $Q = \left(\frac{2}{3}\right) \cdot x_n$. Assim, para calcular a m -ésima

quinta da n -ésima oitava de uma corda com uma unidade de comprimento, podemos utilizar a equação descrita abaixo:

$$Q_m = \left(\frac{2}{3}\right)^m \cdot Dó_1$$

Logo, construindo a quinta de $DÓ_1$, temos:

- e) A quinta de $DÓ_1$: $\frac{2}{3} \cdot 1 = \frac{2}{3}$, o que equivale a nota SOL_1 .
- f) A quinta de SOL_1 : $\frac{2}{3} \cdot \frac{2}{3} = \frac{4}{9}$, essa fração resultante equivale a nota $RÉ_2$.
Porém, como essa nota está uma oitava acima, deve-se dobrar o comprimento da corda para representar $RÉ_1$, assim, $2 \cdot \frac{4}{9} = \frac{8}{9}$.
- g) A quinta de $RÉ_1$: $\frac{2}{3} \cdot \frac{8}{9} = \frac{16}{27}$, que é a fração equivalente a nota $LÁ_1$.
- h) A quinta de $LÁ_1$: $\frac{2}{3} \cdot \frac{16}{27} = \frac{32}{81}$, que equivale a nota Ml_2 , como está uma oitava acima faremos de modo semelhante ao que fizemos com a nota $RÉ_2$, dobrando o comprimento da corda teremos que: $2 \cdot \frac{32}{81} = \frac{64}{81}$ e essa fração resultante é a correspondente a nota Ml_1 .
- i) A quinta da nota Ml_1 : $\frac{2}{3} \cdot \frac{64}{81} = \frac{128}{243}$ que corresponde a nota Sl_1 .

Assim como vimos no processo acima, sempre que necessário poderemos dobrar o comprimento da corda, desde que a nota esteja na segunda oitava, para transportá-la para a primeira oitava.

Depois de realizar os cálculos sabemos que a relação do comprimento da corda solta com cada nota, como vemos no Quadro 2.

Quadro 2 – Intervalo de oitava completo

Nota	$DÓ_1$	$RÉ_1$	Ml_1	$FÁ_1$	SOL_1	$LÁ_1$	Sl_1	DO_2
Intervalo	1 ^a	2 ^a	3 ^a	4 ^a	5 ^a	6 ^a	7 ^a	8 ^a
Fração correspondente	x	$\frac{8x}{9}$	$\frac{64x}{81}$	$\frac{3x}{4}$	$\frac{2x}{3}$	$\frac{16x}{27}$	$\frac{128x}{243}$	$\frac{x}{2}$

Fonte: elaboração da autora.

Embora, nosso trabalho tenha como base os experimentos de Pitágoras, podemos destacar ainda de acordo com Chaves (2018) e Miritz (2015) que matemáticos como: Arquitas de Tarento, Marin Mersenne, René Descartes, Pierre Fermat, Leonardo Euler, Jean Baptiste Joseph Fourier deram suas contribuições para as relações entre a Matemática e a Música. Além dos grandes matemáticos

Miritz (2015) ainda destaca grandes nomes da Música, como: Wolfgang Amadeus Mozart e Ludwig Van Beethoven, que compuseram Músicas baseando-se nas relações entre essas duas ciências.

No subitem a seguir veremos como a Música é normatizada nos documentos que regulamentam a educação no Brasil.

2.1.3 Música nos documentos que regem a educação básica

De acordo com documentos normativos da educação brasileira:

A Música é a expressão artística que se materializa por meio dos sons, que ganham forma, sentido e significado no âmbito tanto da sensibilidade subjetiva quanto das interações sociais, como resultado de saberes e valores diversos estabelecidos no domínio de cada cultura (BRASIL, 2018, p. 196).

Alguns documentos da educação tratam sobre Música entre eles, temos os Parâmetros Curriculares Nacionais (PCN's) de 1998, a Lei nº 9.394 de 20 de dezembro de 1996 – Lei de Diretrizes e Bases da Educação Brasileira (LDB) que incluiu, através da Lei nº 11.769 de 18 de agosto de 2008, em seu artigo 26, § 6º “A Música deverá ser conteúdo obrigatório, mas não exclusivo, do componente curricular”. A lei estabelecia o prazo de três anos letivos para se adaptar às exigências e mais tarde, em 2016, sofreu algumas alterações passando a incluir a Música como parte integrante da disciplina de arte.

A Lei nº 13.278 de 02 de maio de 2016 ³que incluiu a Música como parte da grade curricular da disciplina de artes estabelecia o prazo de cinco anos para implantação das mudanças. Vale destacar que durante o prazo para inserção da referida lei surgiu a pandemia de COVID-19, fazendo com que esse prazo fosse postergado.

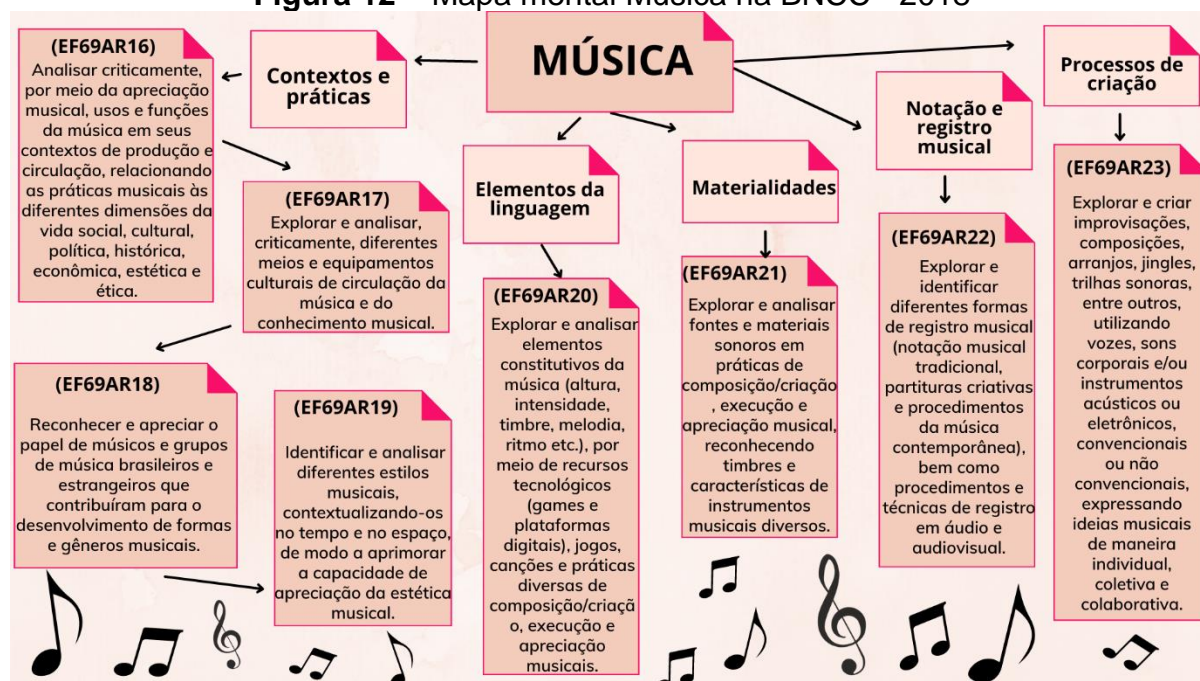
A Base Nacional Comum Curricular (BNCC) nos mostra que durante o período da educação básica o aluno deve desenvolver competências que garantam os resultados da aprendizagem em sua forma integral, colaborando para a formação de uma sociedade justa, democrática e inclusiva. Cada competência está associada a um componente curricular desenvolvida pelos objetos de conhecimentos, e cada um desses objetos traz consigo um conjunto de habilidades. Como mostra a BNCC/2018,

³ Essa lei estabelece que disciplina de artes seja composta das linguagens artísticas: artes visuais, dança, música e teatro.

[...] Para se garantir o desenvolvimento das competências específicas, cada componente curricular apresenta um conjunto de habilidades, relacionadas a diferentes objetos de conhecimento, aqui entendidos como conteúdos, conceitos e processos, que, por sua vez, são organizados em unidades temáticas (BRASIL, 2018, p.28).

A BNCC traz no capítulo destinado à disciplina de arte no ensino fundamental anos finais, cinco unidades temáticas, dentre elas a Música, esta unidade possui como objetos de conhecimento: contextos e práticas, elementos da linguagem, materialidades, notação e registro musical e processos de criação. Cada um dos objetos descritos possui as suas habilidades, conforme mostramos na Figura 12.

Figura 12 – Mapa mental Música na BNCC - 2018



Fonte: Elaborado pela autora

Tanto a Lei nº 9.394/1996 e a BNCC/2018 abordam a importância dos alunos da Educação Básica vivenciarem o contato com a aprendizagem da Música no Ensino Fundamental. Cabe a escola proporcionar e garantir a aprendizagem integral desse campo de conhecimento conforme as necessidades pessoais, sociais e familiares de cada aluno, sendo orientado por um profissional qualificado na área da Música. Para além disso, também é válido proporcionar a interdisciplinaridade entre as disciplinas foco desse estudo.

2.2 ENSINO FUNDAMENTAL E ENSINO DE FRAÇÕES

A educação básica brasileira é constituída por três níveis: educação infantil, ensino fundamental e médio (BRASIL, 1996). Iremos abordar sobre o ensino fundamental anos finais, tendo em vista que é nesse nível de ensino que se encaixa a proposta deste trabalho.

O ensino fundamental é obrigatório e gratuito em todo território nacional, seu objetivo principal é a formação básica do cidadão, com duração de 9 anos e é considerado a etapa mais longa da educação básica, os alunos ingressam neste nível de ensino por volta dos 6 anos de idade e concluem por volta dos 14 anos de idade já na fase adolescente.

O ensino fundamental em seus anos iniciais, destina-se às turmas do 1º ao 5º ano. Na maioria das escolas de ensino público, durante o ensino fundamental anos iniciais as turmas contam com apenas um docente ministrando as disciplinas básicas destinadas para essa etapa do ensino, com um professor pedagogo.

O ensino fundamental em seus anos finais envolve as turmas de 6º ao 9º ano, e a partir do 6º ano, cada disciplina conta com um docente de sua área de formação, por exemplo: o professor licenciado em Matemática ministra as aulas da disciplina: Matemática, e o de Artes pode ensinar Música e ou outras linguagens artísticas a depender de sua formação específica.

Passaremos a analisar alguns dos documentos que regem o Ensino Fundamental a começar pela Lei nº 9.394/1996 - que estabelece em seu artigo 4º, que o Estado só cumprirá seu dever com a educação quando garantir que o ensino fundamental seja ofertado de forma “obrigatória e gratuita”.

No artigo 32º a LDB estabelece a finalidade do Ensino Fundamental para a formação essencial do cidadão mediante:

- I - O desenvolvimento da capacidade de aprender, tendo como meios básicos o pleno domínio da leitura, da escrita e do cálculo;
- II - A compreensão do ambiente natural e social, do sistema político, da tecnologia, das artes e dos valores em que se fundamenta a sociedade;
- III - O desenvolvimento da capacidade de aprendizagem, tendo em vista a aquisição de conhecimentos e habilidades e a formação de atitudes e valores;
- IV - O fortalecimento dos vínculos de família, dos laços de solidariedade humana e de tolerância recíproca em que se assenta a vida social (BRASIL, 1996).

Assim, podemos identificar a importância desta lei para a garantia do desenvolvimento do aluno enquanto cidadão, pois ela estabelece que os discentes devem desenvolver a capacidade de aprender, frisando a importância de aprender a ler, escrever e calcular. Isso não significa que o aluno deixará de aprender sobre outros assuntos, embora deixe claro que esse aprendizado será a base de todos os outros, pois como bem se sabe a leitura nos permite compreender sobre qualquer assunto, além de permitir que o aluno possa conhecer assuntos didáticos ou de seu interesse familiar, social, cultural e etc., para isso ele poderá contar com a ajuda, do docente ou de colegas, ou até mesmo de forma individual. Atrelada à leitura está a escrita, quem lê bem escreve bem, desenvolvendo a capacidade de se comunicar melhor seja de forma escrita ou oral. Aprender a calcular se torna algo necessário para vida de qualquer pessoa, pois à medida que passamos a participar da sociedade será necessário fazer uso de serviços como: transportes, supermercado, ou de outros serviços e atividades, até mesmo ao longo de todo o ensino básico, os quais envolvem cálculos simples e alguns um pouco mais complexos.

Estas finalidades garantem ainda que os discentes durante a etapa do ensino fundamental devem ainda compreender o ambiente ao qual eles estão inseridos no contexto natural, social, político e cultural, bem como os valores fundamentais para a sociedade. Dentre a compreensão cultural está inclusa compreender as artes, na qual se inclui o teatro, a pintura, a dança e a Música.

Assim, ao trabalhar Matemática e Música durante o ensino fundamental a escola de educação básica propiciará aos discentes o desenvolvimento de cálculos aliando-os à compreensão da Música que se encaixa nas artes abordadas na LDB.

Outro documento que orienta o ensino fundamental é a BNCC/2018,

é um documento de caráter normativo que define o conjunto orgânico e progressivo de aprendizagens essenciais que todos os alunos devem desenvolver ao longo das etapas e modalidades da Educação Básica, de modo a que tenham assegurados seus direitos de aprendizagem e desenvolvimento, em conformidade com o que preceitua o Plano Nacional de Educação (PNE) (BRASIL 2018, p. 7).

Passaremos agora a analisar o que esse documento orienta para o ensino fundamental no conteúdo de frações voltado para os anos finais do ensino fundamental.

Ao estudarmos a BNCC do ensino fundamental (BRASIL, 2018), na área da Matemática define que,

[...] A Matemática não se restringe apenas à quantificação de fenômenos determinísticos – contagem, medição de objetos, grandezas – e das técnicas de cálculo com os números e com as grandezas, pois também estuda a incerteza proveniente de fenômenos de caráter aleatório. A Matemática cria sistemas abstratos, que organizam e inter-relacionam fenômenos do espaço, do movimento, das formas e dos números, associados ou não a fenômenos do mundo físico. Esses sistemas contêm ideias e objetos que são fundamentais para a compreensão de fenômenos, a construção de representações significativas e argumentações consistentes nos mais variados contextos (BRASIL, 2018).

Apesar das pessoas associarem a Matemática apenas a cálculos e contagem por se tratar de uma ciência hipotético-dedutiva, que se apoia em axiomas e postulados, devemos lembrar que essa por sua vez também possui um papel heurístico baseado em experimentos que possibilitem uma melhor aprendizagem Matemática.

A BNCC destaca ainda a importância de, ao longo do ensino fundamental, possibilitar que o aluno relacione observações do mundo real às representações e associe essas representações às atividades de Matemática por meio de induções e conjecturas (BRASIL, 2018). Assim, espera que eles desenvolvam a capacidade de utilizar a Matemática para resolução de problemas afim de aplicar os conceitos para se chegar à determinada solução mediante a situação vivida.

A BNCC estabelece algumas competências específicas que garantem o desenvolvimento do aluno no componente curricular de Matemática. São elas:

1. Reconhecer que a Matemática é uma ciência humana, fruto das necessidades e preocupações de diferentes culturas, em diferentes momentos históricos, e é uma ciência viva, que contribui para solucionar problemas científicos e tecnológicos e para alicerçar descobertas e construções, inclusive com impactos no mundo do trabalho.
2. Desenvolver o raciocínio lógico, o espírito de investigação e a capacidade de produzir argumentos convincentes, recorrendo aos conhecimentos matemáticos para compreender e atuar no mundo.
3. Compreender as relações entre conceitos e procedimentos dos diferentes campos da Matemática (Aritmética, Álgebra, Geometria, Estatística e Probabilidade) e de outras áreas do conhecimento, sentindo segurança quanto à própria capacidade de construir e aplicar conhecimentos matemáticos, desenvolvendo a autoestima e a perseverança na busca de soluções.
4. Fazer observações sistemáticas de aspectos quantitativos e qualitativos presentes nas práticas sociais e culturais, de modo a investigar, organizar, representar e comunicar informações relevantes, para interpretá-las e avaliá-las crítica e eticamente, produzindo argumentos convincentes.
5. Utilizar processos e ferramentas Matemáticas, inclusive tecnologias digitais disponíveis, para modelar e resolver problemas cotidianos, sociais e de outras áreas de conhecimento, validando estratégias e resultados.

6. Enfrentar situações-problema em múltiplos contextos, incluindo-se situações imaginadas, não diretamente relacionadas com o aspecto prático-utilitário, expressar suas respostas e sintetizar conclusões, utilizando diferentes registros e linguagens (gráficos, tabelas, esquemas, além de texto escrito na língua materna e outras linguagens para descrever algoritmos, como fluxogramas, e dados).

7. Desenvolver e/ou discutir projetos que abordem, sobretudo, questões de urgência social, com base em princípios éticos, democráticos, sustentáveis e solidários, valorizando a diversidade de opiniões de indivíduos e de grupos sociais, sem preconceitos de qualquer natureza.

8. Interagir com seus pares de forma cooperativa, trabalhando coletivamente no planejamento e desenvolvimento de pesquisas para responder a questionamentos e na busca de soluções para problemas, de modo a identificar aspectos consensuais ou não na discussão de uma determinada questão, respeitando o modo de pensar dos colegas e aprendendo com eles (BRASIL, 2018).

Dentre as oito competências citadas, podemos destacar a competência três, por se encaixar no que pretendemos trabalhar ao longo de nossa proposta para relacionar a Matemática com outra área de conhecimento que é a Música, desenvolvendo a autoestima e a perseverança na busca de soluções.

A BNCC/2018 divide ainda a área destinada à Matemática em cinco unidades temáticas: números, álgebra, geometria, grandezas e medidas e estatística e probabilidade, que orientam e formulam competências e habilidades a serem desenvolvidas ao longo de todo o ensino fundamental. Cada uma dessas unidades temáticas possui seus objetos de conhecimentos específicos e suas habilidades.

Observamos que, a BNCC/2018 possui algumas normas para o trabalho com o ensino de frações, no ensino fundamental anos finais (6º ao 9º ano), de forma continuada, ou seja, a partir do 6º ano, em sua unidade temática: números na qual informa sobre o que os alunos vão precisar compreender como objeto de conhecimento: “Fração e seus significados: como parte de inteiros, resultado da divisão, razão e operador” para desenvolver as habilidades, conforme estão descritas no Quadro 3, para cada ano do ensino fundamental anos finais descreveremos as suas habilidades relacionadas ao conteúdo de frações.

Quadro 3 – Frações na BNCC/2018

Ano	Objeto de conhecimento	Habilidades
6º	Frações: significados (parte/todo, quociente), equivalência, comparação, adição e subtração; cálculo da fração de um número natural; adição e subtração de frações	<p>(EF06MA07) Compreender, comparar e ordenar frações associadas às ideias de partes de inteiros e resultado de divisão, identificando frações equivalentes.</p> <p>(EF06MA08) Reconhecer que os números racionais positivos podem ser expressos nas</p>

		formas fracionária e decimal, estabelecer relações entre essas representações, passando de uma representação para outra, e relacioná-los a pontos na reta numérica. (EF06MA09) Resolver e elaborar problemas que envolvam o cálculo da fração de uma quantidade e cujo resultado seja um número natural, com e sem uso de calculadora. (EF06MA10) Resolver e elaborar problemas que envolvam adição ou subtração com números racionais positivos na representação fracionária.
7º	Fração e seus significados: como parte de inteiros, resultado da divisão, razão e operador	(EF07MA05) Resolver um mesmo problema utilizando diferentes algoritmos. (EF07MA06) Reconhecer que as resoluções de um grupo de problemas que têm a mesma estrutura podem ser obtidas utilizando os mesmos procedimentos. (EF07MA07) Representar por meio de um fluxograma os passos utilizados para resolver um grupo de problemas. (EF07MA08) Comparar e ordenar frações associadas às ideias de partes de inteiros, resultado da divisão, razão e operador. (EF07MA09) Utilizar, na resolução de problemas, a associação entre razão e fração, como a fração $\frac{2}{3}$ para expressar a razão de duas partes de uma grandeza para três partes da mesma ou três partes de outra grandeza.
8º	Dízimas periódicas: fração geratriz	(EF08MA05) Reconhecer e utilizar procedimentos para a obtenção de uma fração geratriz para uma dízima periódica.
9º	Potências com expoentes negativos e fracionários	(EF09MA03) Efetuar cálculos com números reais, inclusive potências com expoentes fracionários.

Fonte: Autoria própria baseada na BNCC/2018

Reafirmamos que, a proposta elaborada neste trabalho se volta para o 7º ano do ensino fundamental, concentrada no ensino de frações, abordando os assuntos de representação de frações, operações com frações, frações equivalentes, portanto, pretendemos colaborar para que sejam alcançadas as habilidades: (EF07MA05/06/07/09/09) – BNCC/2018.

Para iniciar a discussão sobre o ensino de frações abordando o seu conceito e seus diferentes significados nos reportamos a Trajano (1948) que define fração

como: “uma ou mais partes iguais de uma unidade. A palavra fração vem do latim *rango*, que quer dizer: Eu quebro! Uma fração é, portanto, uma ou mais partes iguais de um todo que na numeração tem o nome de unidade ou de 1” (TRAJANO, 1948, p. 73).

A ideia de se trabalhar frações como parte do todo é a mais difundida durante o ensino deste conteúdo, embora a BNCC/2018 ressalte a importância de aprender o conteúdo de frações relacionado as ideias de: partes de inteiros, resultado da divisão, razão e operador (BRASIL, 2018).

Já Nunes (2003) e Kieren (1988) indicam cinco significados para o ensino de frações: número, relação parte-todo, medida, quociente e operador multiplicativo. Descrevemos de maneira resumida cada um desses significados.

- a) A fração como **número**, pode ser representada como um ponto na reta numérica, de maneira semelhante a representação dos números inteiros, podendo ser representada de forma ordinária ou decimal e não precisa se referir necessariamente a quantidades específicas (NUNES, 2003).
- b) A fração como **relação parte-todo** é a repartição de um todo em n partes iguais, cada parte pode ser representada como $\frac{1}{n}$. Assim a parte de cima denominada de numerador indicará a quantidade de partes que foram tomadas e a parte de baixo nomeada de denominador indica em quantas partes o todo foi dividido. Este modelo é utilizado para representação de situações estáticas que careçam de procedimentos de dupla contagem (NUNES, 2003).
- c) Fração como **medida** se associa a relação de comparação entre duas variáveis, por exemplo os cálculos da probabilidade de um determinado evento acontecer, onde este é medido pela divisão entre a quantidade de casos favoráveis pela quantidade de casos possíveis (NUNES, 2003).
- d) A fração como **quociente** se apresenta em situações em que a divisão é utilizada para resolução de algum problema. Este significado ultrapassa o significado da relação parte - todo, pois este trabalha com duas variáveis distintas enquanto na relação parte – todo se utiliza uma única variável (NUNES, 2003).
- e) Fração como **operador multiplicativo** se aplica a situações em que a fração deve ser multiplicada ou dividida respectivamente pelo mesmo valor com

objetivo de se chegar ao valor desejado, variando de acordo com o valor inicial. Esta pode ser vista como um valor escalar a uma quantidade (NUNES, 2003).

Vale ressaltar que, embora, o conceito de frações englobe os significados acima descritos, que são defendidos tanto pela BNCC/2018 quanto pelos autores citados, a ideia de frações como parte do todo é a mais utilizada, além disso, é comum os livros didáticos introduzirem o conteúdo de frações baseando-se neste significado.

Ao finalizar este capítulo conseguimos perceber o quanto todas essas informações nele contidas podem despertar a curiosidade e o desejo de nos aprofundarmos no tema: ensino de frações.

No próximo capítulo mostraremos os procedimentos metodológicos utilizados neste trabalho.

3 PROCEDIMENTOS METODOLÓGICOS DA PESQUISA

Objetivamos ao longo deste capítulo discorrer sobre as metodologias e procedimentos utilizados durante todo o trabalho de pesquisa, no qual foram realizadas pesquisas de natureza básica e aplicada, dentre as quais podemos citar: pesquisa bibliográfica, pesquisa documental, pesquisa na *internet* e pesquisa-ação-colaborativa.

O capítulo está estruturado em quatro subcapítulos. No primeiro abordamos sobre a pesquisa bibliográfica, no segundo tratamos sobre a pesquisa documental, no terceiro discorreremos sobre a pesquisa na *internet* e estado do conhecimento, e finalizamos com o quarto subcapítulo tratando sobre a pesquisa-ação-colaborativa.

3.1 PESQUISA BIBLIOGRÁFICA: POR QUE E PARA QUÊ?

Utilizamos a pesquisa bibliográfica, com o intuito de realizar um levantamento de referências teóricas publicadas em livros, artigos e materiais publicados na *internet*, a fim de fundamentar este trabalho.

De acordo com Severino (2013),

[...] A pesquisa bibliográfica é aquela que se realiza a partir do registro disponível, decorrente de pesquisas anteriores, em documentos impressos, como livros, artigos, teses etc. Utiliza-se de dados ou de categorias teóricas já trabalhados por outros pesquisadores e devidamente registrados. (SEVERINO, 2013, p. 106).

Conforme nos mostra Severino (2013), a pesquisa bibliográfica serve como fonte de pesquisa, pois podemos trabalhar os textos com procedimentos analíticos. Assim, essa contribui com trabalhos acadêmicos que buscam compreender estudos anteriores sobre o tema tratado afim de embasamento, transformando-se em algo confiável no meio acadêmico.

No caso dessa pesquisa fizemos uma revisão de literatura sobre as relações entre a Matemática e a Música, pois objetivamos com esta construir para o ensino de matemática possibilitando aos leitores informações sobre o tema em foco.

Na pesquisa bibliográfica utilizamos trabalhos de monografias, dissertações e teses disponíveis em catálogos e anais, além de livros como os de Abdounur (2002, 2003), conforme apresentando no capítulo 2.

3.2 PESQUISA DOCUMENTAL: ONDE E COMO?

A pesquisa documental possui grande semelhança com a pesquisa tratada anteriormente, a bibliográfica, a principal diferença entre elas está nas disposições das fontes. Conforme afirma Gil (2002),

[...] A pesquisa documental assemelha-se muito à pesquisa bibliográfica. A diferença essencial entre ambas está na natureza das fontes. Enquanto a pesquisa bibliográfica se utiliza fundamentalmente das contribuições dos diversos autores sobre determinado assunto, a pesquisa documental vale-se de materiais que não recebem ainda um tratamento analítico, ou que ainda podem ser reelaborados de acordo com os objetos da pesquisa (Gil, 2002, p. 45).

Executamos tal tipo de pesquisa, no estudo dos documentos que regem o ensino de Matemática e o ensino de Música no Brasil, dentre os quais podemos citar a LDB/1996 e a BNCC/2018, com o objetivo de coletar informações que nos possibilitassem aplicar as metodologias trabalhadas na sequência didática elaborada para esse trabalho de conclusão de curso.

A pesquisa documental nos permitiu, ainda, assegurar que os dados coletados, nos documentos que estabelecem as normas para o ensino de Matemática no país, fossem pautadas em informações confiáveis para um melhor desenvolvimento dessa pesquisa.

3.3 PESQUISA NA INTERNET E ESTADO DO CONHECIMENTO

A *internet* tem se tornado uma ferramenta importante para pesquisa, pois possibilita que os pesquisadores do mundo todo tenham acesso a várias informações dentro de poucos instantes, nas mais diversas áreas do conhecimento.

De acordo com Severino (2013),

[...] A *Internet*, rede mundial de computadores, tornou-se uma indispensável fonte de pesquisa para os diversos campos de conhecimento. Isso porque representa hoje um extraordinário acervo de dados que está colocado à disposição de todos os interessados, e que pode ser acessado com extrema facilidade por todos eles, graças à sofisticação dos atuais recursos informacionais e comunicacionais acessíveis no mundo inteiro (SEVERINO, 2013, p. 117-118).

Como aponta o autor a *internet* permite uma maior facilidade e rapidez no acesso às informações. É importante destacar a necessidade de realizar a pesquisa em *sites* confiáveis para trabalhos acadêmicos.

Para a pesquisa do tipo estado do conhecimento buscamos na *internet*, no Catálogo de teses e dissertações da CAPES, suporte para mapear trabalhos acadêmicos e científicos anteriores a este, e que abordam as relações entre a Matemática e a Música como está disposto no capítulo 4 deste trabalho.

3.4 PESQUISA-AÇÃO-COLABORATIVA: EM UMA PROPOSTA DE ENSINO DE FRAÇÃO E MÚSICA

Tal tipo de pesquisa foi empregado para investigar a maneira como vem sendo ensinado o conteúdo de frações com a utilização da Música, para a partir de então propor uma maneira de ensinar tal conteúdo alinhado à Música de uma forma que venha a despertar o interesse dos alunos para o conteúdo trabalhado e para a Matemática de um modo geral, além de mostrar uma das aplicações do assunto estudado.

Segundo Ibiapina (2008) a pesquisa-ação-colaborativa coloca “os professores no centro da investigação, não simplesmente como objetos de análises, mas como sujeitos cognoscentes, ativos” (IBIAPINA, 2008, p. 11). Concordando com as palavras do autor nos utilizamos da pesquisa-ação-colaborativa com intuito de investigar ações educativas sobre o ensino de frações com Música, e de forma colaborativa propomos caminhos que permitam aos docentes avanços na qualidade do ensino do conteúdo proposto.

Essa pesquisa ora desenvolvida pode ser caracterizada como pesquisa-ação-colaborativa pois, como afirma Ibiapina (2008),

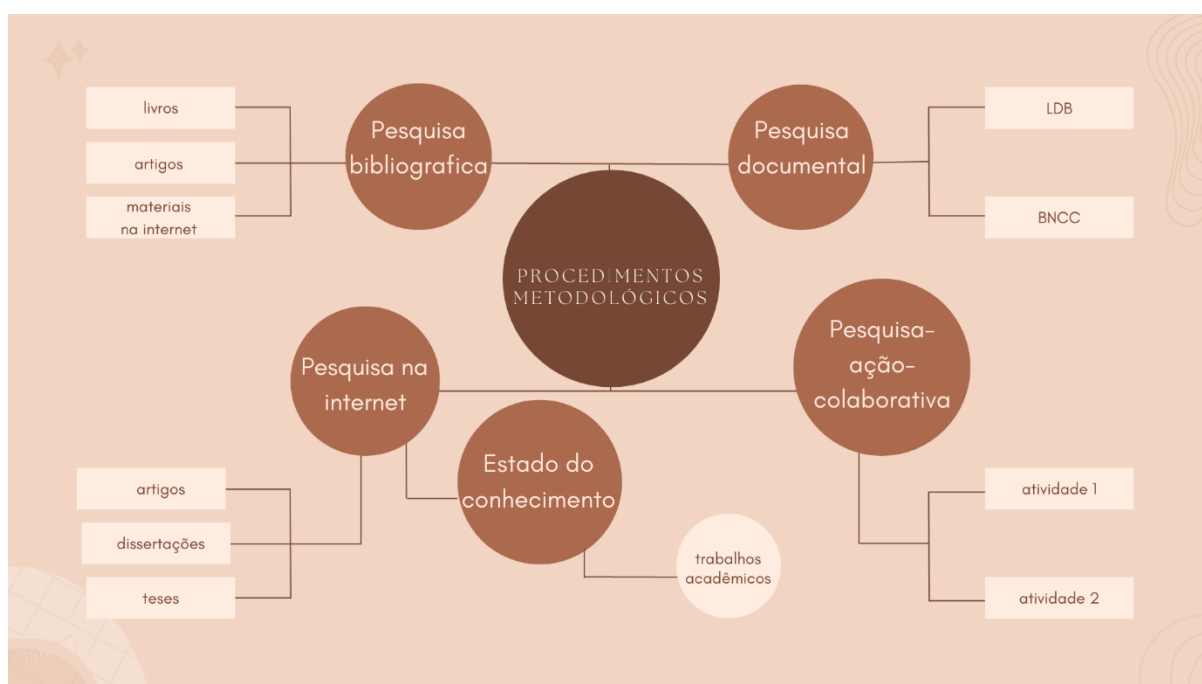
tanto os investigadores quanto os docentes tomam parte do processo investigativo, rompendo com a tendência de os pesquisadores utilizarem a lógica da racionalidade técnica que se restringe a descrever/ analisar, genericamente, a prática pedagógica. Nesse contexto, as práticas de investigação são substituídas por outras mais democráticas, em que o investigador deixa de falar sobre a educação, passando a investigar para a educação. Assim, o professor deixa de ser mero objeto, compartilhando com os pesquisadores a atividade de transformar as práticas, a escola e a sociedade, portanto, as pesquisas deixam de investigar sobre o professor e passam a investigar com o professor, trabalhando na perspectiva de contribuir para que os docentes se reconheçam como produtores de conhecimentos, da teoria e da prática de ensinar, transformando, assim, as

compreensões e próprio contexto do trabalho escolar (IBIAPINA, 2008, p. 12-13).

Assim, percebemos na pesquisa-ação-colaborativa novas possibilidades de trabalhar em conjunto, pesquisadores e docentes, a fim de transformar a realidade do ensino compartilhando decisões e tarefas decorrentes da pesquisa, tendo como aportes os resultados e as responsabilidades de forma coletiva.

Desta forma, finalizamos os procedimentos metodológicos utilizados nessa pesquisa os quais foram de grande importância para se alcançar os objetivos. A Figura 13 resume quais procedimentos utilizamos e onde se realizaram essas pesquisas.

Figura 13 - Procedimentos metodológicos



Fonte: elaboração da autora.

Após descrever todos os procedimentos metodológicos utilizados nessa pesquisa, traremos no próximo capítulo o estado do conhecimento sobre Música no ensino de frações.

4 ESTADO DO CONHECIMENTO SOBRE MÚSICA NO ENSINO DE FRAÇÕES

Antes de transferir algum conteúdo se faz necessário tomar conhecimento sobre tal assunto para posteriormente passá-lo adiante. Assim, antes de ir em busca do conhecimento precisamos de instruções para nortear a investigação com intuito de encontrar o que desejamos ou algo semelhante, na pesquisa acadêmica e científica isso ocorre quando buscamos os estudos antecedentes sobre o tema que estamos pesquisando. Nesse capítulo, é essa a intenção e o objetivo.

A trajetória acadêmica de um futuro docente é composta de pesquisas, averiguações, exames, investigações, buscas por novos conhecimentos, com a finalidade de oferecer contribuições positivas para o processo de ensino e de aprendizagem. Seguindo tal pensamento, buscamos por meio deste capítulo apresentar ao leitor, bem como trazer argumentos no que se refere à produção acadêmica e científica sobre o ensino de Frações com Música no Ensino Fundamental, disponíveis no Catálogo de Teses e Dissertações, da Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior (CAPES).

Desse modo, temos a pretensão de olhar a importância do tema desta monografia, pelo mapeamento do estado do conhecimento que nos oportunizou observar de forma ampliada, os trabalhos produzidos no Brasil, que puderam contribuir para a discussão sobre a temática deste estudo, considerando a ampla explicação e propagação de informações que este capítulo possibilitou verificar.

Assim, tomando esses pensamentos como base e acreditando que o professor de Matemática deve sempre buscar realizar estudos e experimentos, de modo colaborativo para que os alunos possam compreender os diferentes significados associados aos conteúdos para superar suas dificuldades. Além de viabilizar uma melhor aprendizagem Matemática pelo desenvolvimento de múltiplas competências, através da ligação e da sistematização entre conteúdos matemáticos e Música, desenvolvemos esse estudo.

Neste capítulo, procedemos um estudo do tipo estado do conhecimento com intuito de analisar e discutir os trabalhos que tratam da temática dessa monografia e de como ela vem sendo trabalhada. A pesquisa considerada como estado do conhecimento segundo Soares e Maciel (2020), é relevante para o avanço da ciência, pois tem a intenção de detectar temas comuns ao objeto de estudo do pesquisador

que a empreende, bem como de organizar periodicamente o conjunto de informações e resultados alcançados no seu campo de pesquisa, conduzindo a uma melhor compreensão quanto a determinadas características que se encontram na área de conhecimento investigada.

Nesse sentido, existe ainda a possibilidade desses estudos contribuírem para identificar subsídios teóricos e metodológicos, o estado da questão, e as inovações, além de permitir compreender a evolução e as características enfatizadas nas pesquisas na área. Sendo assim, para desenvolver uma pesquisa desse tipo é necessário compreender que se trata de uma pesquisa descritiva e analítica, na qual determinados procedimentos devem ser seguidos, dentre os quais: aqueles vinculados à identificação do tema, o espaço onde é feito o levantamento, os objetivos das pesquisas, as metodologias e as principais considerações.

Deste modo, estruturamos este capítulo em subcapítulos que são: no primeiro apresentamos os procedimentos metodológicos, metodologia, no segundo os resultados e a discussão e no terceiro as considerações sobre o estado do conhecimento sobre Música e ensino de frações.

4.1 PROCEDIMENTOS METODOLÓGICOS

A metodologia empregada neste momento da monografia traz uma abordagem de pesquisa de natureza bibliográfica e qualitativa seguida de procedimentos de pesquisa do tipo estado do conhecimento, por mostrar de forma clara o que já foi produzido sobre o tema em questão. Para sua realização cumprimos os seguintes passos:

1º - Sistematizamos o que havia à disposição no Catálogo de teses e dissertações da CAPES, para escolha do que realmente possuía relação com nossa pesquisa;

2º - Analisamos e discutimos os trabalhos encontrados na plataforma.

Para Prigol (2013), a metodologia intitulada, Estado do Conhecimento ou Estado da arte desenvolve pesquisa de aspecto bibliográfico, pois são acometidas de sistematização da produção de determinada área do conhecimento em um definido intervalo de tempo.

Sendo assim, mapeamos os trabalhos de dissertações e teses que tratam do ensino de frações, tendo como agente facilitador a Música, para buscar discutir o

estado do conhecimento sobre o ensino de frações com Música no Brasil. A pergunta chave que utilizamos foi qual o estado do conhecimento sobre ensino de frações com o uso de Música na produção acadêmico-científica brasileira?

O levantamento foi realizado no Catálogo de Teses e Dissertações da CAPES, onde pesquisamos por “Ensino Fundamental *And* Música” e encontramos um total de 1.148 trabalhos publicados de 1987 a 2021, refinamos a busca entre os anos de 2017 a 2020, na Área de Conhecimento e marcamos as opções: Ensino, Ensino de Ciências e Matemática, e Matemática, assim o número de publicações reduziu para 8 trabalhos, ambos sendo produções de dissertações de mestrado.

No Quadro 4 apresentamos os títulos em ordem alfabética e os autores dos trabalhos encontrados.

Quadro 4 – Títulos e autores dos trabalhos encontrados – 2017 – 2020.

Trabalho	Autor	Ano
Canções dos Parasitas: as paródias no Ensino Fundamental	Erika Coelho Mirre Peres	2017
Conexões entre Matemática e Música em produções científicas: uma rede de possibilidades para o Ensino Fundamental e Médio	Bianca Alves Pereira	2020
Educação Matemática: construindo performances matemático-musicais	Relinaldo Pinho De Oliveira	2017
Matemática e Música: relações entre as séries e transformadas de Fourier e a Teoria Musical	Fernando Da Silva Zanato	2017
Meu Jardim Secreto: um estudo de caso	Angelica Xavier Ono	2016
Música e Movimento no Ensino Fundamental	Ivanilde Lourenco Passos	2018
O Ensino de Ciências nos Anos Iniciais em uma Escola de Tempo Integral: introduzindo noções de acústica por meio da Música	Genivaldo Gomes Candido	2017
Uma proposta pedagógica para o ensino do número de ouro através do Software Geogebra na Educação Básica	Ana Paula Gomes Castro	2017

Fonte: elaboração da autora.

Após uma análise simples sobre os temas encontrados por meio de uma leitura, verificamos que 06 dos trabalhos encontrados (PERES, 2017; ZANATO, 2017; ONO, 2016; PASSOS, 2018; CANDIDO, 2017; CASTRO, 2017) não possuem relação com o objeto de pesquisa, por tratarem de temas direcionados à outras áreas do conhecimento que não a Matemática, ou não estavam voltados para os anos finais

do Ensino Fundamental, e por esse motivo não compõem a parte das análises e discussões.

Seguido da verificação acima descrita, passamos à leitura completa dos 02 trabalhos (PEREIRA, 2020; OLIVEIRA 2017) sobre os quais trataremos no próximo subcapítulo.

4.2 RESULTADOS E DISCUSSÃO

A partir dos levantamentos realizados foram escolhidos dois trabalhos acadêmicos. No Quadro 5 destacamos o tipo de pesquisa, objetivos e metodologia utilizadas em suas produções.

Quadro 5 – Tipo de pesquisa, objetivos e metodologias do estado do conhecimento sobre o tema

TÍTULO	AUTOR/ ANO	OBJETIVO	METODOLOGIA
Conexões Entre Matemática E Música Em Produções Científicas: Uma Rede De Possibilidades Para O Ensino Fundamental E Médio	Bianca Alves Pereira / 2020	Inventariar, analisar e sistematizar produções publicadas entre 2010 e 2019 que relacione Matemática e Música	Pesquisa estado da arte
Educação Matemática: Construindo Performances Matemático-musicais	Relinaldo Pinho de Oliveira / 2017	Relacionar a Matemática e Música utilizando como proposta de PMDs	Pesquisa qualitativa com aplicação

Fonte: Catálogo de Teses e Dissertações da CAPES

Como apenas duas publicações foram analisadas percebemos o emprego de diferentes metodologias, embora os objetivos sejam relacionar a Matemática com a Música, cada um dos autores buscou por meio de sua metodologia apresentar essas relações ao modo de cada trabalho, mas apenas Oliveira (2017) se dispôs a aplicá-lo com o intuito de tornar os conteúdos trabalhados em sala de aula mais dinâmicos e atrativos, o que colabora para essa pesquisa de forma substancial e prática.

Oliveira (2017), em seu trabalho final de mestrado teve o propósito de desenvolver Performances Matemáticas Musicais Digitais (PMMD) voltados para o ensino da Potenciação e Equação para os anos finais do Ensino Fundamental. Para

isso, utilizou de pesquisa bibliográfica qualitativa, observação participante com atividades referentes à escrita e composição de Músicas envolvendo conteúdos matemáticos, aplicação de atividades, entrevistas, grupo focal e gravação em áudio e vídeo.

De acordo com Oliveira (2017, pág.39): “A proposta de um trabalho envolvendo Matemática e Música objetiva abstrair alguns conceitos e buscar outras possibilidades de pensá-la além dos estereótipos associados a ela.” Essa proposição se coaduna com a intenção dessa presente pesquisa.

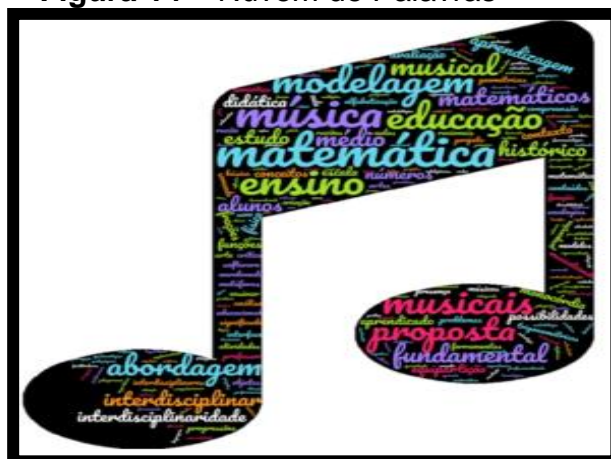
O autor destaca, ainda, o quanto os próprios alunos reconhecem as contribuições de se aprender Matemática utilizando a Música como recurso didático ao afirmar que,

[...] A ruptura se deu por meio de uma proposta diferenciada de trabalho, na qual o aluno, ele mesmo, tomou a responsabilidade por sua própria aprendizagem. As atividades propostas permitiram observar, de modo geral, que os alunos ficaram entusiasmados, alegre e satisfeitos em ter trabalhado, discutido, estudado e aprendido matemática, especificamente potenciação e equação, usando a construção de PMMs como recurso didático. Percebemos que para os alunos a aprendizagem desenvolvida sobre os conteúdos potenciação e equação no trabalho realizado ocorreu de forma espontânea e prazerosa (OLIVEIRA, 2017, p. 81).

Oliveira (2017) alega ainda que pôde perceber que os alunos puderam desenvolver a aprendizagem dos conteúdos trabalhados de forma espontânea e prazerosa. Tal conclusão nos indica que a proposição inicial da pesquisa foi alcançada e que ao elaboramos uma proposta de ensino de Matemática com Música podemos contribuir para tornar esse ensino e a aprendizagem mais prazerosos.

Pereira (2020) em sua dissertação, mostra as conexões existentes entre a Matemática e a Música utilizando a metodologia empregada neste capítulo que é o estado da arte. Nela a autora analisa e discute publicações entre os anos de 2010 a 2019, tipos de trabalho (artigo e dissertação), localização geográfica, plataforma onde foram publicadas, títulos e conexões entre os conteúdos matemáticos e musicais. Além disso ela aponta as potencialidades, possibilidades, contribuições e limitações, desafios e dificuldades encontrados nos trabalhos analisados e estudados por ela. A autora também criou uma nuvem de palavras, em forma de nota musical, para sintetizar os títulos das pesquisas por ela analisadas, como podemos ver na Figura 14.

Figura 14 – Nuvem de Palavras



Fonte: Pereira (2020, p.75)

Pereira (2020) alega também que, “[...] Nota-se, portanto, que há diversas potencialidades, possibilidades e contribuições e até mesmo limitações, desafios e dificuldades que podem ser aproveitadas para se obter melhores resultados na integração da Música nas aulas de Matemática do Ensino Básico”. (PEREIRA, 2020, p. 105). Como potencialidades, possibilidades e contribuições a autora aponta que é possível:

- Explorar a Matemática em um contexto artístico/musical;
- Trabalhar a matemática de modo interdisciplinar;
- Despertar interesse e motivação nos envolvidos;
- Valorizar a História e a Filosofia da Matemática e da Música;
- Explorar abordagens alternativas;
- Desenvolver raciocínio e construir conhecimentos;
- Aprender coletivamente;
- Desenvolver o senso crítico e reflexivo;
- Desenvolver atitudes proativas dos alunos;
- Permitir atitudes inovadoras dos professores;
- Refletir sobre a Educação Básica (PEREIRA, 2020, p.104).

Já como limitações, desafios e dificuldades

- Reconhecer o caráter parcial da relação matemática e música;
- Explorar didaticamente a relação sem priorizar um dos conhecimentos em detrimento do outro;
- Inserir conceitos musicais no currículo de matemática;
- Mudar a postura como professores;
- Buscar saber sobre o conhecimento dos alunos;
- Reconhecer que a relação matemática e música pode não atingir a todos os alunos (PEREIRA, 2020, p. 104).

Vimos, assim, que, os trabalhos de Oliveira (2017) e Pereira (2020) trouxeram contribuições para a temática em investigação tanto em termos teóricos quanto práticos e aplicados.

4.3 REFLEXÕES ADICIONAIS

Após as análises realizadas constatamos que tal discussão já vem sendo realizada no meio acadêmico a fim de produzir novas metodologias e didáticas que facilitem a compreensão de conteúdos matemáticos nos anos finais do ensino fundamental.

Com base no mapeamento que realizamos devido à pesquisa estado do conhecimento de Pereira (2020), podemos observar também que as relações entre a Matemática e a Música podem ser trabalhadas em várias áreas, tanto matemáticas como musicais, das quais podemos citar na Matemática: padrão, fração, razão, proporção, progressão geométrica, e na Música: ritmo, figura rítmica, intervalo, consonância e escala.

Pereira (2020),

[...] A relação entre Matemática e Música, [...], constitui-se uma teia de significados em que os nós: padrão, razão e proporção, fração, progressão geométrica, transformação geométrica, probabilidade, características de função, função exponencial, logaritmo, função trigonométrica, ritmo, consonância, intervalo, figura rítmica, escala, nota musical e onda sonora [...] (PEREIRA, 2020, p. 163).

Uma das metodologias empregadas na aplicação de um dos trabalhos estudados por Pereira (2020), podemos notar a presença da criação de paródia como forma de fixação de conteúdos abordados em sala de aula criada pelos próprios alunos, onde eles relatam ter absorvido melhor tais assuntos, após a criação das paródias

Nesse sentido, concluímos que, a Música quando inserida nas aulas de Matemática, permite um leque de possibilidades para o docente explicar aos discentes acerca dos conteúdos previstos nos documentos que regem à educação, de uma forma atraente e dinâmica, efetivando a presença marcante de tais ciências em nosso cotidiano.

5 PROPOSTA PARA O ENSINO DE FRAÇÃO NO 7º ANO DO ENSINO FUNDAMENTAL USANDO MÚSICA

Material Didático (MD) é qualquer instrumento útil ao processo de ensino aprendizagem. Portanto, MD pode ser um giz, uma calculadora, um filme, um livro, um quebra-cabeça, um jogo, uma embalagem, uma transparência, entre outros. (LORENZATO, 2012, p.18).

Apoiados nas ideias de material didático do professor Lorenzato (2012) e reconhecendo as dificuldades enfrentadas pelos docentes durante as aulas de Matemática no que se diz respeito a aprendizagem e interesse dos alunos por tal disciplina, traremos neste capítulo o produto da pesquisa, qual seja, uma sequência de ensino voltada para turmas do 7º ano do ensino fundamental, na disciplina Matemática na qual, o conteúdo abordado será frações.

Para essa finalidade trabalhamos com o monocórdio e com o compasso musical como recursos didáticos, pois acreditamos que tais ferramentas propiciam um bom aprendizado dos conteúdos trabalhados, além de atrair a atenção dos discentes, despertando interesse e atenção para o assunto.

Com o desejo de contribuir para a qualidade do ensino de Matemática, buscamos versar sobre o conteúdo de frações utilizando o instrumento musical monocórdio e compassos musicais, como ferramentas de ensino, pois acreditamos que desta maneira, as aulas da disciplina que, muitas vezes, são tidas como difíceis se tornarão algo atrativo, podendo influenciar de forma positiva na aprendizagem dos discentes.

Esse capítulo está subdividido em três subcapítulos, no primeiro apresentamos uma sequência de ensino, no segundo discorremos sobre os recursos didáticos que poderão ser utilizados para o ensino de frações com Música, no terceiro e último traremos a montagem de aulas para o ensino de frações com Música.

5.1 SEQUÊNCIA DIDÁTICA

Antes de iniciar achamos interessante trazer a definição de sequência didática, sendo assim, para Zambala (1988), sequência didática é “um conjunto de atividades ordenadas, estruturadas e articuladas para a realização de certos objetivos

educacionais, que têm um princípio e um fim conhecidos tanto pelo professor como pelos alunos (ZABALA, 1998, p. 18).

Zambala (1998) define uma sequência didática como um conjunto de atividades que além de seus objetivos precisam de início e fim, que deve ser de conhecimento dos nela envolvidos, docentes e discentes. Por concordarmos com suas ideias traremos a proposta de sequência a ser desenvolvida em turmas de 7º ano na disciplina de Matemática, conforme Quadro 6.

Quadro 6 – Plano de atividades

Escola:
Professor: Maria Joalice Azevedo Faustino
Público-alvo: 7º ano
Nº de aulas: 10 aulas
Área do conhecimento
Matemática
Tema
Fração com o monocórdio e o compasso
Conteúdos abordados
Representação de frações; Operações com frações; Forma fracionária e forma decimal; Frações equivalentes; Multiplicação; Divisão; Teoria musical (pentagrama, compasso e notas musicais).
Objetivos
Compreender a relação entre Matemática e Música, ligadas ao conteúdo de frações; Proporcionar o ensino de frações de maneira prazerosa; Observar as inteligências múltiplas contidas em sala de aula oportunizando a compreensão de conteúdo; Organizar o processo de ensino e aprendizagem de Matemática, de modo significativo.

Recursos didáticos
Monocórdio, régua, quadro, pincel, projetor, smartphones e material impresso.
Avaliação
Os alunos serão avaliados ao longo das aulas de forma contínua, conforme participação e envolvimento durante as atividades, bem como desempenho e compromisso apresentado em cada uma das atividades propostas.

Fonte: Autoria própria

Os conteúdos abordados nessa sequência didática podem ser definidos como:

- a) Representação de frações é a forma como uma fração pode ser representada simbolicamente, por exemplo: $\frac{a}{b}$ onde a é chamado de numerador e b de denominador;
- b) Operações com frações é o conjunto de operações (adição, subtração, multiplicação e divisão) a serem realizadas com números racionais em sua forma fracionária;
- c) Forma fracionária e forma decimal todo número escrito em forma de fração também pode ser representado de forma decimal. Para se obter o número em sua forma decimal basta realizar a divisão do numerador pelo denominador. Exemplo: forma fracionária $\frac{20}{100} = 0,2$ forma decimal;
- d) Frações equivalentes são frações que representam a mesma quantidade mesmo com numerador e denominador diferentes;
- f) Multiplicação é a operação entre dois números inteiros que tem por fim somar um deles tantas vezes quantas forem as unidades do outro; e
- g) Divisão é a operação que consiste em descobrir quantas vezes um número está contido em outro.

5.2 MONTAGEM DE ATIVIDADES PARA AULAS DESTINADAS AO ENSINO DE FRAÇÃO NO 7º ANO DO ENSINO FUNDAMENTAL USANDO MÚSICA

Neste subcapítulo iremos tratar da montagem de atividades para aulas que elaboramos com a intenção de contribuir para o ensino de Matemática nos utilizando da Música. O mesmo está subdividido em duas atividades; na primeira trabalhamos as relações das frações existentes no monocórdio, e na segunda atividade versamos

sobre a utilização de compassos musicais para o ensino das operações envolvendo frações. Em cada uma dessas atividades teremos algumas etapas a serem seguidas.

Vale ressaltar que cada professor pode se utilizar desse trabalho para aplicá-lo da forma como o mesmo está escrito, ou se preferir fazer as adaptações que desejar, ou que a turma necessitar.

5.3.1 Atividade 1 – Monocórdio

Apresentamos como será desenvolvida a sequência para os discentes, para que eles compreendam o que/como será feito. Para isso, devemos iniciar investigando e aplicando um questionário para diagnosticar o que eles compreendem sobre Música, se tal conhecimento os leva a reconhecer as relações que ela possui com a Matemática, bem como se eles gostam de cada uma delas.

Dando continuidade as atividades propostas, construiremos um monocórdio o mesmo instrumento utilizado por Pitágoras. Após a construção o utilizaremos para o estudo de frações com Música.

Finalizada a primeira atividade, continuaremos o estudo de frações com Música na atividade 2.

1ª Etapa: Aplicação de questionário

Como grande parte dos alunos possui celular, pode ser realizado pelo *Google Forms*⁴, mas como toda turma possui características próprias, deve-se levar em consideração se é possível a realização da atividade com o *software*. Se não for possível os questionários podem ser impressos e entregues aos alunos.

De acordo com a melhor maneira adotada pelo docente para a aplicação do questionário ele deverá aplicá-lo em sala para auxiliar os alunos nas dúvidas que vierem a surgir durante o preenchimento. O docente também poderá adaptar o questionário às suas necessidades didáticas e pedagógicas. (Ver Quadro 7)

Quadro 7 – Questionário 1 – Diagnóstico

QUESTIONÁRIO 1

⁴ *Google forms* é uma ferramenta do google para gerenciar pesquisas, nela podem ser elaboradas pesquisas como questionários e formulários para registro.

1 - O que desperta seu interesse pela Matemática? (Múltiplas escolhas)

- Aulas diferenciadas
- Muitos exercícios
- Aulas que envolvem situações de seu cotidiano
- Todas as opções anteriores
- Nenhuma das opções

2 - Qual a sua relação com a Música?

a) Gosta de ouvir?

- Sim Não

b) Toca ou já tocou algum instrumento?

- Sim Não, se sim qual? _____

3 - Você acha que existe alguma relação entre a Matemática e a Música?

- Sim Não, se sim qual? _____

4 - Cite pelo menos duas situações que você pode utilizar frações:

Fonte: elaboração da autora.

Após a obtenção das respostas os dados devem ser analisados e discutidos com a turma.

2ª Etapa - Construindo o Monocórdio

Para realização desta atividade iremos dividir a turma em 5 grupos, onde cada grupo construirá o instrumento seguindo os passos que estão disponíveis no Clube de Matemática da OBMEP, disponível em <http://clubes.obmep.org.br/blog/aplicando-a-matematica-basica-construcao-de-um-monocordio/>. Com esse intuito cada grupo

receberá uma folha descrevendo os comandos desta atividade, bem como o material necessário para sua realização.

Após a construção os alunos precisarão encontrar as frações da corda que estarão disponíveis em uma folha junto com o material que eles irão receber para a construção. Encontradas as frações, eles deverão observar e analisar os sons emitidos a cada fração.

O próximo passo será encontrar as notas que cada fração do monocórdio nos permite ouvir, e para isso eles poderão baixar em seus *smartphones* um aplicativo, pesquisando no *Google Play* e escolhendo um dos afinadores disponíveis.

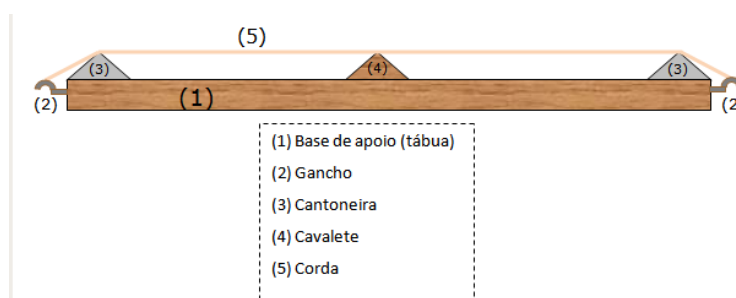
Vale ressaltar que, as notas: ré, mi, lá e si, só serão possíveis encontrá-las por meio de um afinador eletrônico, não sendo possível encontrá-las por meio do ciclo das quintas como Pitágoras fez.

ATIVIDADE CONSTRUÇÃO DO MONOCÓRDIO

1 - Material utilizado na construção:

- a) Uma tábua de aproximadamente 80cm de comprimento, 10 cm de largura e 5 cm de espessura;
- b) Dois ganchos com rosca (para fixação da corda);
- c) Duas cantoneiras de metal (devem ficar entre os ganchos para manterem a corda esticada);
- d) Um cavalete móvel (pode ser um toco de madeira fino em cima e mais espesso em baixo);
- e) Uma corda, como por exemplo, corda de violão;
- f) Uma régua com aproximadamente 80 cm (para encontrar as frações da corda de uma maneira mais fácil).

A tábua servirá como base do instrumento, os dois ganchos deverão ser fixados na metade das laterais que medem 10 cm. As cantoneiras devem ser fixadas na parte de cima da tábua, uma em cada extremidade dos lados que medem 10 cm. O cavalete móvel, como o próprio nome fala precisa ser algo que possa se mover, ou seja, não deve ficar fixo. A corda deverá ser bem amarrada nos ganchos de modo que não solte. Além disso, ela também precisa ficar bem esticada para a produção do som. Veja a imagem da Figura 15:

Figura 15 – Construção do monocórdio

Fonte: <http://clubes.obmep.org.br/blog/aplicando-a-matematica-basica-construcao-de-um-monocordio/>

Utilizamos o modelo de construção da OBMEP, mas cada professor pode utilizar o que achar melhor, na *internet* encontramos vários outros modelos de construção, basta pesquisar em um *site* de busca por construção do monocórdio.

Depois da construção cada grupo deve se familiarizar com o objeto de estudo.

3ª Etapa - Relações existentes entre o monocórdio e as frações

Agora que os monocórdios já estão prontos e que os estudantes já tiveram contato com ele é hora de encontramos as relações existentes nele.

Nessa atividade o/a professor/a deve pedir que os alunos encontrem as frações existentes no instrumento. Para isso, ele/a pode questioná-los a respeito das relações da corda inteira, metade da corda, dois terços e três quartos.

Depois que encontrar as frações vamos observar e analisar o som que a corda emite quando pressionada nesses pontos e tentar identificar quais são as notas produzidas. Para descobrir os alunos deverão utilizar o aplicativo afinador, sugerimos que utilizem o Afinador Cifra Club, disponível no *Google Play*⁵.

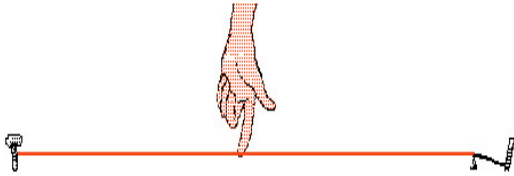
ATIVIDADE - RELAÇÕES ENTRE O MONOCÓRDIO E FRAÇÕES

- 1 - Encontre no monocórdio as frações:
 - a) Corda inteira
 - b) Metade da corda
 - c) Dois terços
 - d) Três quartos

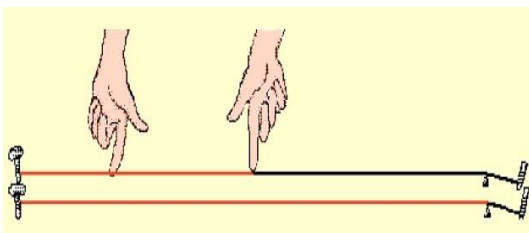
⁵ Google play é um serviço de distribuição digital oficial do sistema android, nele é possível baixar: aplicativos, jogos, filmes, músicas etc.

2 - Que nota representa as frações encontradas representadas nas imagens de a) a d)?

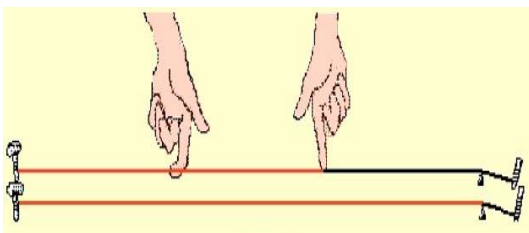
a) Corda inteira



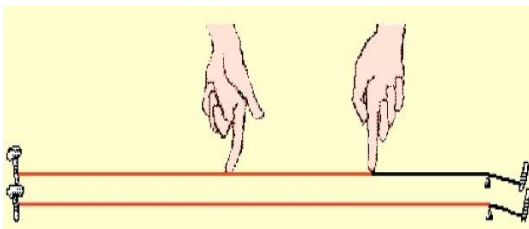
b) Metade da corda



c) Dois terços



d) Três quartos



Finalizadas todas as etapas da atividade 1, detalhamos como se desenvolverá a atividade 2. Como ela faz parte de nossa sequência, as etapas nela contidas serão nomeadas em ordem, seguindo a sequência das etapas desenvolvidas na atividade 1.

5.3.2 Atividade 2 – Trabalhando compassos

Para esta atividade, decidimos dividir em mais três etapas que estão nomeadas dando sequência as etapas desenvolvidas na atividade 1. Na nossa 4ª etapa aplicamos uma atividade investigativa envolvendo operações com frações para saber se podemos dar continuidade ou se faz necessário uma revisão para realização da nossa próxima etapa.

Se durante a correção da atividade desenvolvida na 4ª etapa percebermos que os alunos estão dominando as operações frações, na 5ª etapa tratamos apenas dos elementos musicais que nos possibilitam trabalhar tal conteúdo matemático, que é a partitura. Neste momento será realizada uma aula expositiva apresentando aos alunos definições de elementos fundamentais que compõem a partitura, com o objetivo de que eles percebam a presença marcante das frações, bem como compreendam que para montar os compassos se faz necessário o domínio das operações com frações.

Na 6ª etapa aplicamos uma atividade denominada: Completando Compassos como forma de avaliar os alunos, concluindo a nossa atividade 2. E, finalizando a nossa sequência, na 7ª etapa, aplicaremos um questionário, intitulado questionário 2, que tem como finalidade saber a opinião dos discentes acerca das atividades trabalhadas nessa proposta, além de questionar se tais atividades contribuíram para o ensino de frações, e se depois do desenvolvimento das 6 etapas eles conseguem perceber as relações existentes entre a Matemática e a Música.

4ª Etapa: Operações com frações

Nessa atividade buscamos saber como estão os conhecimentos dos alunos no que diz respeito às operações com frações, dessa forma, será aplicada uma atividade investigativa com apenas uma questão.

ATIVIDADE DE OPERAÇÕES COM FRAÇÕES

1. Resolva as operações envolvendo frações:

a) $\frac{2}{1} + \frac{1}{1} =$

b) $1 + \frac{1}{2} =$

c) $\frac{1}{2} + \frac{1}{2} =$

d) $\frac{3}{2} + \frac{5}{2} =$

e) $\frac{1}{2} - \frac{1}{4} =$

f) $1 - \frac{1}{2} =$

g) $\frac{3}{8} - \frac{2}{8} =$

h) $\frac{5}{16} - \frac{4}{16} =$

5ª Etapa: Relacionando frações com as notas musicais

As relações existentes entre as notas musicais e as frações é algo que trataremos na próxima atividade. Sendo assim, nessa atividade iremos trabalhar uma aula expositiva, com intuito de explicar as notas musicais, bem como seus respectivos valores. Como algumas notas têm seu valor representado na forma de fração se torna necessário tanto o conhecimento matemático (operações com frações) quanto musical (valor das notas).

Para isso, elaboramos um material que será entregue no início da aula para que o aluno acompanhe o que está sendo trabalhado, vale destacar que os alunos poderão a qualquer momento questionar, ou expor suas dúvidas.

A MATEMÁTICA DOS COMPASSOS – LEITURA BÁSICA

Matemáticos antigos, como Pitágoras, descobriram a partir de experimentos relações existentes entre a Matemática e Música. Eles utilizavam razões e médias na construção do que hoje conhecemos por escalas musicais.

Qualquer pessoa que estude teoria musical poderá comprovar que as relações existentes entre a Matemática e a Música vão muito além dessas duas ciências terem a letra M como inicial de cada palavra.

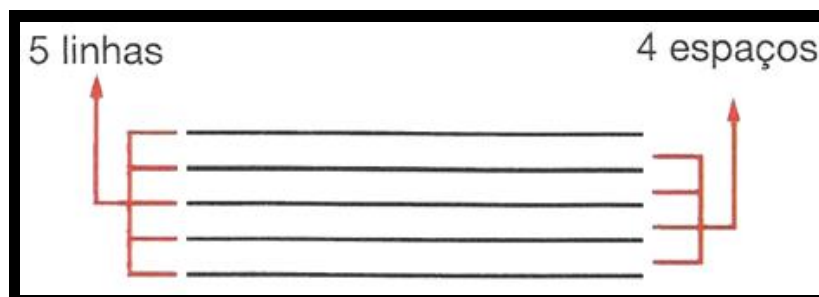
Você sabia que para aprender Música precisamos ter conhecimentos básicos de frações? Não? Então, nesta aula iremos estudar algumas relações presentes entre notas musicais e frações.

Tanto a linguagem Matemática, quanto a linguagem musical são linguagens universais, ou seja, em qualquer canto que falarmos em igualdade utilizaremos este símbolo para representar =, com a Música não é diferente, ela possui simbologia própria, as notas musicais, que são utilizadas para representar os sons em sua forma escrita. Assim a forma mais usada de escrever Música é fazendo uso de partitura.

A **partitura** é o registro de sons no papel. Uma partitura é composta de pentagramas, claves, notas e compassos.

O **pentagrama**, também chamado de pauta é um conjunto formado por cinco linhas paralelas e equidistantes e os espaços entre as linhas. É utilizado para representação das notas que podem ser distribuídas nos espaços ou sobre as linhas nele contidas. Vejamos a Figura 16.

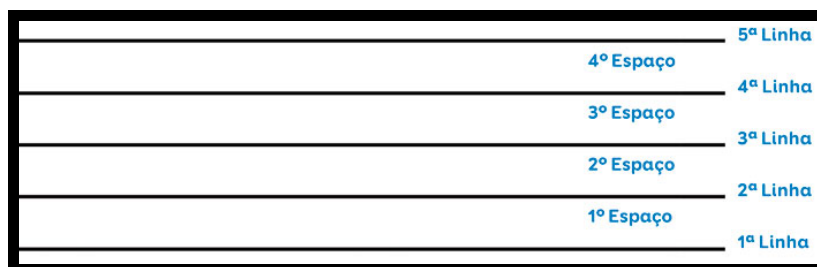
Figura 16 – Pentagrama



Fonte: <http://clubes.obmep.org.br/blog/aplicando-a-matematica-basica-sala-2/>

As linhas e os espaços são enumerados de baixo para cima, como podemos observar na Figura 16.

Figura 17 – Enumeração do pentagrama



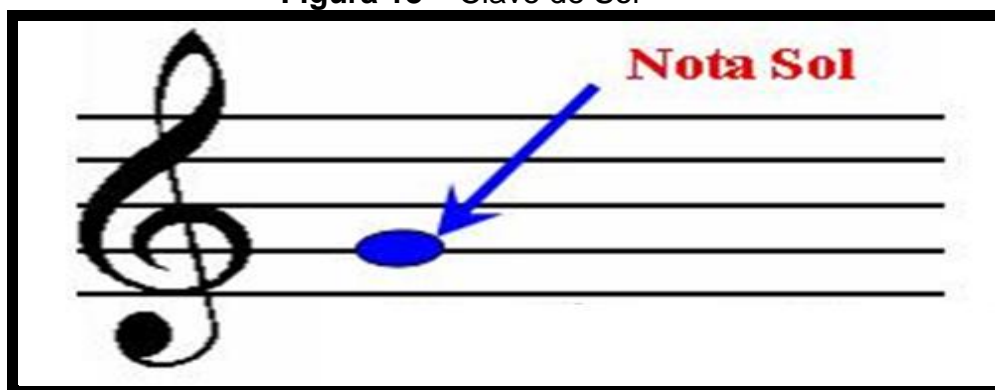
Fonte: <http://clubes.obmep.org.br/blog/aplicando-a-matematica-basica-sala-2/>

Essa numeração serve apenas como informações na hora da distribuição das notas, ou seja, não se faz necessário que todo pentagrama contenha a indicação das linhas ou dos espaços.

As **claves** são elementos gráficos que são descritas no início da pauta, servem para identificar a altura da nota, se é mais grave ou mais aguda e para dar nome as notas. Existem três tipos de clave: a de Sol, de Fá, e a de Dó (Ver Figura 18).

Clave de Sol - Determina que a nota Sol será marcada na 2ª linha.

Figura 18 – Clave de Sol

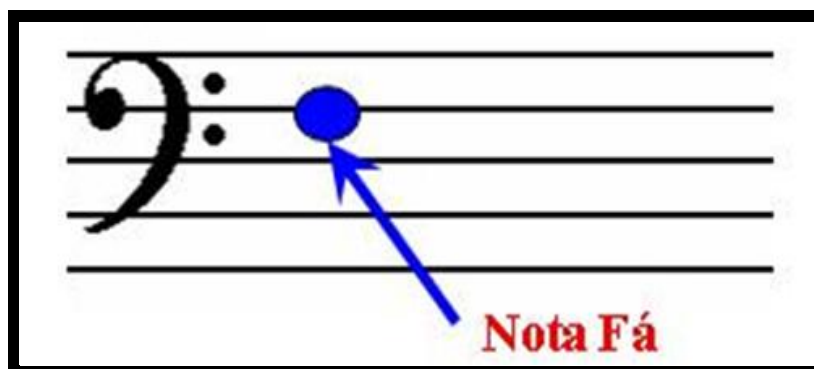


Fonte: <http://clubes.obmep.org.br/blog/aplicando-a-matematica-basica-sala-2/>

A clave de Sol é usada para sons agudos e os instrumentos que se utilizam dessa clave são: violino, trompete, saxofone, flauta, clarinete, cavaquinho, violão etc. (Ver Figura 19).

Clave de Fá - Estabelece que a nota Fá será marcada na 4ª linha.

Figura 19 – Clave de Fá

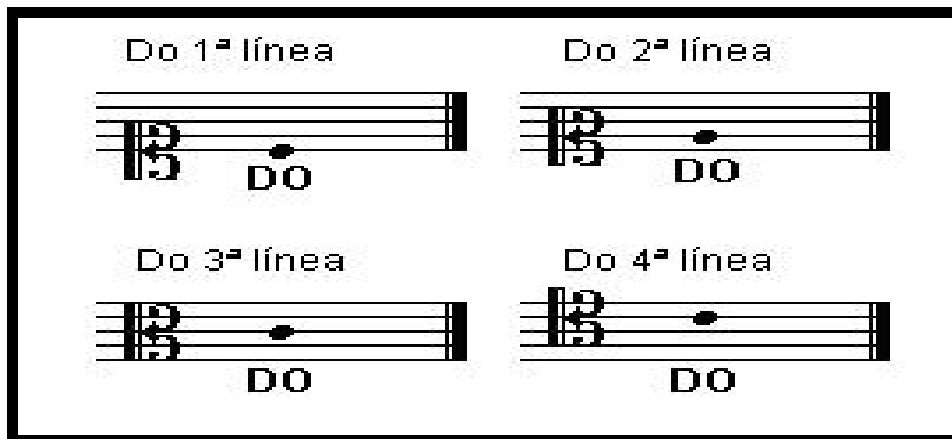


Fonte: <http://clubes.obmep.org.br/blog/aplicando-a-matematica-basica-sala-2/>

A clave de Fá é usada para som grave e os instrumentos que são anotados nessa clave são: contrabaixo, trombone, violoncelo, tuba etc.

Clave de Dó - Indica a colocação da nota Dó, que pode ser na primeira, segunda, terceira e quarta linha, sendo mais usada na terceira linha (Ver Figura 20).

Figura 20 – Clave de Dó



Fonte: <http://4.bp.blogspot.com/q9fBWupLUWM/TzkEmiYcy4I/AAAAAAAAAFY/fbUj3Cvt19w/s1600/claves-musicales.jpg>



A clave de Dó é usada para sons médios, por ser pouco usada o instrumento que se utiliza dela é a viola.

As **notas** são o elemento básico de um sistema de notação musical. São elas Dó, Ré, Mi, Fá, Sol, Lá e Si. Cada uma delas possui duas características básicas altura e duração. A posição que a figura ocupar no pentagrama que determinará sua altura, já a duração do som será indicado pela figura que for utilizada para indicar a nota associada a esse som.

Para representar as notas no pentagrama utilizamos símbolos que representam os respectivos sons, estes símbolos recebem o nome de figuras. Cada uma das figuras possui um nome e um tempo de duração. Vejamos o Quadro 8.

Quadro 8 - Figuras musicais

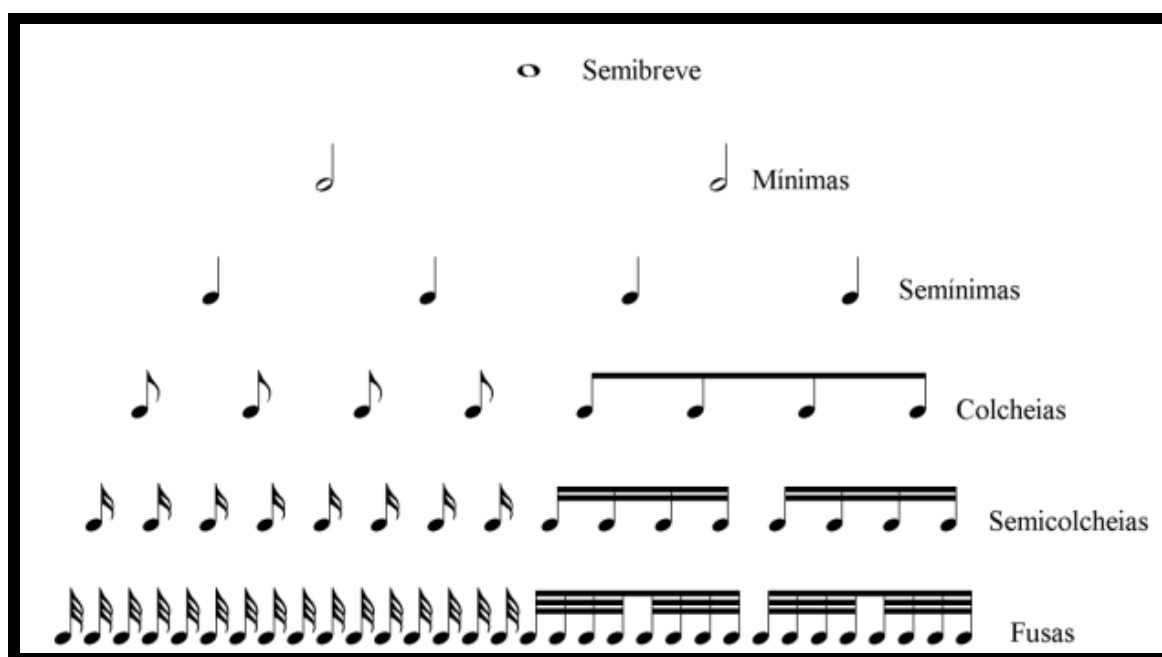
Nome	Símbolo	Duração
Semibreve		1
Mínima		$\frac{1}{2}$
Semínima		$\frac{1}{4}$
Colcheia		$\frac{1}{8}$
Semicolcheia		$\frac{1}{16}$

Fusa		$\frac{1}{32}$
Semifusa		$\frac{1}{64}$

Fonte: elaboração da autora.

Assim, o tempo de duração de uma semibreve é o mesmo que se utilizarmos duas mínimas, ou quatro semínimas, ou oito semicolcheias e assim por diante. A Figura 21 nos mostra essa representação com as figuras.

Figura 21 – Correspondência de figuras



Fonte: <http://clubes.obmep.org.br/blog/aplicando-a-matematica-basica-sala-2/>

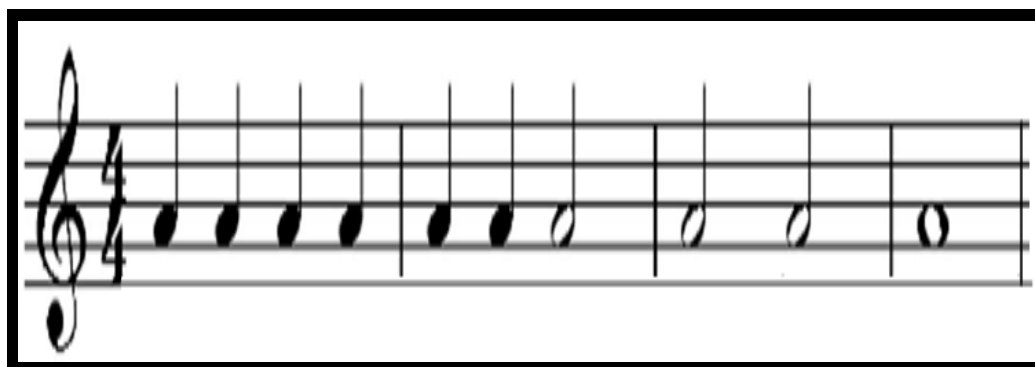
Outro elemento importante na leitura das figuras é o compasso ele possibilita uma melhor compreensão permitindo que haja ritmo na execução da Música. Ele também é responsável por organizar a grafia das notas na pauta.

Chamamos de **compasso** cada uma das divisões dos sons de uma Música que possuem intervalos de mesma duração. Cada compasso é delimitado com barras verticais, e para determinar a quantidade de cada figura que poderá formar o compasso deve-se utilizar a fórmula do compasso.

A **fórmula do compasso** apresenta-se sempre no início, da pauta logo depois da clave utilizada, e é representada sempre em forma de fração.

Por exemplo, se tivermos um compasso em que sua fórmula for $\frac{4}{4}$, teremos que preencher cada compasso com figuras que completem a duração de 4 tempos. Para isso precisamos dominar um pouco operações envolvendo frações. Vejamos o exemplo da Figura 21.

Figura 22 – Completando compassos



Fonte: <http://clubes.obmep.org.br/blog/aplicando-a-matematica-basica-sala-2/>

Na figura acima vemos que a fórmula do compasso é $\frac{4}{4}$, isso indica que devemos ter 4 espaços e que cada um, precisa ser preenchido com figuras que completem 4 tempos. No primeiro espaço preenchemos com 4 semínimas, pois como cada uma tem duração de $\frac{1}{4}$, quando efetuamos uma soma de frações $\frac{1}{4} + \frac{1}{4} + \frac{1}{4} + \frac{1}{4} = \frac{4}{4}$. De maneira semelhante preenchemos o segundo espaço, note que agora utilizamos duas semínimas, onde cada uma dela possui $\frac{1}{4}$ de duração e uma mínima que tem duração de $\frac{1}{2}$ tempo. Pois quando realizamos a operação $\frac{1}{4} + \frac{1}{4} + \frac{1}{2} = \frac{1+1+2}{4} = \frac{4}{4}$. O mesmo acontece no terceiro espaço, utilizamos duas mínimas onde cada uma tem duração de $\frac{1}{2}$ tempo. Assim $\frac{1}{2} + \frac{1}{2} = \frac{2}{2}$ que é a forma simplificada da fração $\frac{4}{4}$. Da mesma forma no quarto e último espaço, preenchemos com uma semibreve que possui duração de 1 tempo, podemos utilizar esse símbolo para preencher o espaço, pois sabemos que 1 será o resultado da fração $\frac{4}{4}$.

Para finalizar nossa aula vamos assistir o vídeo: Pitágoras e a Música - Donald no País da Matemática. Disponível em:

<https://www.youtube.com/watch?v=66l6MBQgcRg>.

Agora vamos praticar!

6ª Etapa: Compassos

Para completar os compassos os alunos vão pôr em prática as operações com frações por eles estudadas.

ATIVIDADE – COMPASSOS

1. Identifique nos compassos abaixo quais estão preenchidos de forma correta e quais estão incorretos. Marque **C** para os que estiverem corretos e **E** para os que estiverem errados.

A)



B)



C)



D)



E)

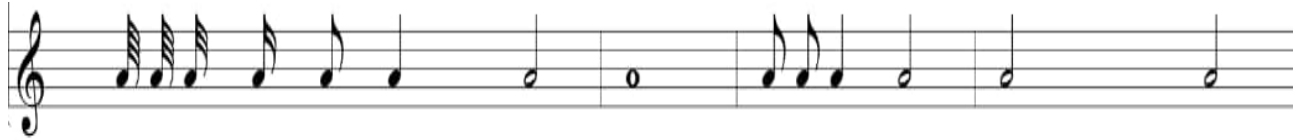


F)



2. Descreva as fórmulas dos compassos abaixo e tente reproduzir a duração de cada nota com palmas:

A)



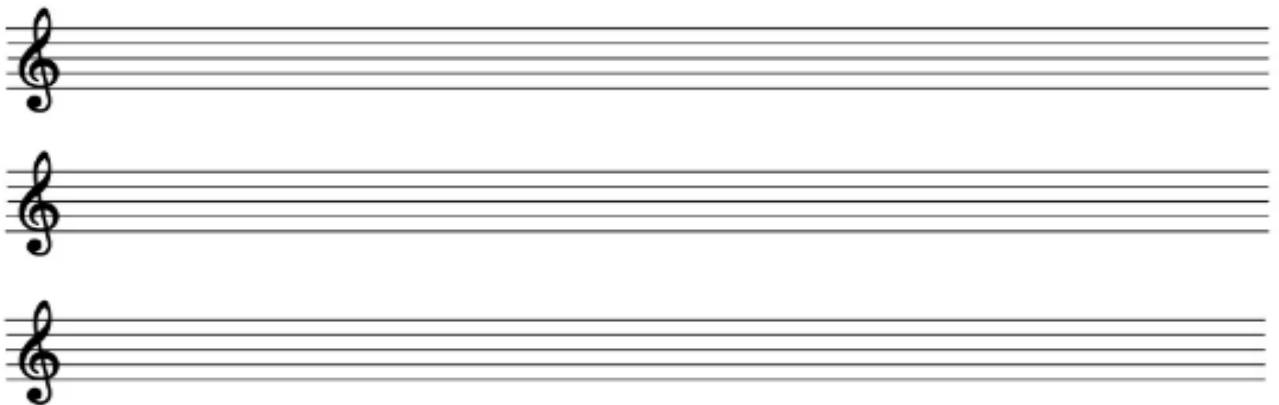
B)



C)



3. Use o pentagrama para completar os compassos: 2/4, 3/4 4/4, utilizando as figuras musicais estudadas.



4. **DESAFIO** (OBMEP 2022) Os símbolos empregados na escrita musical indicam a duração de cada nota em relação á semibreve. Qual é a alternativa em que a duração total das notas, em relação á semibreve das demais alternativas:

- Duas mínimas
- Uma mínima, uma semínima e uma colcheia
- Uma semibreve
- Três semínimas e duas colcheias
- Uma mínima uma semínima e duas colcheias

7ª Etapa: Questionário 2

Nesse questionário queremos saber o que os discentes acharam das atividades realizadas e se a partir delas eles compreendem as relações existentes entre a Matemática e a Música, bem como se essas atividades contribuíram para o ensino e a aprendizagem de frações.

QUESTIONÁRIO 2

1. Com relação as atividades desenvolvidas:

A) De 0 a 5 quanto você daria para as atividades desenvolvidas no primeiro momento?
(0 para péssimo e 5 para excelente)

0 1 2 3 4 5

B) De 0 a 5 quanto você daria para as atividades desenvolvidas no segundo momento? (0 para péssimo e 5 para excelente)

0 1 2 3 4 5

2. Qual sua opinião com relação a aprender Matemática da maneira que trabalhamos?

3. Você gostou de aprender fração com Música? Por quê?

Ao concluir o trabalho com a sequência didática o/a professor/a deve fazer uma devoluta aos alunos, informando e discutindo os resultados encontrados nos dados

do questionário e se houve modificação no processo de aprendizagem sobre o tema: ensino de matemática com música.

6 CONSIDERAÇÕES FINAIS

Chegamos ao final deste trabalho de conclusão de curso e podemos observar que apesar da Matemática e a Música possuírem características específicas, é possível relacioná-las. Desta forma, buscamos aproximar estas relações ao utilizarmos a teoria musical como instrumento metodológico no ensino de frações, com intuito de facilitar o ensino aprendizagem da Matemática.

Ressaltamos a importância dos estudos feitos por Pitágoras em seu monocórdio, atrelados ao estudo dos compassos musicais através de uma proposta de sequência didática, na qual foram utilizados o monocórdio e o compasso musical como ferramentas didáticas para o ensino de frações com Música.

Inicialmente pretendíamos aplicar as atividades desenvolvidas neste trabalho, no qual seria possível analisar e discutir os resultados, porém com o surgimento da pandemia do COVID-19 o desenvolvemos em forma de proposta, tendo em vista que a sociedade se manteve em isolamento social para evitar a disseminação do vírus.

A pesquisa nos possibilitou responder à pergunta inicial deste trabalho, pois encontramos no monocórdio e no compasso formas de facilitar o ensino de Matemática com Música. Ainda nos foi possível a produção de material que pode servir como embasamento para as futuras pesquisas, além do material didático voltado para turmas do 7º ano do ensino fundamental, disponível no capítulo 5 deste trabalho.

Destacamos que, o/a docente que desejar se utilizar das atividades propostas neste trabalho pode adaptá-las de acordo com suas necessidades.

Para concluir, esperamos que todo o material produzido ao longo desta monografia possa servir como suporte para os/as docentes que desejarem trabalhar o ensino de Matemática com Música contribuindo para que os alunos conheçam as relações existentes e se utilizem destas para relacioná-las a conteúdos matemáticos.

REFERÊNCIAS

- ABDOUNUR, O. J.. **Matemática e Música**: O pensamento analógico na construção de significados. 4. ed. São Paulo: Escrituras, 2002.
- ABDOUNUR, O. J.. **Matemática e Música**: o pensamento analógico na construção de significados. 3. ed. São Paulo: Escrituras Editora, 2003.
- ALMEIDA, L. X.. **Matemática e Música**: uma abordagem através do monocórdio de Pitágoras. Monografia do curso de Licenciatura em Matemática da Faculdade de Matemática, da Universidade Federal do Pará. 2018.
- BRASIL. **Lei de Diretrizes e Bases da Educação Nacional nº 9.394/1996**. Conselho de Reitores das Universidades Brasileiras, 1997.
- CÂNDIDO, G. G.. **O Ensino de Ciências nos Anos Iniciais em uma Escola de Tempo Integral**: introduzindo noções de acústica por meio da Música. Dissertação de Mestrado em Ensino de Ciências - Instituto Federal do Rio de Janeiro, Programa de Pós-graduação Stricto Sensu em Ensino de Ciências. 2017.
- CASTRO, A. P. G.. **Uma proposta pedagógica para o Ensino do Número de ouro através do software Geogebra na Educação Básica**. Dissertação (Mestrado) – Universidade Federal do Amapá – UNIFAP, 2017.
- CHAVES, M. de P.. **A Matemática na Música**: divisibilidade do compasso. Dissertação de Mestrado – Universidade Federal de Santa Maria, PROFMAT, RS. 2018. Disponível em: <https://repositorio.ufsm.br/handle/1/15170>. Acesso em: 17 fev. 2023
- CHIARELLI, L. K. M.; BARRETO, S. DE J.. A importância da musicalização na educação infantil e no ensino fundamental - a Música como meio desenvolver a inteligência e a integração do ser. **Revista Recre@rte**. n 3, 2005. Disponível em: <https://musicaeadoracao.com.br/25473/a-importancia-da-musicalizacao-na-educacao-infantil-e-no-ensino-fundamental/>. Acesso em 17 fev. 2023.
- CLUBES DE MATEMÁTICA DA OBMEP, Disseminando o Estudo da Matemática. **Aplicando a Matemática básica - sala 2**. Disponível em: <http://clubes.obmep.org.br/blog/aplicando-a-matematica-basica-sala-2/>. Acesso em: 10 jul. 2022.
- DICIONÁRIO *ONLINE* DE PORTUGUÊS. Significado de Música. Disponível em: <https://www.dicio.com.br/musica/>. Acesso em: 16 jan. 2023.
- FONSECA, D. F. **Aspectos Estruturais e Históricos que Relacionam a Música e a Matemática**. Dissertação (mestrado) Universidade Federal de Lavras. Lavras-MG 2013.
- GIL, A. C.. **Como Elaborar Projeto de Pesquisa**. 4. ed. São Paulo: Atlas, 2002.

IMPA – INSTITUTO DE MATEMÁTICA PURA E APLICADA, 2020. **Música e Matemática é tema da 16ª edição da OBMEP**. Disponível em: <https://impa.br/noticias/musica-e-matematica-e-tema-da-obmep-2020/>. Acesso em 20 de abril de 2020.

KIEREN, T. E. *Personal Knowledge of rational numbers: its intuitive and formal development*. In: J. HIEBERT, J.; BEHR, M. (eds.): **Number concepts and operations in the Middle Grades**. New Jersey: Erlbaum, 1988. p. 162-80.

LORENZATO, S.. **O laboratório de ensino de Matemática na formação de professores**. 3. ed. Campinas, SP: Autores Associados. 2012.

MALAQUIAS, C. I. F. T. A. M. **Música e matemática no ensino de frações: os desafios da escola pública paranaense na perspectiva do professor PDE**, Paraná, v. 1, versão online. p. 15, 2022. Disponível em: http://www.diaadiaeducacao.pr.gov.br/portals/cadernospde/pdebusca/producoes_pde/2014/2014_unicentro_mat_artigo_chirley_ines_fraporti_tressino.pdf. Acesso em: 29 mar. 2022.

MED, B.. **Teoria da Música**. 4. ed. Brasília, DF: Musimed. 1996.

NUNES, T.; BRYANT, P.; PRETZLIK, U.; HURRY, J. **The effect of situations on children's understanding of fractions**. Trabalho apresentado à British Society for Research on the Learning of Mathematics, Oxford, June, 2003.

OLIVEIRA, R. P.. **Educação Matemática: construindo Performances Matemático-Musicais**. Dissertação de mestrado profissional em docência em educação em ciências e Matemáticas - Universidade Federal do Pará. 2017.

ONO, A. X.. **Meu Jardim Secreto: um estudo de caso**. 2016. 146 f. Dissertação de Mestrado - Universidade Federal do Rio Grande do Sul, Programa de Pós - Graduação em Educação em Ciências: Química da Vida e Saúde. 2016.

PASSOS, I. L.. **Música e Movimento no Ensino Fundamental I: a construção de um olhar crítico por meio da sensibilização e vivência dos processos de Criação**. 260 f. Dissertação (Mestrado) – Universidade Metropolitana de Santos. Programa de Pós-graduação em Práticas Docentes no Ensino Fundamental. 2018.

PEREIRA, B. A.. **Conexões entre Matemática e Música em Produções Científicas: uma rede de possibilidades para o ensino fundamental e médio**. 219 f. Dissertação de mestrado em ensino de ciências e Matemática - Instituto de Ciências Ambientais, Químicas e Farmacêuticas da Universidade Federal de São Paulo – Campus Diadema. 2020.

PERES, E. C. M. **Canções dos parasitas: as paródias no ensino fundamental**. 2017. 114 f. Dissertação (Mestrado Profissional em Ensino de Ciências) - Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia do Rio de Janeiro, Programa de Pós-graduação em Ensino de Ciência, PROPEC 2017.

PRIGOL, E. L. Pesquisa estado do conhecimento: uma visão para a prática pedagógica e a formação de professores. In: XI Congresso Nacional de Educação, 2013, Curitiba. **Anais...** Disponível em <http://educere.bruc.com.br/arquivo/pdf2013/6937_4762.pdf>. Acesso em: 10 dez. 2018.

RIBEIRO, F. C. A ESCALA MUSICAL COMO METODOLOGIA PARA O ENSINO DE FRAÇÕES. **Os Desafios da Escola Pública Paranaense na Perspectiva do Professor PDE**, Jacarezinho - PR, v. 1, versão online. p. 21, mar./2022. Disponível em: http://www.diaadiaeducacao.pr.gov.br/portals/cadernospde/pdebusca/producoes_pde/2013/2013_uenp_mat_artigo_fernanda_carvalho_ribeiro.pdf. Acesso em: 29 mar. 2022.

SANTOS-LUIZ, C. MÓNICO, L., CAMPELO, S., SILVA, C. F. Matemática e Música: Sistematização de analogias entre conteúdos matemáticos e musicais. **Revista Portuguesa de Educação**, Braga, v. 28, n. 2, p. 271- 293, junho 2015. Disponível em: <http://www.scielo.mec.pt/pdf/rpe/v28n2/v28n2a14.pdf>. Acesso em 28 out 2020.

SEVERINO, A. J., **Metodologia do Trabalho Científico**. 1. ed. São Paulo: Cortez, 2013.

SOARES, M. B. MACIEL, F. P. **Alfabetização no Brasil: o estado do conhecimento**. Brasília: MEC/Inep/Comped, 2000. 173 p. Disponível em: <<http://portal.inep.gov.br/documents/186968/484330/Alfabetiza%C3%A7%C3%A3o/f9ddff4f-1708-41fa-82e5-4f2aa7c6c581?version=1.3>>. Acesso em: 08 jan. 2019.

ZABALA, A. **A prática educativa: como ensinar**. Trad. Ernani F. da Rosa – Porto Alegre: ArtMed, 1998.

ZANATO, F. da S. **Matemática e Música: relações entre as séries e transformadas de Fourier e a teoria musical**. 83 f. Dissertação (Mestrado) - Universidade do Estado do Mato Grosso, *Campus* Universitário de Sinop, Faculdade de Ciências Exatas e Tecnológicas, Programa de Pós-graduação Profissional em Matemática. 2017.